

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Квантовая радиофизика

Лекция 2

Санкт-Петербург, 2017

Макроскопическ
ая
намагниченност
ь,
прецессия



Макроскопическая намагниченность

- У большого числа частиц с нескомпенсированным спином в постоянном магнитном поле существует макроскопический магнитный момент
- Величина макроскопического магнитного момента (макроскопическая намагниченность)

$$M_0 \approx N \frac{\gamma^2 \hbar^2 I(I + 1)}{3kT} B_0$$



Намагниченность в магнитном поле

- 2й закон Ньютона в угловой форме гласит, что изменение углового момента равно моменту силы

$$\frac{dl}{dt} = \tau$$

- С другой стороны, магнитный момент для набора частиц пропорционален угловому с коэффициентом пропорциональности γ

$$\mu = \gamma l$$



Намагниченность в магнитном поле

- Кроме того магнитный момент определяется, как

$$\boldsymbol{\tau} = [\boldsymbol{\mu} \times \boldsymbol{B}_0]$$

- Таким образом

$$\frac{d\boldsymbol{\mu}}{dt} = \gamma[\boldsymbol{\mu} \times \boldsymbol{B}_0]$$



Уравнения Блоха

- В координатах (при условии $|\mathbf{B}|=B_z=B_0, B_x=B_y=0$)

$$\frac{d\mu_x}{dt} = \gamma\mu_y B_0$$

$$\frac{d\mu_y}{dt} = -\gamma\mu_x B_0$$

$$\frac{d\mu_z}{dt} = 0$$



Продольная и поперечные составляющие

- ❌ z-компонента намагниченности не меняется
- ✓ Поперечные составляющие

$$\frac{d^2 \mu_x}{dt^2} + (\gamma B_0)^2 \mu_x = 0$$

$$\frac{d^2 \mu_y}{dt^2} + (\gamma B_0)^2 \mu_y = 0$$



Продольная и поперечная составляющие

- ❶ Заменяем две поперечные составляющие одной комплексной

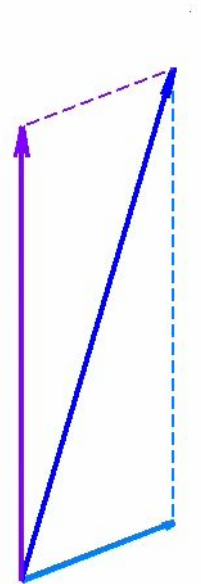
$$\mu_{\perp} = \mu_x + i\mu_y$$

- ❷ Тогда уравнение движения запишется

$$\frac{d^2\mu_{\perp}}{dt^2} + (\gamma B_0)^2\mu_{\perp} = 0$$

- ❸ Решение уравнения – вращающаяся намагниченность

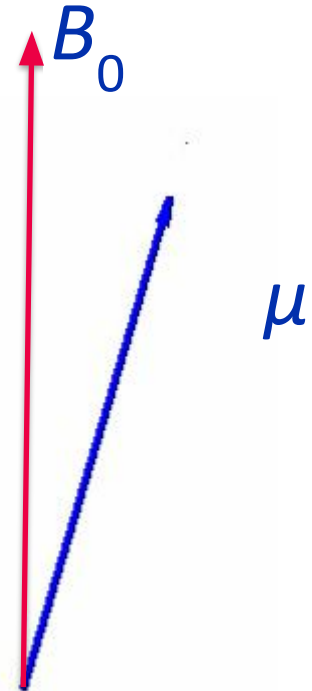
$$\mu_{\perp} = \mu_0 e^{-i\gamma B_0 t}$$





Ларморова прецессия

- В итоге, z-компонента не меняется, а x- и y-компоненты совершают гармонические колебания с частотой
$$\omega_0 = \gamma B_0$$
- То есть, вектор намагниченности совершает прецессию



Вращающаяся
система
координат,
РЧ поле



Вращающаяся система координат

- ✓ Перепишем уравнение движения намагниченности во вращающейся системе координат x', y', z' (с частотой вращения Ω)

$$\left(\frac{d\boldsymbol{\mu}}{dt}\right)_{rot} = \left(\frac{d\boldsymbol{\mu}}{dt}\right) + [\boldsymbol{\mu} \times \boldsymbol{\Omega}]$$

- ✓ Тогда

$$\left(\frac{d\boldsymbol{\mu}}{dt}\right)_{rot} = [\boldsymbol{\mu} \times (\mathbf{B}_0 + \boldsymbol{\Omega}/\gamma)]$$



Вращающаяся система координат

- ✓ В координатах и при условии наличия только поля B_0

$$\frac{d\mu_{x'}}{dt} = \mu_{y'}(\gamma B_0 - \Omega)$$

$$\frac{d\mu_{y'}}{dt} = -\mu_{x'}(\gamma B_0 - \Omega)$$

$$\frac{d\mu_{z'}}{dt} = 0$$



Дополнительное переменное магнитное поле

- Рассмотрим действие переменного магнитного поля
- Поле круговой поляризации B_1 направлено вдоль оси x' $\mathbf{B}_{rf} = B_1(\mathbf{x} \cos(\Omega t) + \mathbf{y} \sin(\Omega t))$
- Суммарное поле $\mathbf{B} = zB_0 + B_1(\mathbf{x} \cos(\Omega t) + \mathbf{y} \sin(\Omega t))$



Уравнения Блоха с учетом РЧ магнитного поля

- ✓ Теперь условия $B_x=B_y=0$ не выполняются

$$\frac{d\mu_{x'}}{dt} = \mu_{y'}(\gamma B_0 - \Omega)$$

$$\frac{d\mu_{y'}}{dt} = -\mu_{x'}(\gamma B_0 - \Omega) + \mu_{z'}\gamma B_1$$

$$\frac{d\mu_{z'}}{dt} = -\mu_{y'}\gamma B_1$$



Переменное поле Ларморовой частоты

✓ При условии $\Omega = \omega_0$

$$\frac{d\mu_{x'}}{dt} = 0$$

$$\frac{d\mu_{y'}}{dt} = \mu_{z'}\gamma B_1$$

$$\frac{d\mu_{z'}}{dt} = -\mu_{y'}\gamma B_1$$



Вращение во вращающейся системе координат

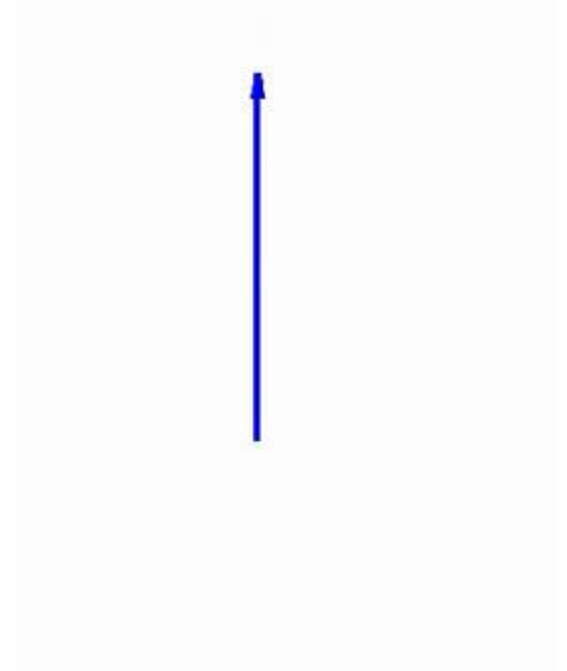
- Решение – аналогичное решению уравнений Блоха для свободной намагниченности
- Вращение происходит во вращающейся системе координат, вокруг поля B_1
- Вращение с частотой $\omega_1 = \gamma B_1$





Вращение в лабораторной системе координат

- При переходе в лабораторную систему координат происходит совмещение двух вращений
- При частоте РЧ поля $\Omega = \omega_0$ вращение происходит по спиральной траектории





Эффективное поле и нутация

- В более общем случае при $\Omega \neq \omega_0$ вращение намагниченности во вращающейся системе координат происходит вокруг эффективного поля B_{eff}

$$\mathbf{B}_{eff} = \mathbf{B}_0 + \frac{\Omega}{\gamma} + B_1 \mathbf{x}'$$

- Само B_{eff} тоже вращается вокруг \mathbf{B}_0 , таким образом суммарное движение намагниченности представляет собой движение по поверхности двух вращающихся конусов - нутацию



Угол поворота

- ✓ При кратковременном резонансном облучении ($\Omega = \omega_0$) и равновесном начальном положении намагниченности ($\mu_z(0) = M_0, \mu_x(0) = 0$)

$$\mu_{y'} = M_0 \sin \gamma B_1 t$$

$$\mu_{z'} = M_0 \cos \gamma B_1 t$$

- ✓ Для импульса РЧ поля длительностью τ можно ввести параметр угла поворота

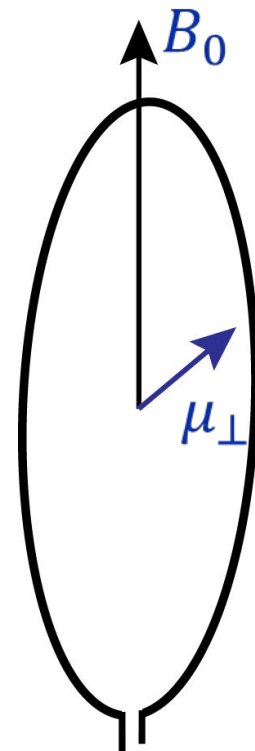
$$\theta = \gamma B_1 \tau$$

Сигнал индукции



Намагниченность в приёмной катушке

- До сих пор намагниченность рассматривалась в свободном пространстве, поместим намагниченность в проводящее кольцо, находящееся в плоскости z - x
- Согласно закону электромагнитной индукции переменное магнитное поле будет создавать ЭДС в кольце
- Так как μ_z постоянно, то будем рассматривать только μ_{\perp}





Намагниченность в приёмной катушке

- Согласно теореме взаимности наводимое ЭДС

$$\xi = - \frac{\delta}{\delta t} (B_{loop} \cdot m)$$

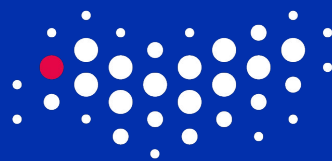
- Где B_{loop} - поле, в центре кольца, создаваемое единичным током, проходящим через кольцо радиуса a
 $B_{loop} = \frac{\mu_0}{2a}$



Сигнал свободной индукции

- С учетом того, что производная берется только между намагниченностью и полем кольца и намагниченность вращается с частотой ω_0

$$\xi = m\omega_0 \frac{\mu_0}{2a} \sin(\omega_0 t)$$



УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Спасибо за внимание!

Санкт-Петербург, 2017