УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Квантовая радиофизика

Лекция 2

Санкт-Петербург, 2017

Макроскопическая намагниченность, прецессия

Макроскопическая намагниченность

- У большого числа частиц с нескомпенсированным спином в аостоянном магнитном поле существует макроскопический магнитный момент
- Величина макроскопического магнитного момента (макроскопическая намагниченность)

$$M_0 \approx N \frac{\gamma^2 \hbar^2 I(I+1)}{3kT} B_0$$

Намагниченность в магнитном поле

- 2й закон Ньютона в угловой форме гласит, что изменение углового момента равно моменту силы

$$\frac{dl}{dt} = \tau$$

- С другой стороны, магнитный момент для набора частиц пропорционален угловому с коэффициентом пропорциональности γ

$$\mu = \gamma l$$

Намагниченность в магнитном поле

- Кроме того магнитный момент определяется, как

$$\boldsymbol{\tau} = [\boldsymbol{\mu} \times \boldsymbol{B}_0]$$

- Таким образом

$$\frac{d\boldsymbol{\mu}}{dt} = \gamma[\boldsymbol{\mu} \times \boldsymbol{B}_0]$$

Уравнения Блоха

- В координатах (при условии $|\boldsymbol{B}|=B_z=B_0$, $B_x=B_y=0$)

$$\frac{d\mu_x}{dt} = \gamma\mu_y B_0$$

$$\frac{d\mu_y}{dt} = -\gamma\mu_x B_0$$

$$\frac{d\mu_z}{dt} = 0$$

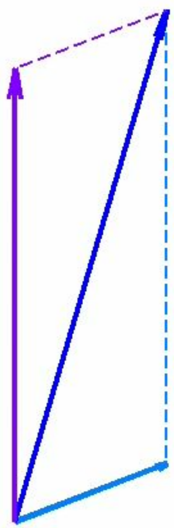
Продольная и поперечные составляющие

- z-компонента намагниченности не меняется
- Поперечные составляющие

$$\frac{d^2\mu_x}{dt^2} + (\gamma B_0)^2\mu_x = 0$$

$$\frac{d^2\mu_y}{dt^2} + (\gamma B_0)^2\mu_y = 0$$

Продольная и поперечная составляющие



- Заменим две поперечные составляющие одной комплексной

$$\mu_\perp = \mu_x + i\mu_y$$

- Тогда уравнение движения запишется

$$\frac{d^2\mu_\perp}{dt^2} + (\gamma B_0)^2\mu_\perp = 0$$

- Решение уравнения – вращающаяся намагниченность

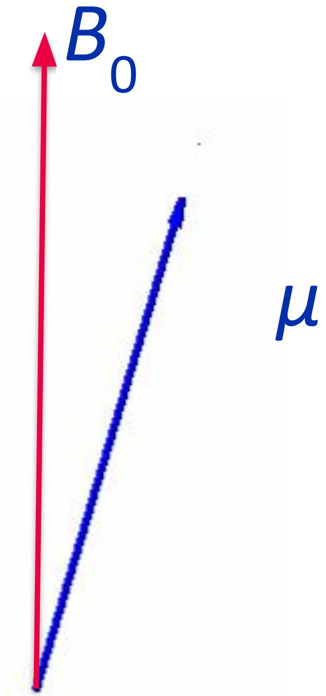
$$\mu_\perp = \mu_0 e^{-i\gamma B_0 t}$$

Ларморова прецессия

- В итоге, z-компонента не меняется, а x- и y-компоненты совершают гармонические колебания с частотой

$$\omega_0 = \gamma B_0$$

- То есть, вектор намагниченности совершает прецессию



Вращающаяся система координат, РЧ поле

Вращающаяся система координат

- Перепишем уравнение движения намагниченности во вращающейся системе координат *x'*, *y'*, *z'* (с частотой вращения Ω)

$$\left(\frac{d\boldsymbol{\mu}}{dt}\right)_{rot} = \left(\frac{d\boldsymbol{\mu}}{dt}\right) + [\boldsymbol{\mu} \times \boldsymbol{\Omega}]$$

- Тогда

$$\left(\frac{d\boldsymbol{\mu}}{dt}\right)_{rot} = [\boldsymbol{\mu} \times (\mathbf{B}_0 + {}^{\boldsymbol{\Omega}}/_{\gamma})]$$

Вращающаяся система координат

- В координатах и при условии наличия только поля B_0

$$\frac{d\mu_{x'}}{dt} = \mu_{y'}(\gamma B_0 - \Omega)$$

$$\frac{d\mu_{y'}}{dt} = -\mu_{x'}(\gamma B_0 - \Omega)$$

$$\frac{d\mu_{z'}}{dt} = 0$$

Дополнительное переменное магнитное поле

- Рассмотрим действие переменного магнитного поля
- Поле круговой поляризации B_1 направлено вдоль оси x'

$$\boldsymbol{B}_{rf} = B_1(\boldsymbol{x}\cos(\Omega t) + \boldsymbol{y}\sin(\Omega t))$$

- Суммарное поле

$$\boldsymbol{B}_{tot} = \boldsymbol{z}B_0 + {}_1(\boldsymbol{x}\cos(\Omega t) + \boldsymbol{y}\sin(\Omega t))$$

Уравнения Блоха с учетом РЧ магнитного поля

- Теперь условия B_x=B_y=0 не выполняются

$$\frac{d\mu_{x'}}{dt} = \mu_{y'}(\gamma B_0 - \Omega)$$

$$\frac{d\mu_{y'}}{dt} = -\mu_{x'}(\gamma B_0 - \Omega) + \mu_{z'}\gamma B_1$$

$$\frac{d\mu_{z'}}{dt} = -\mu_{y'}\gamma B_1$$

Переменное поле Ларморовой частоты

- При условии $\Omega=\omega_0$

$$\frac{d\mu_{x'}}{dt} = 0$$

$$\frac{d\mu_{y'}}{dt} = \mu_{z'}\gamma B_1$$

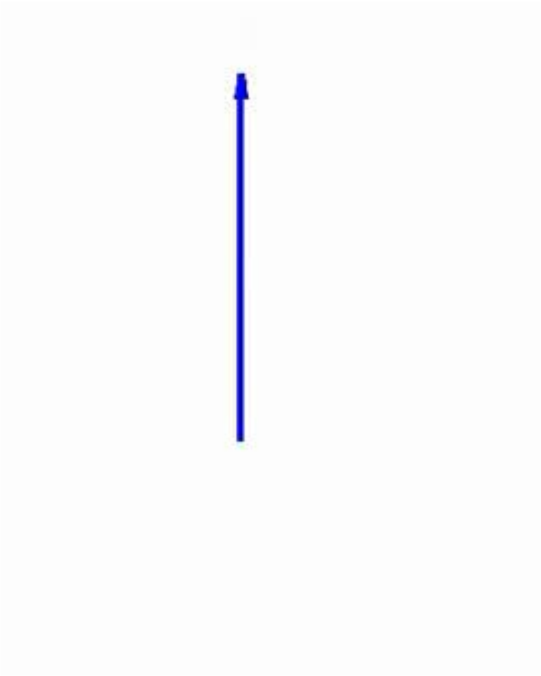
$$\frac{d\mu_{z'}}{dt} = -\mu_{y'}\gamma B_1$$

Вращение во вращающейся системе координат

- Решение – аналогичное решению уравнений Блоха для свободной намагниченности
- Вращение происходит во вращающейся системе координат, вокруг поля B_1
- Вращение с частотой $\omega_1 = \gamma B_1$

Вращение в лабораторной системе координат

- При переходе в лабораторную систему координат происходит совмещение двух вращений
- При частоте РЧ поля $\Omega = \omega_0$ вращение происходит по спиральной траектории



Эффективное поле и нутация

- В более общем случае при $\Omega \neq \omega_0$ вращение намагниченности во вращающейся системе координат происходит вокруг эффективного поля B_{eff}

$$\boldsymbol{B}_{eff} = \boldsymbol{B}_0 + \frac{\boldsymbol{\Omega}}{\gamma} + B_1 \boldsymbol{x}'$$

- Само B_{eff} тоже вращается вокруг **B**$_0$, таким образом суммарное движение намагниченности представляет собой движение по поверхности двух вращающихся конусов - нутацию

Угол поворота

- При кратковременном резонансном облучении ($\Omega=\omega_0$) и равновесном начальном положении намагниченности ($\mu_z(0)=M_0$, $\mu_z(0)=0$)

$$\mu_{y'} = M_0 \sin \gamma B_1 t$$

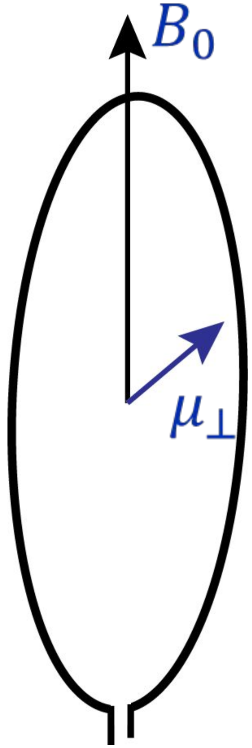
$$\mu_{z'} = M_0 \cos \gamma B_1 t$$

- Для импульса РЧ поля длительностью τ можно ввести параметр угла поворота

$$\theta = \gamma B_1 \tau$$

Сигнал индукции

Намагниченность в приёмной катушке



- До сих пор намагниченность рассматривалась в свободном пространстве, поместим намагниченность в проводящее кольцо, находящееся в плоскости *z-x*
- Согласно закону электромагнитной индукции переменное магнитное поле будет создавать ЭДС в кольце
- Так как μ_z постоянно, то будем рассматривать только $\mu_\perp$

Намагниченность в приёмной катушке

- Согласно теореме взаимности наводимое ЭДС

$$\xi = -\frac{\delta}{\delta t}\left(B_{loop} \cdot m\right)$$

- Где B_{loop} - поле, в центре кольца, создаваемое единичным током, проходящим через кольцо радиуса a

$$B_{loop} = \frac{\mu_0}{2a}$$

Сигнал свободной индукции

- С учетом того, что производная берется только между намагниченностью и полем кольца и намагниченность вращается с частотой ω_0

$$\xi = m\omega_0 \frac{\mu_0}{2a} \sin(\omega_0 t)$$

УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Спасибо за внимание!

Санкт-Петербург, 2017