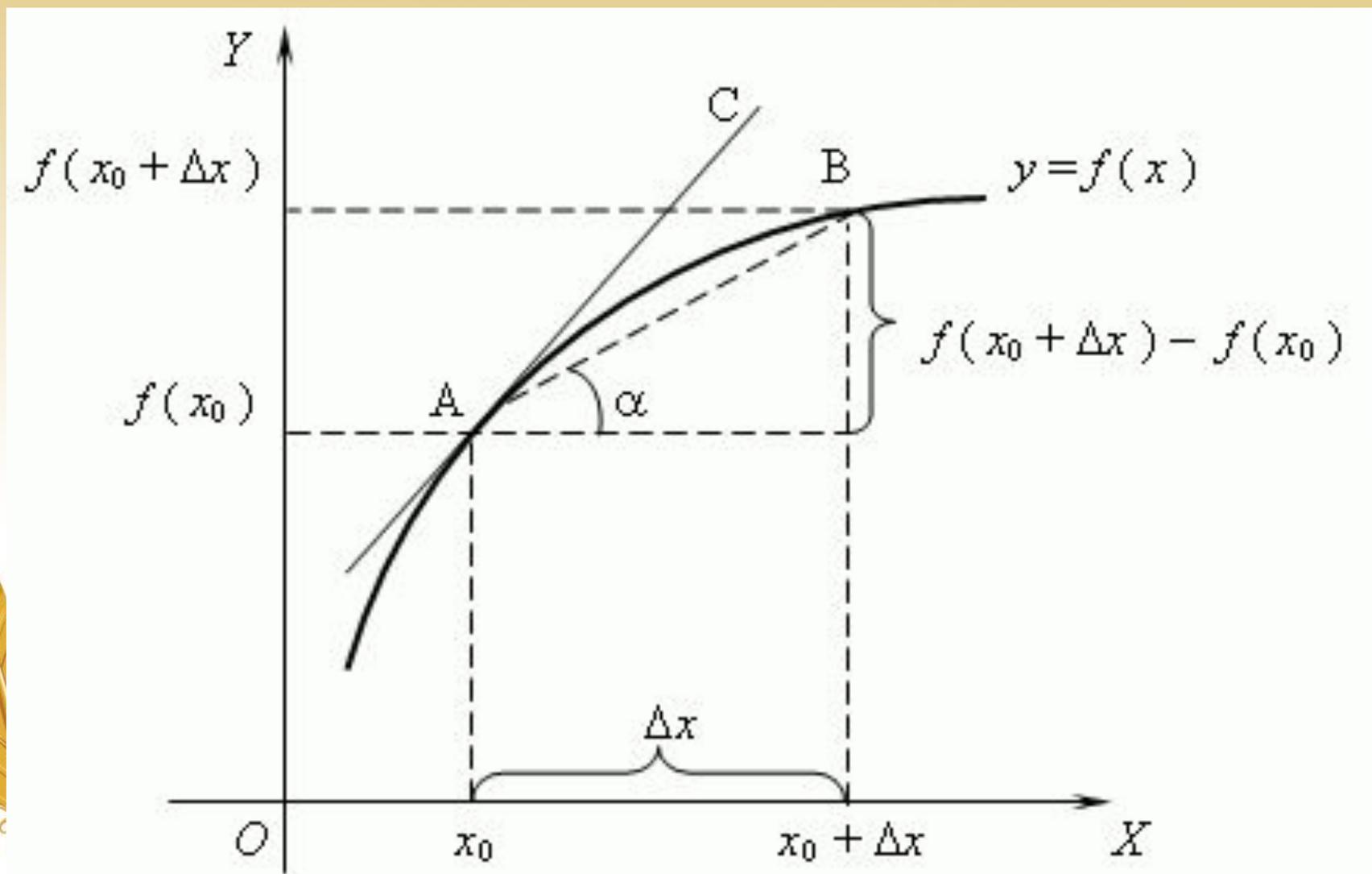


# Физический и геометрический смысл производной



Алгебра и начала анализа 10 класс



# Физический смысл производной

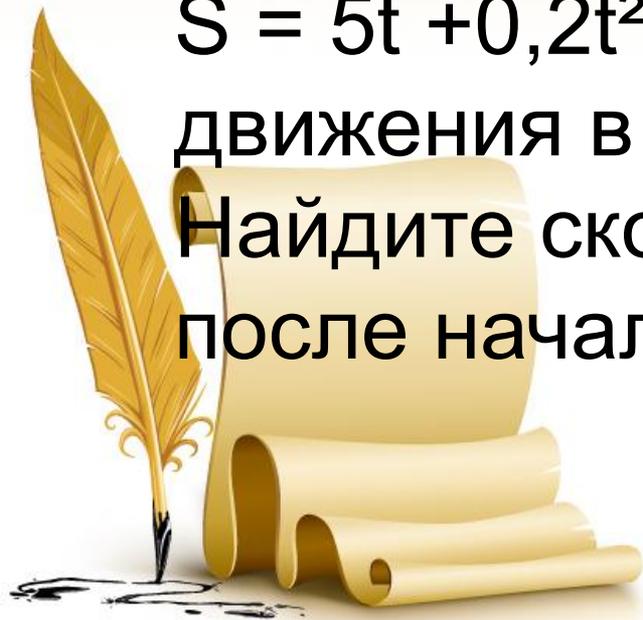
- Если материальная точка движется по закону  $S(t)$ , то скорость её движения  $V(t)$  в момент времени  $t$  равна производной  $S'(t)$ , то есть  $V(t) = S'(t)$ .
- Производная от скорости – ускорение  $a(t) = V'(t)$ , то есть ускорение равно второй производной от функции  $a(t) = V'(t) = S''(t)$ .



# Задачи на физический смысл производной

- №1 Тело движется по прямой так, что расстояние от начальной точки изменяется по закону  $S = 5t + 0,2t^2 - 6$  (м), где  $t$  – время движения в секундах.

Найдите скорость тела через 5 секунд после начала движения.

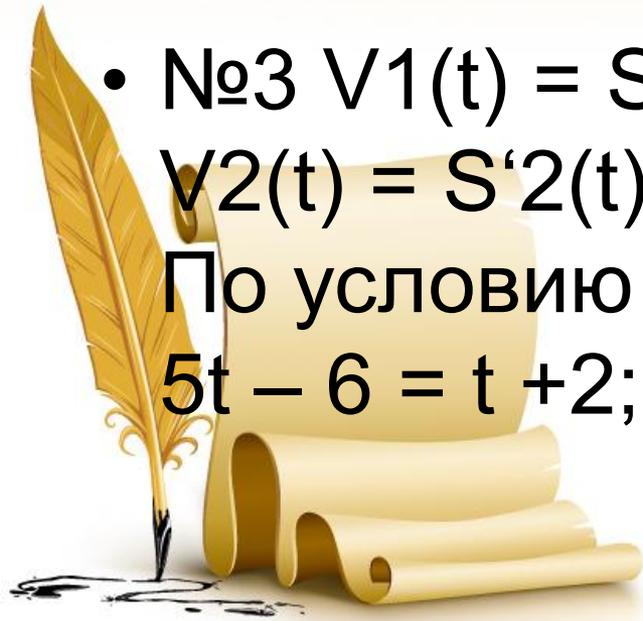


- №2 Тело движется по прямой так, что расстояние от начальной точки изменяется по закону  $S = 2t^3 - 12t^2 + 7$  (м), где  $t$  – время движения в секундах. Через сколько секунд после начала движения ускорение тела будет равно  $36 \text{ м/с}^2$ ?
- №3 Две материальные точки движутся по законам  $S_1 = 2,5t^2 - 6t + 1$ ;  $S_2 = 0,5t^2 + 2t - 3$ . В какой момент времени их скорости будут равны?



# Решение задач

- №1  $V(t) = S'(t) = 5 + 0,6t^2$ ;  
 $V(5) = 5 + 0,6 \cdot 5^2 = 20$  (м/с)
- №2  $V(t) = S'(t) = 6t^2 - 24t$ ;  $a(t) = V'(t) = S''(t) = 12t - 24$ ; По условию  $a(t) = 36$ ; то есть  $12t - 24 = 36$ ;  $t = 5$  (с)
- №3  $V_1(t) = S'_1(t) = 5t - 6$ ;  
 $V_2(t) = S'_2(t) = t + 2$ ;  
По условию  $V_1(t) = V_2(t)$ ; то есть  $5t - 6 = t + 2$ ;  $t = 2$  (с)



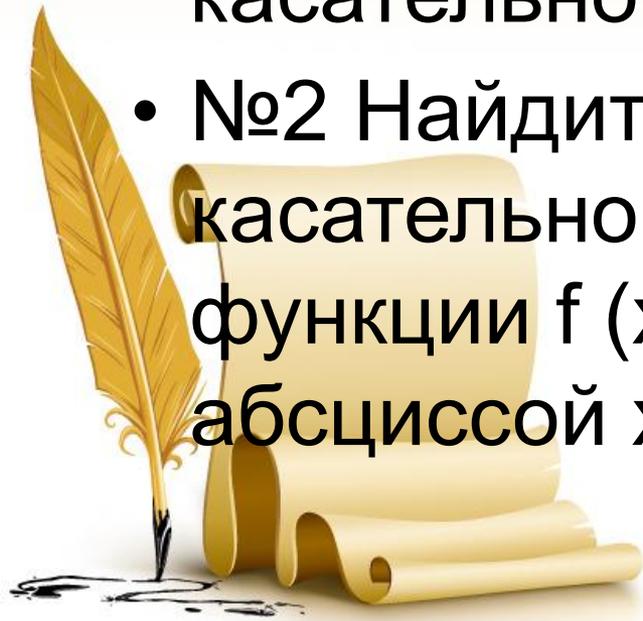
# Геометрический смысл производной

Геометрический смысл производной состоит в том, что значение производной функции  $y = f(x)$  в точке  $x$  равно угловому коэффициенту касательной к графику функции в точке с абсциссой  $x$ .


$$f'(x) = k = \operatorname{tg} \alpha$$

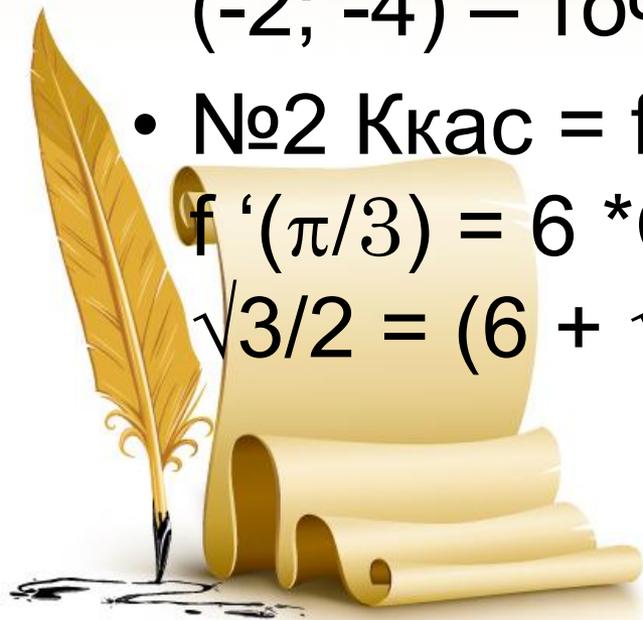
# Задачи на угловой коэффициент касательной

- №1 Дана функция  $f(x) = 3x^2 + 5x - 6$ .  
Найдите координаты точки её графика, в которой угловой коэффициент касательной к нему равен «-7».
- №2 Найдите угловой коэффициент касательной, проведённой к графику функции  $f(x) = 4\cos x + 3$  в точке с абсциссой  $x = -\pi/3$ .

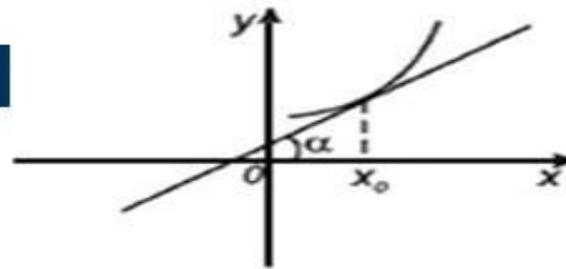


# Решение задач

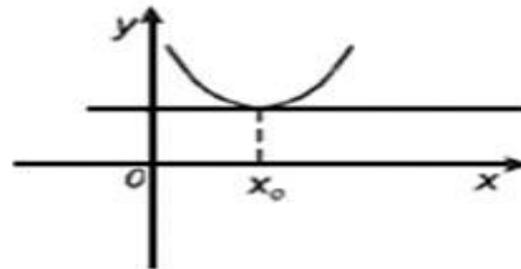
- №1  $K_{кас} = f'(x) = 6x + 5$ ;  
По условию  $K_{кас} = -7$ , то есть  
 $6x + 5 = -7$ ;  $x = -2$ ;  
 $y = f'(-2) = 3*(-2)^2 + 5*(-2) - 6 = -4$ ;  
 $(-2; -4)$  – точка касания
- №2  $K_{кас} = f'(x) = 6*\text{Cos}x + \text{Sin}x$ ;  
 $f'(\pi/3) = 6 * \text{Cos}(\pi/3) + \text{Sin}(\pi/3) = 6*1/2 + \sqrt{3}/2 = (6 + \sqrt{3})/2$  ;       $K_{кас} = (6 + \sqrt{3})/2$  ;



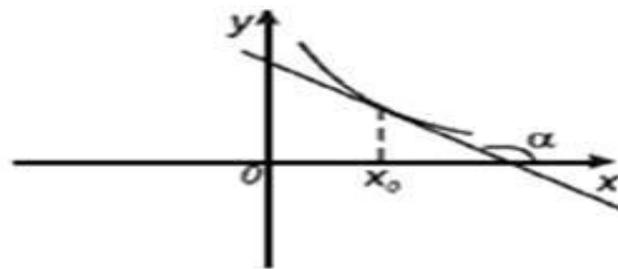
# Зависимость знаков производной от угла наклона касательной



$$f'(x_0) = \operatorname{tg}\alpha > 0$$



$$f'(x_0) = \operatorname{tg}\alpha = 0$$



$$f'(x_0) = \operatorname{tg}\alpha < 0$$



## **Задача о вычислении мгновенной скорости**

$s(t) = 4t^2$  - закон движения материальной точки по прямой

$s$  - путь, пройденный за время  $t$  ( $t \geq 0$ )

Вычислим  $v_{cp}$  - среднюю скорость точки за промежуток времени от  $t_1 = 2$  до  $t_2 = 5$

$$s(2) = 4 \cdot 2^2 = 16; \quad s(5) = 4 \cdot 5^2 = 100;$$

$$s \quad s(5) - s(2) = 100 - 16 = 84; \quad t_2 - t_1 = 5 - 2.$$

$$v_{cp} = \frac{s(5) - s(2)}{5 - 2} = \frac{84}{3} = 28.$$



**1. Найти производную функции:**

1)  $y = 4x^6 - 2x^4 + 3x^2 + 6$ ;      3)  $y = x^2 + \frac{2}{x}$ ;

2)  $y = \frac{1}{4}x^8 + 6\sqrt{x} - 7x$ ;      4)  $y = \frac{3}{x^4} - \frac{6}{x^2}$ .

**2. Вычислить значение производной данной функции в точке  $x_0$ :**

1)  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 4x$ ,  $x_0 = -2$ ;

2)  $f(x) = \frac{x^6}{6} + \frac{x^4}{4} + x - \sqrt{2}$ ,  $x_0 = 1$ ;

3)  $f(x) = x^3 - 12\sqrt{x}$ ,  $x_0 = 9$ .

