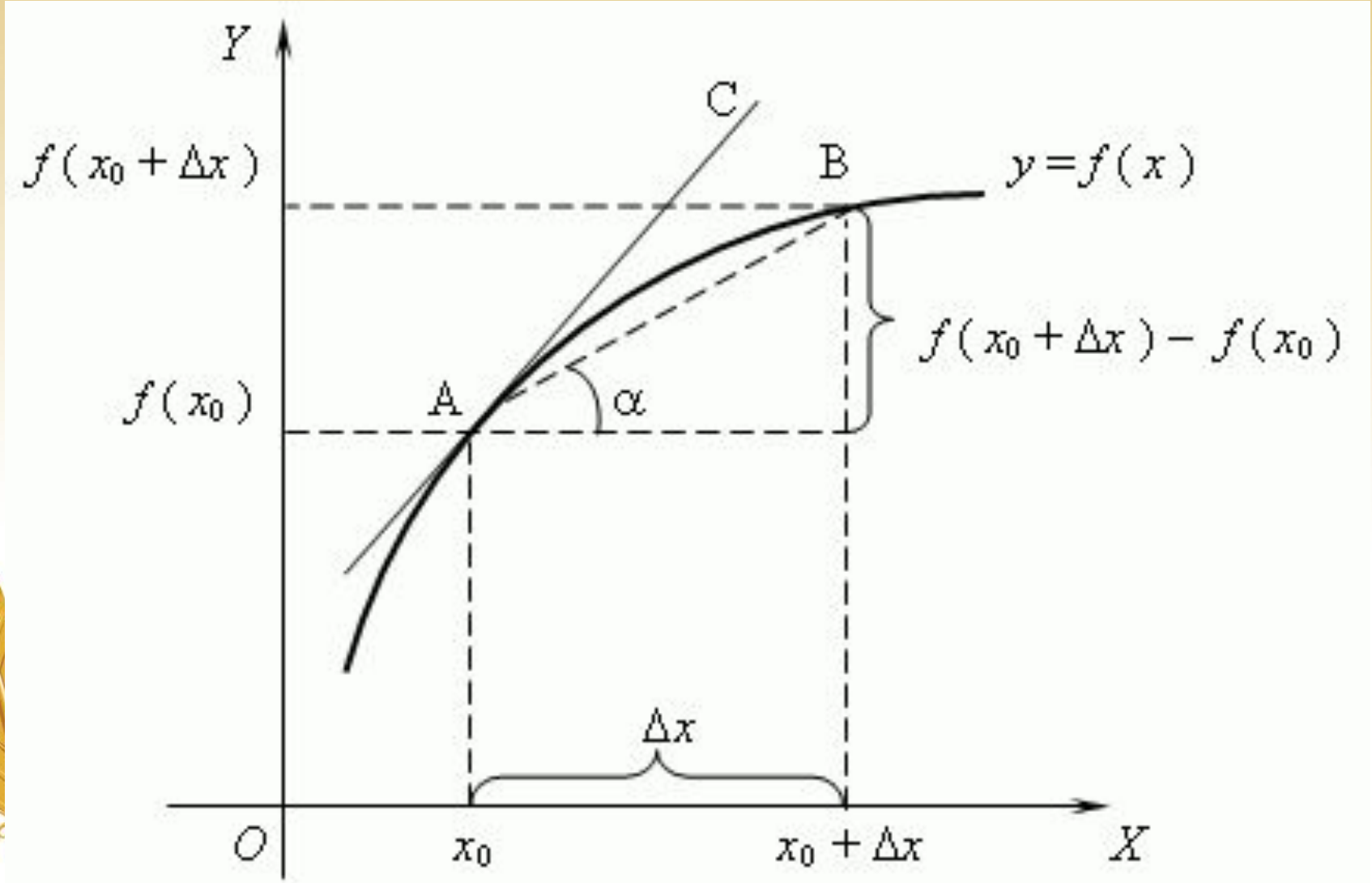
Физический и геометрический смысл производной

Алгебра и начала анализа 10 класс

fppt.com



fppt.com

Физический смысл производной

- Если материальная точка движется по закону *S (t),* то скорость её движения *V (t)* в момент времени *t* равна производной S‘ (t), то есть *V (t)* = S‘ (t).
- Производная от скорости – ускорение a (t) = V‘ (t), то есть ускорение равно второй производной от функции a (t) = V‘ (t) = S“ (t).

fppt.com

Задачи на физический смысл производной

- №1 Тело движется по прямой так, что расстояние от начальной точки изменяется по закону
  $S = 5t + 0{,}2t^2 - 6$ (м), где t – время движения в секундах.
  Найдите скорость тела через 5 секунд после начала движения.

fppt.com

- №2 Тело движется по прямой так, что расстояние от начальной точки изменяется по закону $S = 2t^3 - 12t^2 + 7$ (м), где t – время движения в секундах. Через сколько секунд после начала движения ускорение тела будет равно 36 м/с²?
- №3 Две материальные точки движутся по законам $S1 = 2,5t^2 - 6t + 1$; $S2 = 0,5t^2 + 2t - 3$. В какой момент времени их скорости будут равны?

fppt.com

Решение задач

- №1 $V(t) = S'(t) = 5+0,6t^2$;
  $V(5) = 5+0,6*5^2 = 20$ (м/с)
- №2 $V(t) = S'(t) = 6t^2 -24t$; $a(t) = V'(t) = S''(t) = 12t – 24$; По условию $a(t) = 36$; то есть
  $12t – 24 = 36$; $t = 5$ (с)
- №3 $V1(t) = S'1(t) = 5t - 6$;
  $V2(t) = S'2(t) = t+ 2$;
  По условию $V1(t) =V2(t)$; то есть
  $5t – 6 = t +2$; $t = 2$ (с)

fppt.com

Геометрический смысл производной

Геометрический смысл производной состоит в том, что значение производной функции y = f (x) в точке x равно угловому коэффициенту касательной к графику функции в точке с абсциссой x.

$$f'(x) = k = tg\alpha$$

fppt.com

Задачи на угловой коэффициент касательной

- №1 Дана функция $f(x) = 3x^2+5x-6$. Найдите координаты точки её графика, в которой угловой коэффициент касательной к нему равен «-7».
- №2 Найдите угловой коэффициент касательной, проведённой к графику функции $f(x) = 4\cos x+3$ в точке с абсциссой $x = -\pi/3$.

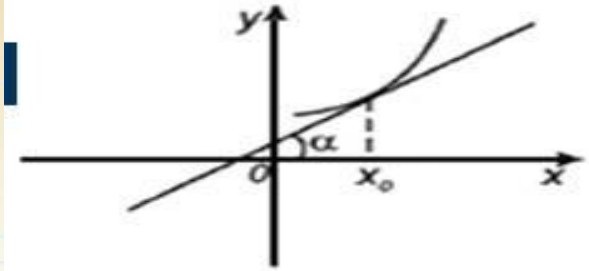
fppt.com

Решение задач

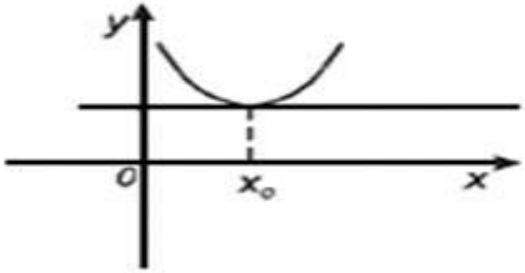
- №1 Ккас = f ‘(x) = 6x + 5;
  По условию Ккас = -7, то есть
  6x + 5 = -7; x = -2;
  y = f ‘(-2) = 3*(-2)² + 5*(-2) – 6 = -4;
  (-2; -4) – точка касания
- №2 Ккас = f ‘(x) = 6*Cosx + Sinx;
  f ‘(π/3) = 6 *Cos(π/3) + Sin(π/3) = 6*1/2 + √3/2 = (6 + √3)/2 ; Ккас = (6 + √3)/2 ;

fppt.com

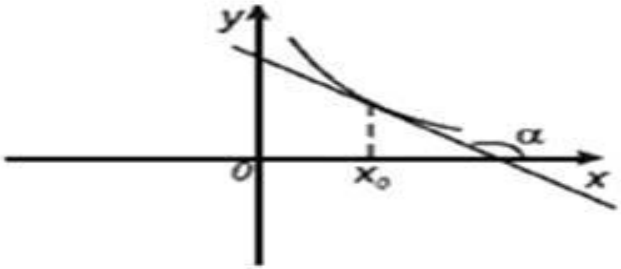
Зависимость знаков производной от угла наклона касательной



$f'(x_0) = tg\alpha > 0$



$f'(x_0) = tg\alpha = 0$



$f'(x_0) = tg\alpha < 0$

ppt.com

Задача о вычислении мгновенной скорости

s (t) = 4 t² - закон движения материальной точки по прямой

s - путь, пройденный за время t (t ≥ 0)

Вычислим $v_{ср}$ - среднюю скорость точки за промежуток времени от $t_1 = 2$ до $t_2 = 5$

s (2) = 4 · 2² = 16; **s (5) = 4 · 5² = 100;**

s **s (2) = 100 – 16 = 84;** **$t_2 - t_1 = 5 - 2$.**

$$v_{ср} = \frac{s(5) - s(2)}{5-2} = \frac{84}{3} = 28.$$

fppt.com

1. Найти производную функции:

1) $y = 4x^6 - 2x^4 + 3x^2 + 6$;

2) $y = \frac{1}{4}x^8 + 6\sqrt{x} - 7x$;

3) $y = x^2 + \frac{2}{x}$;

4) $y = \frac{3}{x^4} - \frac{6}{x^2}$.

2. Вычислить значение производной данной функции в точке x_0:

1) $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 4x$, $x_0 = -2$;

2) $f(x) = \frac{x^6}{6} + \frac{x^4}{4} + x - \sqrt{2}$, $x_0 = 1$;

3) $f(x) = x^3 - 12\sqrt{x}$, $x_0 = 9$.

fppt.com