

Лекция 3

Затухающий гармонический осциллятор

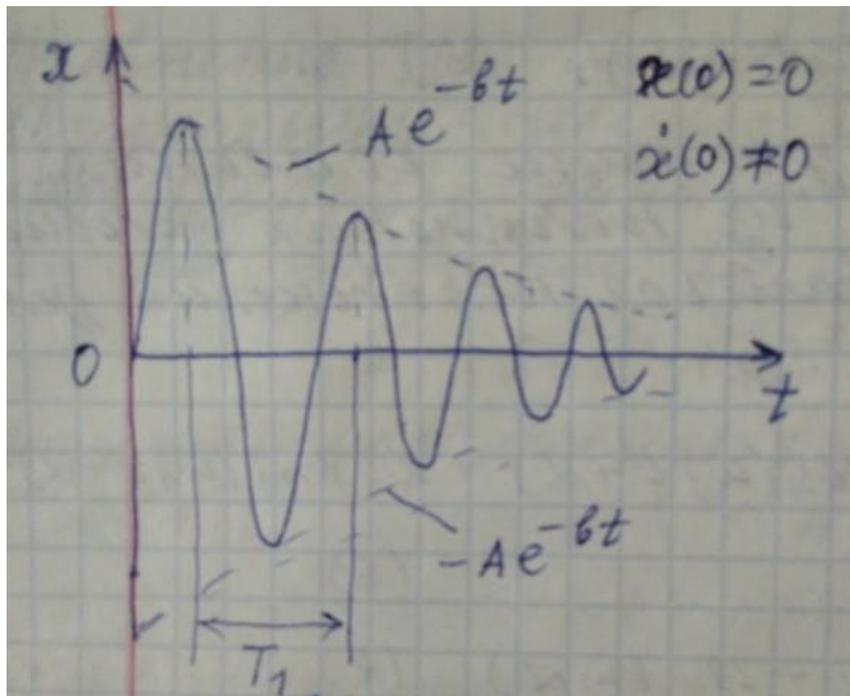
$$\ddot{x} + 2bx + \omega_0^2 x = 0 \quad (1)$$

Решение 1) Найдем частоту $b < \omega_0$

$$x(t) = Ae^{-bt} \cos(\omega_1 t + \alpha) \quad (5)$$

$$\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - b^2}$$

Время релаксации. Логарифмический декремент затухания



$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} - \text{условный период}$$

$$A_m = Ae^{-bt} \quad (10)$$

$$\tau = \frac{1}{b} - \text{время релаксации}$$

$\theta = bT_1$ — логарифмический

декремент затухания

$$\frac{A_m(t)}{A_m(t+T_1)} = \frac{Ae^{-bt}}{Ae^{-b(t+T_1)}} = e^{bT_1} = e^\theta$$

Добротность

$$Q = \frac{\pi}{\theta}$$

$$Q = \frac{\pi}{bT_1} = \frac{\omega_1}{2b} = \frac{1}{2b} \sqrt{\omega_0^2 - b^2}$$

при малом затухании b много меньше ω_0

$$Q = \frac{\omega_0}{2b}$$

Энергия пружинного маятника

$$W = W_{\text{кин}} + W_{\text{пот}}$$

$$W_{\text{кин}} = \frac{m\dot{x}^2}{2}$$

$$W_{\text{пот}} = W_{\text{пот1}} + W_{\text{пот2}}$$

$$W_{\text{пот1}} = -mgx$$

$$W_{\text{пот2}} = \frac{k(x + \tilde{x})^2}{2} - \frac{\tilde{k}x^2}{2} = \frac{kx(x + \tilde{2}x)}{2}$$

$$W_{\text{пот}} = x \left(-mg + \frac{kx}{2} + \tilde{k}x \right) = \frac{kx^2}{2}$$

$$W = \frac{m\dot{x}^2}{2} + \frac{kx^2}{2}$$

при малом затухании

при $\dot{x} = 0$ $x \approx \pm A_m$

$$W = \frac{kA_m^2}{2} = \frac{kA^2}{2} e^{-2bt}$$

$$W_0 = \frac{kA^2}{2}$$

$$W(t) = W_0 e^{-2bt}$$

$$\Delta W = W(t) - W(t + T_1)$$

$$\frac{\Delta W}{W(t)} = \frac{W_0 e^{-2bt} - W_0 e^{-2b(t+T_1)}}{W_0 e^{-2bt}} = 1 - e^{-2bT_1} = 1 - e^{-2\theta}$$

$$e^{-2\theta} \approx 1 - 2\theta$$

$$\frac{\Delta W}{W(t)} = 2\theta$$

$$Q = \frac{\pi}{\theta} = \frac{2\pi W}{\Delta W}$$

Ñöó÷àé 2) Ñèëüí î â çàòóðàí èâ $b > \omega_0$

$$\ddot{x} + 2bx + \omega_0^2 x = 0 \quad (1)$$

$$\lambda^2 + 2b\lambda + \omega_0^2 = 0 \quad (3)$$

(3) – ðàðàêðèñòè÷àñêî î óðàâíåííå

$$\lambda_{1,2} = -b \pm \sqrt{b^2 - \omega_0^2}$$

$$x(t) = B_1 e^{\lambda_1 t} + B_2 e^{\lambda_2 t} \quad (4)$$

(4) – î áù ââ ðàø áí èâ äèî. óðàâíåííå (1)

Ï ðè $b > \omega_0$ λ_1 è λ_2 ââù àñòâáí í ù

$$\lambda_1 < 0 \quad \lambda_2 < 0$$

B_1 è B_2 – ââù àñòâáí í ù â î î ñîè ýí í ù â

$$t \rightarrow \infty \quad x(t) \rightarrow 0$$

Линейные системы с «отрицательным» трением

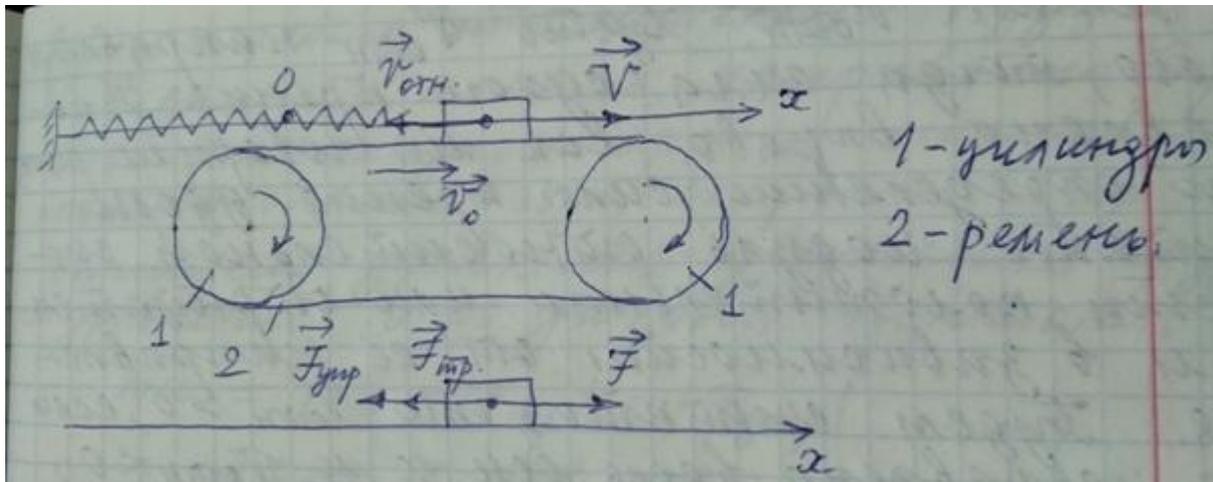
$$\ddot{x} + 2\dot{b}x + \omega_0^2 x = 0 \quad (1)$$

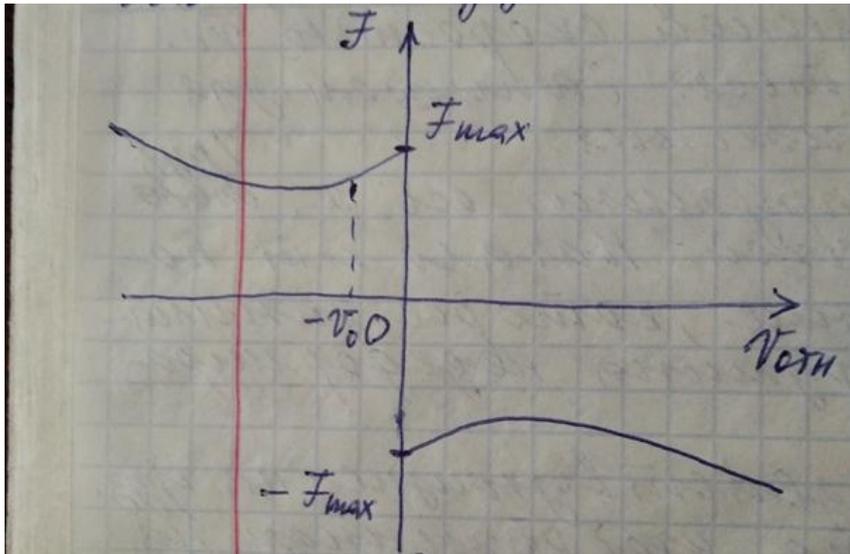
$$2b = \frac{h}{m} > 0 \quad \text{è è è} \quad 2b = \frac{R}{L} > 0$$

Àñ è $b < 0$, ñè ñòàì à í àçû âààòñÿ

ñè ñòàì î é ñ "î òðè öàòäëüí û ì " òðáí è àì

Пример механической системы с «отрицательным» трением





$$F = f(v_{\hat{o}i})$$

$$\ddot{m}x = |F| - |F_{\dot{\delta}\delta}| - |F_{\dot{\delta}\delta}|$$

$$F > 0$$

$$|F| = F = f(\mathbf{v}_{\hat{\delta}\delta})$$

$$V = \dot{x} > 0 \quad F_{\dot{\delta}\delta} < 0$$

$$|F_{\dot{\delta}\delta}| = -F_{\dot{\delta}\delta} = hV = hx$$

$$F_{\dot{\delta}\delta} > 0$$

$$|F_{\dot{\delta}\delta}| = F_{\dot{\delta}\delta} = kx$$

$$\ddot{m}x = f(\mathbf{v}_{\hat{\delta}\delta}) - hx - kx \quad (1)$$

$$\overset{\boxtimes}{V} = \overset{\boxtimes}{V}_{\hat{\alpha}} + \overset{\boxtimes}{V}_0$$

$$|V| = -|V_{\hat{\alpha}}| + V_0$$

$$|V| = V = \dot{x}$$

$$|V_{\hat{\alpha}}| = -V_{\hat{\alpha}}$$

$$\dot{x} = V_{\hat{\alpha}} + V_0$$

$$V_{\hat{\alpha}} = \dot{x} - V_0$$

$$F = f(V_{\hat{\alpha}}) = f(x - V_0) = f(-V_0) + f'(-V_0)x$$

$$f'(-V_0) > 0$$

$$\ddot{m}x = f(-v_0) + f'(-v_0)\dot{x} - hx - kx$$

$$\ddot{m}x + [h - f'(-v_0)]x + kx = f(-v_0) \quad (2)$$

(2) - í âî äí î ðî äí î â óðàâí âí è â

$$kx - f(-v_0) = kz$$

$$z = x - \frac{f(-v_0)}{k}$$

$$\dot{z} = \dot{x} \quad \ddot{z} = \ddot{x}$$

$$\ddot{m}z + [h - f'(-v_0)]z + kz = 0 \quad \left| \frac{1}{m} \right.$$

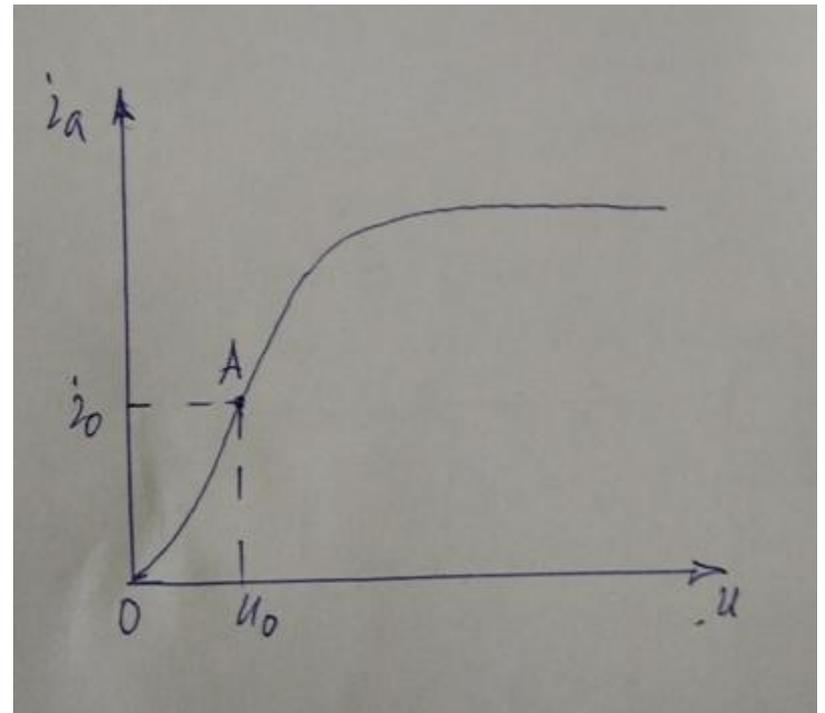
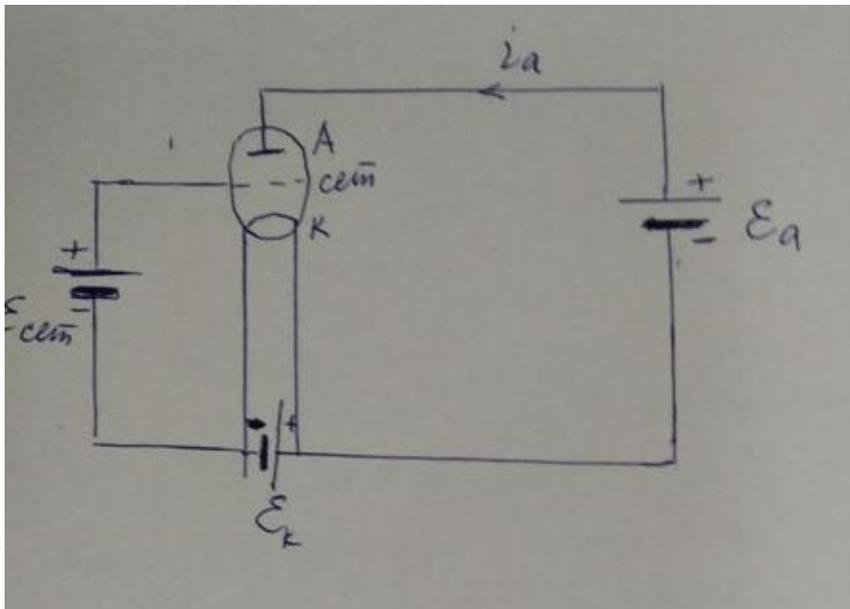
$$\ddot{z} + \frac{h - f'(-v_0)}{m} z + \frac{k}{m} z = 0$$

$$\frac{k}{m} = \omega_0^2 \quad \frac{h - f'(-v_0)}{m} = 2b$$

$$\ddot{z} + 2bz + \omega_0^2 z = 0 \quad (3)$$

$$\text{Si } f'(-v_0) > h, \text{ alors } b < 0$$

генератор электромагнитных колебаний



$$u = u_{\tilde{n}\tilde{a}0} + Du_a$$

$$u_{\tilde{n}\tilde{a}0} = \varphi_{\tilde{n}\tilde{a}0} - \varphi_{\hat{e}}$$

$$u_a = \varphi_a - \varphi_{\hat{e}}$$

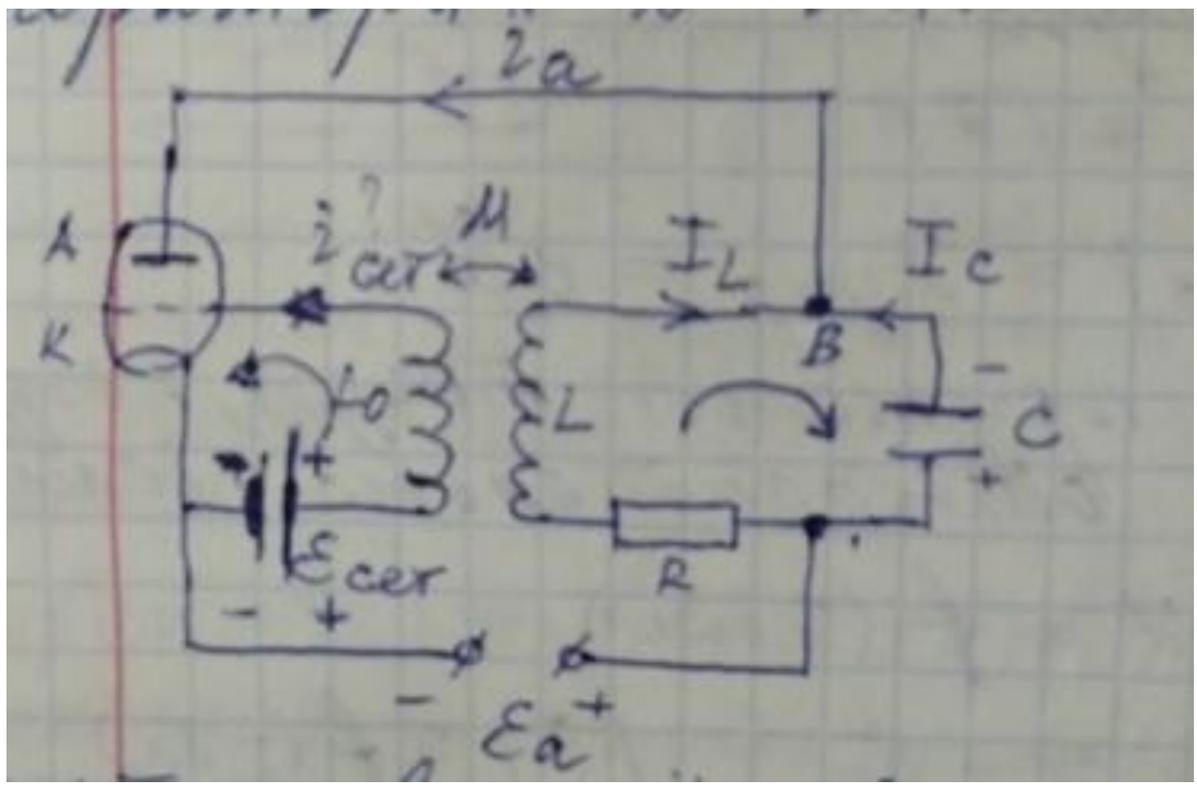
$$Du_a \boxtimes u_{\tilde{n}\tilde{a}0}$$

$$u = u_{\tilde{n}\tilde{a}0}$$

$$S = \frac{di_a}{du} - \hat{e}\check{\delta}o\grave{o}\grave{e}\check{\zeta}\acute{i} \grave{a} \tilde{n}\grave{a}o\acute{i} \div\acute{i} \hat{i} \acute{e} \tilde{o}\grave{a}\check{\delta}\grave{a}\hat{e}\grave{o}\grave{a}\check{\delta}\grave{e}\tilde{n}\grave{o}\grave{e}\hat{e}\grave{e}$$

$$A - \check{\delta}\grave{a}\acute{a}\hat{i} \div\grave{a}\grave{y} \grave{o}\hat{i} \div\hat{e}\grave{a}$$

$$\left. \frac{dS}{du} \right|_{u=u_0} = \left. \frac{d^2i_a}{du^2} \right|_{u=u_0} = 0 \quad \left. \frac{d^2S}{du^2} \right|_{u=u_0} = \left. \frac{d^3i_a}{du^3} \right|_{u=u_0} < 0$$



1-å ĩ ðàâèëî Êèððãîî ô à äëÿ óçëà Â

$$I_L + I_C = i_a$$

2-å ĩ ðàâèëî Êèððãîî ô à äëÿ êîëåãîî ï ãî

êîî ï òóðà

$$u_L + u_R - u_C = \varepsilon_{\text{èíä}}$$

$$u_L = \dot{L}I_L \quad u_R = RI_L \quad u_C = \frac{q}{C}$$

$$\varepsilon_{\text{èíä}} = \pm M \frac{di_{\text{ñò}}}{dt} \approx 0$$

$$\dot{L}I_L + RI_L - \frac{q}{C} = 0$$

$$\ddot{L}I_L + \dot{R}I_L - \frac{\dot{q}}{C} = 0$$

$$\dot{q} = I_C = i_a - I_L$$

$$\ddot{L}I_L + \dot{R}I_L + \frac{I_L}{C} = \frac{i_a}{C} \quad (4)$$

$$i_a = i_a(u)$$

$$i_a = i_a(u_0) + \left. \frac{di_a}{du} \right|_{u=u_0} (u - u_0) + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2i_a}{du^2} \right|_{u=u_0} (u - u_0)^2 + \\ + \frac{1}{6} \left. \frac{d^3i_a}{du^3} \right|_{u=u_0} (u - u_0)^3$$

$$i_a(u_0) = i_0 \quad \left. \frac{di_a}{du} \right|_{u=u_0} = S_0 \quad \left. \frac{d^2 i_a}{du^2} \right|_{u=u_0} = 0 \quad - \left. \frac{1}{6} \frac{d^3 i_a}{du^3} \right|_{u=u_0} = S_2 > 0$$

$$i_a = i_0 + S_0(u - u_0) + S_2(u - u_0)^3$$

2-å ĩ ðàâèëî Êèðõãî ô à äëÿ ñàòî ÷í î é öäĭ è

$$u_{L_0} + u_{\text{ñàò}} = \varepsilon_{\text{ñàò}} + \varepsilon'_{\text{èí ä}}$$

$$u_{L_0} = L_0 \frac{di_{\text{càò}}}{dt} \approx 0$$

$$\varepsilon'_{\text{èí ä}} = \pm \dot{M}I_L$$

$$u = u_{\text{ñàò}} = \varepsilon_{\text{ñàò}} \pm \dot{M}I_L$$

ĭ ðè î õóòõòàèè êî äääáí èé $I_L = 0$ $u = u_0$

$$\varepsilon_{\text{ñàò}} = u_0$$

$$u - u_0 = \pm M \dot{I}_L$$

$$i_a = i_0 \pm MS_0 \dot{I}_L \boxtimes M^3 S_2 \dot{I}_L^3$$

$$\ddot{L}I_L + \dot{R}I_L + \frac{I_L}{C} = \frac{i_a}{C} \quad (4)$$

$$\ddot{L}I_L + \left(R \boxtimes \frac{MS_0}{C} \right) \dot{I}_L \pm \frac{M^3 S_2 \dot{I}_L^3}{C} + \frac{I_L}{C} = \frac{i_0}{C} \quad (5)$$

$$z(t) = I_L(t) - i_0$$

$$\dot{z} = \dot{I}_L \quad \ddot{z} = \ddot{I}_L$$

$$\dot{L}z + \left(R \boxtimes \frac{MS_0}{C} \right) z \pm \frac{M^3 S_2 \dot{z}^3}{C} + \frac{z}{C} = 0 \quad (6) \quad \left| \frac{1}{L} \right.$$

- Следующая лекция 21 сентября
- Код wzn-ttpr-zzd

Практические занятия по
Проектной разработке
программного обеспечения по
средам 2 пары с 11 час. 30
МИН.

- Группа делится на 2 подгруппы.

Подгруппа, которая занимается по нечетным неделям

1. Бижикин
2. Бильков
3. Бородихин
4. Вдовина
5. Гладков
6. Граф
7. Жусупов
8. Каржановский
9. Кукузей
10. Кульбов
11. Кусков
12. Михеева
13. Попова

Подгруппа, которая занимается по четным неделям

1. Мищенко
2. Федоров
3. Фролов
4. Моторная
5. Хмельницкий
6. Егошин
7. Рябцева
8. Сысоев
9. Лопандин
10. Избышев
11. Никитин
12. Демин
13. Гаськов