Лекция 3

Затухающий гармонический осциллятор

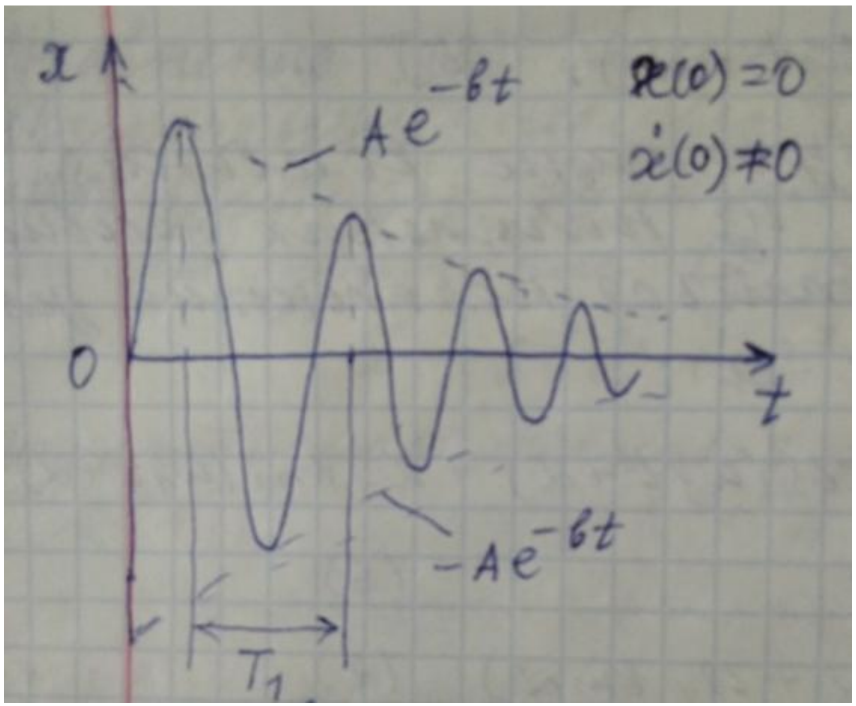
$$\ddot{x} + 2b\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \qquad (1)$$

Ñëó÷àé 1) Ñëàáî å çàòóõàí èå $b < \omega_0$

$$x(t) = Ae^{-bt}\cos(\omega_1 t + \alpha) \qquad (5)$$

$$\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - b^2}$$

Время релаксации. Логарифмический декремент затухания



$$T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} - \text{условный период}$$

$$A_m = Ae^{-bt} \qquad (10)$$

$$\tau = \frac{1}{b} - \text{время релаксации}$$

$\theta = bT_1 -$ логарифмический декремент затухания

$$\frac{A_m(t)}{A_m(t+T_1)} = \frac{Ae^{-bt}}{Ae^{-b(t+T_1)}} = e^{bT_1} = e^{\theta}$$

Добротность

$$Q = \frac{\pi}{\theta}$$

$$Q = \frac{\pi}{bT_1} = \frac{\omega_1}{2b} = \frac{1}{2b}\sqrt{\omega_0^2 - b^2}$$

при малом затухании b **много меньше** ω_0

$$Q = \frac{\omega_0}{2b}$$

Энергия пружинного маятника

$$W = W_{\text{кин}} + W_{\text{пот}}$$

$$W_{\text{кин}} = \frac{m\dot{x}^2}{2}$$

$$W_{\text{пот}} = W_{\text{пот1}} + W_{\text{пот2}}$$

$$W_{\text{пот}1} = -mgx$$

$$W_{\text{пот}2} = \frac{k(x+\Delta x)^2}{2} - \frac{k\Delta x^2}{2} = \frac{kx(x+2\Delta x)}{2}$$

$$W_{\text{пот}} = x\left(-mg + \frac{kx}{2} + k\Delta x\right) = \frac{kx^2}{2}$$

$$W = \frac{m\dot{x}^2}{2} + \frac{kx^2}{2}$$

при малом затухании

при $\dot{x} = 0 \quad x \approx \pm A_m$

$$W = \frac{kA_m^2}{2} = \frac{kA^2}{2}e^{-2bt}$$

$$W_0 = \frac{kA^2}{2}$$

$$W(t) = W_0 e^{-2bt}$$

$$\Delta W = W(t) - W(t + T_1)$$

$$\frac{\Delta W}{W(t)} = \frac{W_0 e^{-2bt} - W_0 e^{-2b(t+T_1)}}{W_0 e^{-2bt}} = 1 - e^{-2bT_1} = 1 - e^{-2\theta}$$

$$e^{-2\theta} \approx 1 - 2\theta$$

$$\frac{\Delta W}{W(t)} = 2\theta$$

$$Q = \frac{\pi}{\theta} = \frac{2\pi W}{\Delta W}$$

Ñëó÷àé 2) Ñèëüíîå çàòóõàíèå $b > \omega_0$

$\dot{x} + 2bx + \omega_0^2 x = 0 \qquad (1)$

$\lambda^2 + 2b\lambda + \omega_0^2 = 0 \qquad (3)$

(3) – õàðàêòåðèñòè÷åñêîå óðàâíåíèå

$\lambda_{1,2} = -b \pm \sqrt{b^2 - \omega_0^2}$

$x(t) = B_1 e^{\lambda_1 t} + B_2 e^{\lambda_2 t} \qquad (4)$

(4) – îáùåå ðåøåíèå äèô. óðàâíåíèÿ (1)

Ïðè $b > \omega_0$ λ_1 è λ_2 âåùåñòâåííû

$\lambda_1 < 0 \quad \lambda_2 < 0$

B_1 è B_2 – âåùåñòâåííûå ïîñòîÿííûå

$t \to \infty \qquad x(t) \to 0$

Линейные системы с «отрицательным» трением

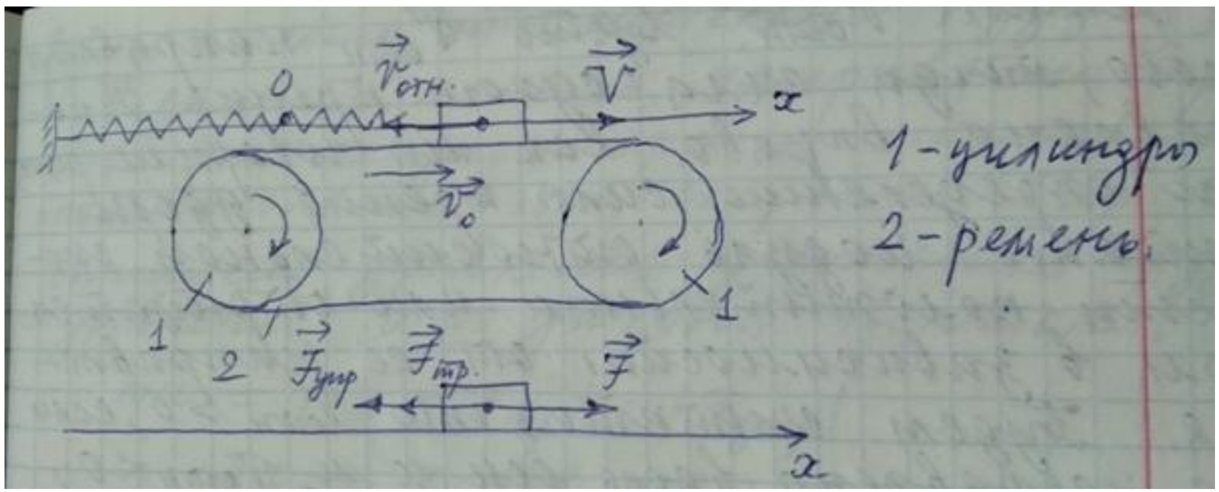
$$\ddot{x} + 2b\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \qquad (1)$$

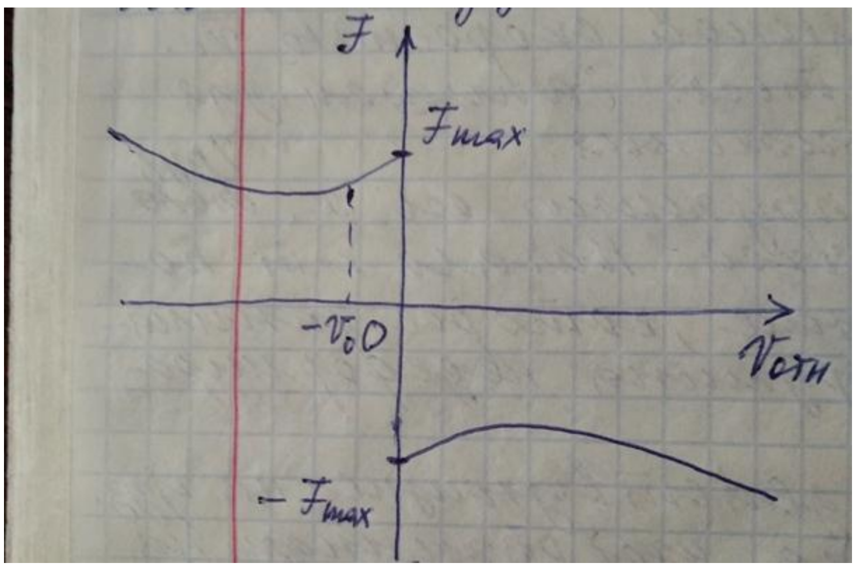
$$2b = \frac{h}{m} > 0 \quad \text{èëè} \quad 2b = \frac{R}{L} > 0$$

Åñëè $b < 0$, ñèñòåì à í àçû âàåòñÿ

ñèñòåì î é ñ "î òðèöàòåëüí û ì " òðåí èåì

Пример механической системы с «отрицательным» трением





$$F = f(\text{v}_{\text{î òí}})$$

$$m\ddot{x} = |F| - |F_{\text{òð}}| - |F_{\text{óï ð}}|$$

$$F > 0$$

$$|F| = F = f(\mathrm{v}_{\text{î òí}})$$

$$V = \dot{x} > 0 \qquad F_{\text{òð}} < 0$$

$$|F_{\text{òð}}| = -F_{\text{òð}} = hV = h\dot{x}$$

$$F_{\text{óï ð}} > 0$$

$$|F_{\text{óï ð}}| = F_{\text{óï ð}} = kx$$

$$m\ddot{x} = f(\mathrm{v}_{\text{î òí}}) - h\dot{x} - kx \qquad (1)$$

$$\vec{V} = \vec{\mathrm{v}}_{\text{î òí}} + \vec{\mathrm{v}}_0$$

$$|V| = -|\mathrm{v}_{\text{î òí}}| + \mathrm{v}_0$$

$$|V| = V = \dot{x}$$

$$|\mathrm{v}_{\text{î òí}}| = -\mathrm{v}_{\text{î òí}}$$

$$\dot{x} = \mathrm{v}_{\text{î òí}} + \mathrm{v}_0$$

$$\mathrm{v}_{\text{î òí}} = \dot{x} - \mathrm{v}_0$$

$$F = f(\mathrm{v}_{\text{î òí}}) = f(\dot{x} - \mathrm{v}_0) = f(-\mathrm{v}_0) + f'(-\mathrm{v}_0)\dot{x}$$

$$f'(-\mathrm{v}_0) > 0$$

$$m\ddot{x} = f(-\mathrm{v}_0) + f'(-\mathrm{v}_0)\dot{x} - h\dot{x} - kx$$

$$m\ddot{x} + [h - f'(-\mathrm{v}_0)]\dot{x} + kx = f(-\mathrm{v}_0) \qquad (2)$$

(2) – í åî äí î ðî äí î å óðàâí åí èå

$$kx - f(-\mathrm{v}_0) = kz$$

$$z = x - \frac{f(-\mathrm{v}_0)}{k}$$

$$\dot{z} = \dot{x} \qquad \ddot{z} = \ddot{x}$$

$$m\ddot{z} + [h - f'(-\mathrm{v}_0)]\dot{z} + kz = 0 \qquad \left|\frac{1}{m}\right.$$

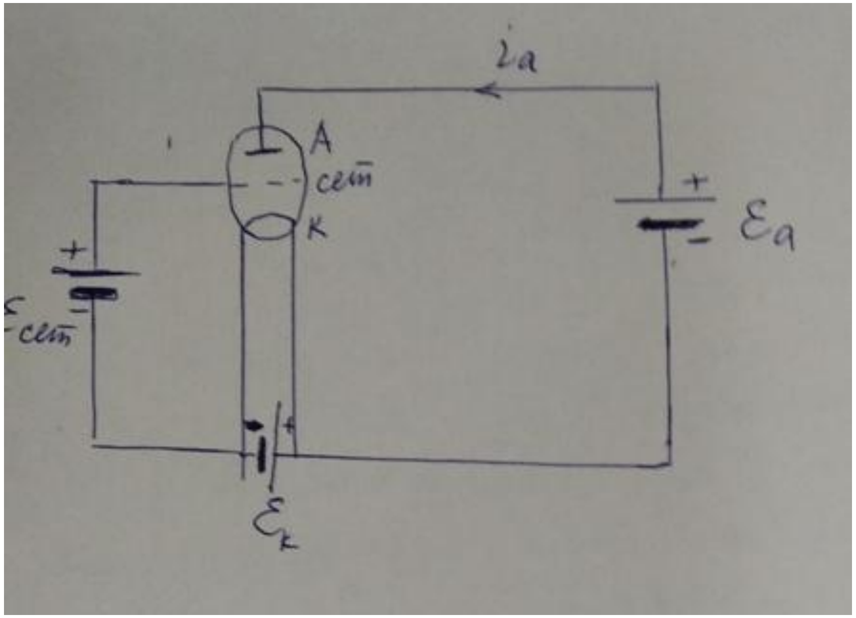
$$\ddot{z} + \frac{h - f'(-\mathrm{v}_0)}{m}\dot{z} + \frac{k}{m} z = 0$$

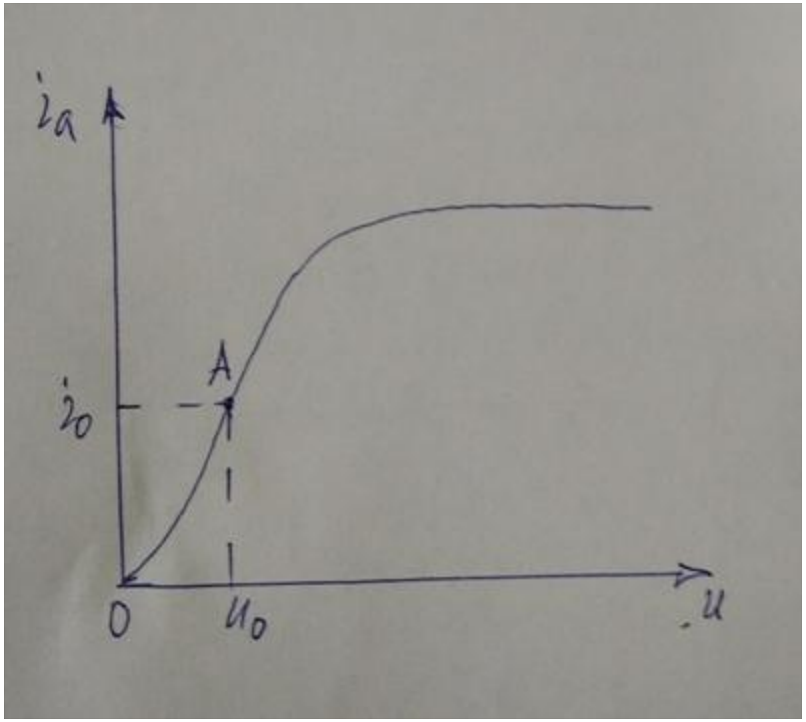
$$\frac{k}{m} = \omega_0^2 \qquad \frac{h - f'(-\mathrm{v}_0)}{m} = 2b$$

$$\ddot{z} + 2b\dot{z} + \omega_0^2 z = 0 \qquad (3)$$

åñëè $f'(-\mathrm{v}_0) > h$, òî $b < 0$

генератор электромагнитных колебаний





$$u = u_{\text{ñåò}} + Du_a$$

$$u_{\text{ñåò}} = \varphi_{\text{ñåò}} - \varphi_{\hat{e}}$$

$$u_a = \varphi_a - \varphi_{\hat{e}}$$

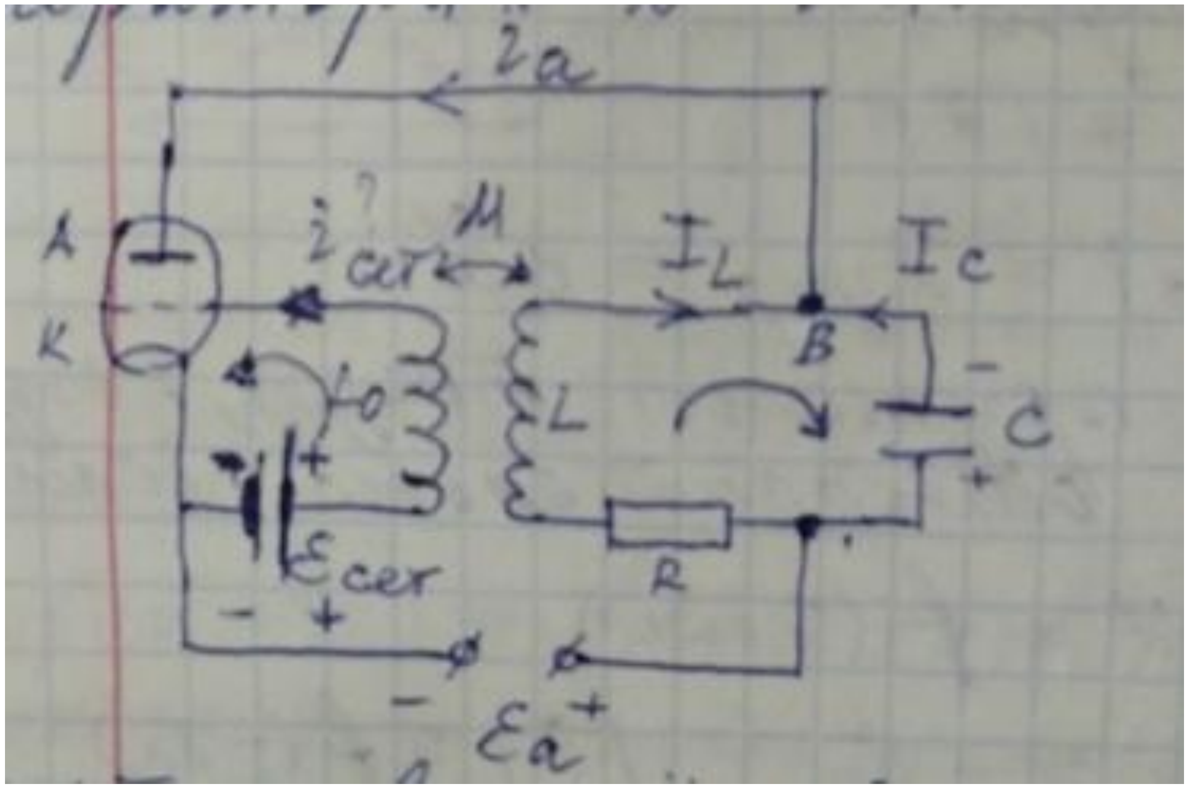
$$Du_a \ll u_{\text{ñåò}}$$

$$u = u_{\text{ñåò}}$$

$$S = \frac{di_a}{du} - \text{êðóòèçíà ñåòî÷íîé õàðàêòåðèñòèêè}$$

$$A - \text{ðàáî÷àÿ òî÷êà}$$

$$\left.\frac{dS}{du}\right|_{u=u_0} = \left.\frac{d^2 i_a}{du^2}\right|_{u=u_0} = 0 \qquad \left.\frac{d^2 S}{du^2}\right|_{u=u_0} = \left.\frac{d^3 i_a}{du^3}\right|_{u=u_0} < 0$$



i_a
А
К
$i_{сет}$
М
I_L
I_C
В
L
C
R
$\varepsilon_{сет}$
ε_a

1-å ï ðàâèëî Êèðõãîôà äëÿ óçëà Â

$$I_L + I_C = i_a$$

2-å ï ðàâèëî Êèðõãîôà äëÿ êîëåáàòåëüíîãî êîíòóðà

$$u_L + u_R - u_C = \varepsilon_{\text{èíä}}$$

$$u_L = \dot{L} I_L \quad u_R = R I_L \quad u_C = \frac{q}{C}$$

$$\varepsilon_{\text{èíä}} = \pm M \frac{di_{\text{ñåò}}}{dt} \approx 0$$

$$\dot{L} I_L + R I_L - \frac{q}{C} = 0$$

$$\ddot{L}I_L + \dot{R}I_L - \frac{\dot{q}}{C} = 0$$

$$\dot{q} = I_C = i_a - I_L$$

$$\ddot{L}I_L + \dot{R}I_L + \frac{I_L}{C} = \frac{i_a}{C} \qquad (4)$$

$$i_a = i_a(u)$$

$$i_a = i_a(u_0) + \left.\frac{di_a}{du}\right|_{u=u_0} (u - u_0) + \frac{1}{2}\left.\frac{d^2 i_a}{du^2}\right|_{u=u_0} (u - u_0)^2 +$$

$$+ \frac{1}{6}\left.\frac{d^3 i_a}{du^3}\right|_{u=u_0} (u - u_0)^3$$

$$i_a(u_0) = i_0 \qquad \left.\frac{di_a}{du}\right|_{u=u_0} = S_0 \qquad \left.\frac{d^2 i_a}{du^2}\right|_{u=u_0} = 0 \qquad -\frac{1}{6}\left.\frac{d^3 i_a}{du^3}\right|_{u=u_0} = S_2 > 0$$

$$i_a = i_0 + S_0(u-u_0) + S_2(u-u_0)^3$$

2-å ï ðàâèëî Êèðõãîôà äëÿ ñåòî÷íîé öåïè

$$u_{L_0} + u_{\text{ñåò}} = \varepsilon_{\text{ñåò}} + \varepsilon'_{\text{èíä}}$$

$$u_{L_0} = L_0 \frac{di_{\text{cåò}}}{dt} \approx 0$$

$$\varepsilon'_{\text{èíä}} = \pm \dot{M} I_L$$

$$u = u_{\text{ñåò}} = \varepsilon_{\text{ñåò}} \pm \dot{M} I_L$$

ïðè îòñóòñòâèè êîëåáàíèé $\dot{I}_L = 0$ $u = u_0$

$$\varepsilon_{\text{ñåò}} = u_0$$

$$u - u_0 = \pm M\dot{I}_L$$

$$i_a = i_0 \pm MS_0\dot{I}_L \mp M^3 S_2 \dot{I}_L^3$$

$$L\ddot{I}_L + R\dot{I}_L + \frac{I_L}{C} = \frac{i_a}{C} \qquad (4)$$

$$L\ddot{I}_L + \left(R \mp \frac{MS_0}{C} \right)\dot{I}_L \pm \frac{M^3 S_2}{C}\dot{I}_L^3 + \frac{I_L}{C} = \frac{i_0}{C} \qquad (5)$$

$$z(t) = I_L(t) - i_0$$

$$\dot{z} = \dot{I}_L \quad \ddot{z} = \ddot{I}_L$$

$$L\ddot{z} + \left(R \mp \frac{MS_0}{C} \right)\dot{z} \pm \frac{M^3 S_2}{C}\dot{z}^3 + \frac{z}{C} = 0 \qquad (6) \quad \left| \frac{1}{L} \right.$$

- Следующая лекция 21 сентября
- Код wzn-ttpr-zzd

Практические занятия по Проектной разработке программного обеспечения по средам 2 пары с 11 час. 30 мин.

- Группа делится на 2 подгруппы.

Подгруппа, которая занимается по нечетным неделям

1. Бижикин
2. Бильков
3. Бородихин
4. Вдовина
5. Гладков
6. Граф
7. Жусупов
8. Каржановский
9. Кукузей
10. Кульбов
11. Кусков
12. Михеева
13. Попова

Подгруппа, которая занимается по четным неделям

1. Мищенко
2. Федоров
3. Фролов
4. Моторная
5. Хмельницкий
6. Егошин
7. Рябцева
8. Сысоев
9. Лопандин
10. Избышев
11. Никитин
12. Демин
13. Гаськов