

# ИССЛЕДОВАНИЕ ИНЕРЦИОННЫХ И МАССОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК НОВОЙ АРМАТУРНОЙ СЕТКИ



**Якимова Елизавета Ильинична,  
2 курс, магистратура,  
ФГБОУ ВО «Национальный  
исследовательский Московский  
государственный строительный  
университет (НИУ МГСУ)»  
тел. 8-914-945-00-75,  
[Liz652330@yandex.ru](mailto:Liz652330@yandex.ru)**



Научный руководитель Лебедев Владимир Валентинович,  
доктор технических наук, Заслуженный деятель науки и техники Московской области,  
тел. 8-903-184-45-31, 8-925-717-14-37, личный сайт [cfmo.ucoz.ru](http://cfmo.ucoz.ru) ,  
E-mail: [Lebedev\\_v\\_2010@mail.ru](mailto:Lebedev_v_2010@mail.ru)

Кружок «Юный физик – умелые руки», МБОУ «Гимназия №5»,  
город Королёв (Юбилейный), Московская область

# Стратегия научно-технологического развития Российской Федерации



## Большой вызов №7 (п.15ж Стратегии)

Необходимость эффективного освоения и использования пространства, в том числе путем преодоления диспропорций в социально-экономическом развитии территории страны, а также укрепление позиций России в области экономического, научного и военного освоения космического и воздушного пространства, Мирового океана, Арктики и Антарктики

## Приоритеты научно-технологического развития

П.20а) Переход к передовым цифровым, интеллектуальным производственным технологиям, роботизированным системам, **НОВЫМ материалам и способам конструирования**, создание систем обработки больших объемов данных, машинного обучения и искусственного интеллекта

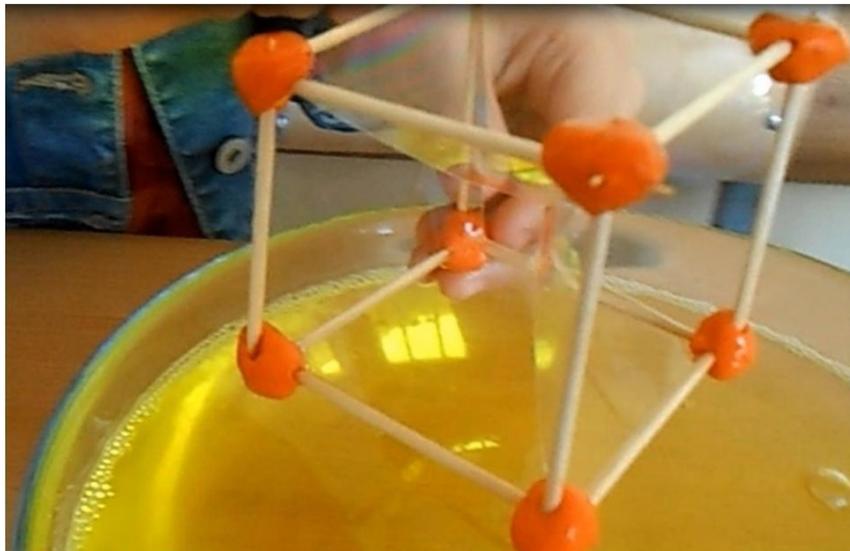
# Сначала благодарности!



**Драцкая Альбина Ивановна, 4 класс,  
в кружке со 2-го класса**



**Скворцова Анастасия Андреевна,  
2 курс МАИ (НИУ), выпускница  
кружка «Юный физик – умелые  
руки»**

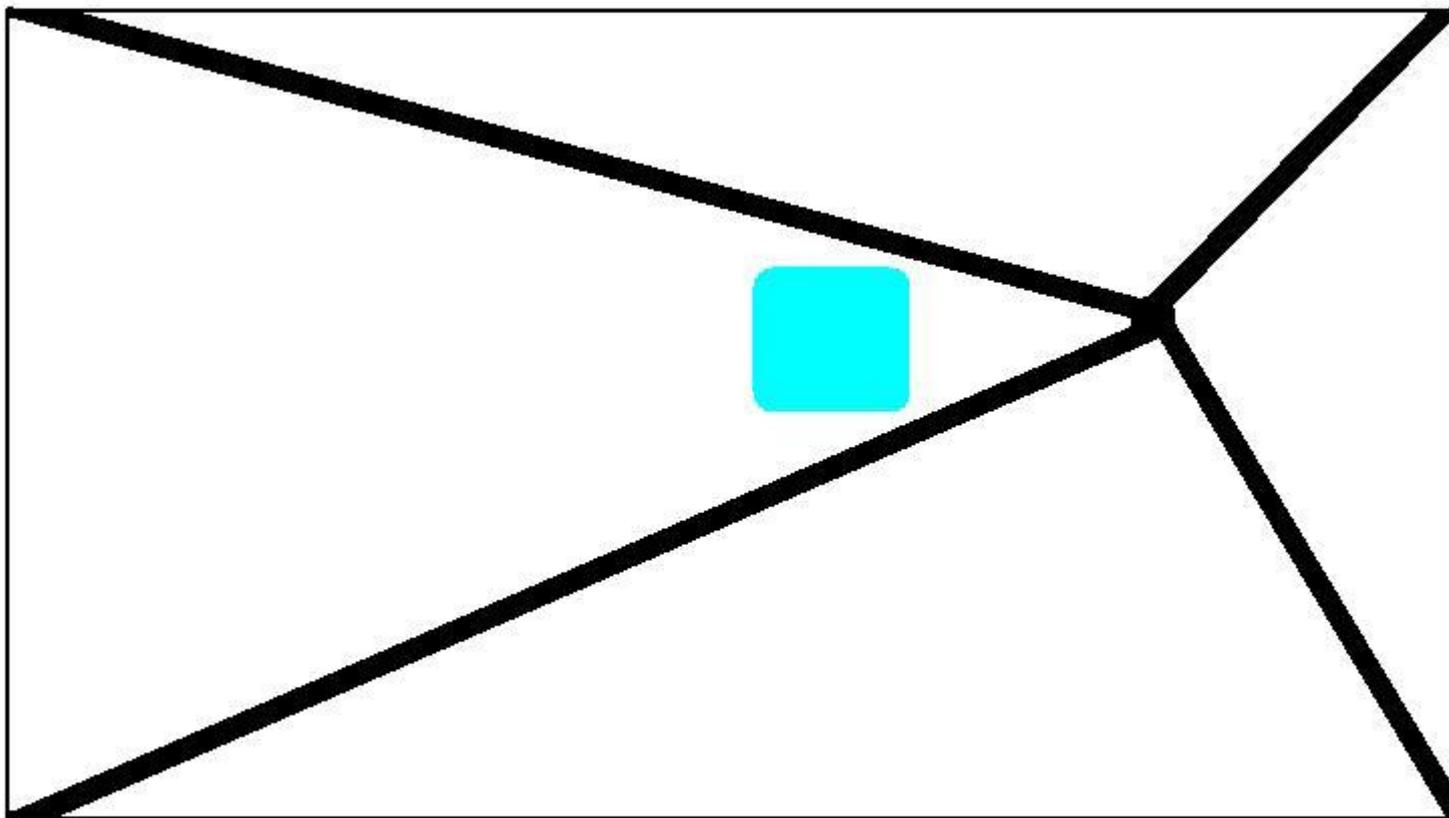


**Благотворительный фонд  
«Образование+»,  
Дроботов Виктор Борисович**

**Детская работа  
озадачила  
профессоров!**

# Содержательная формулировка задачи

Арматурный обход

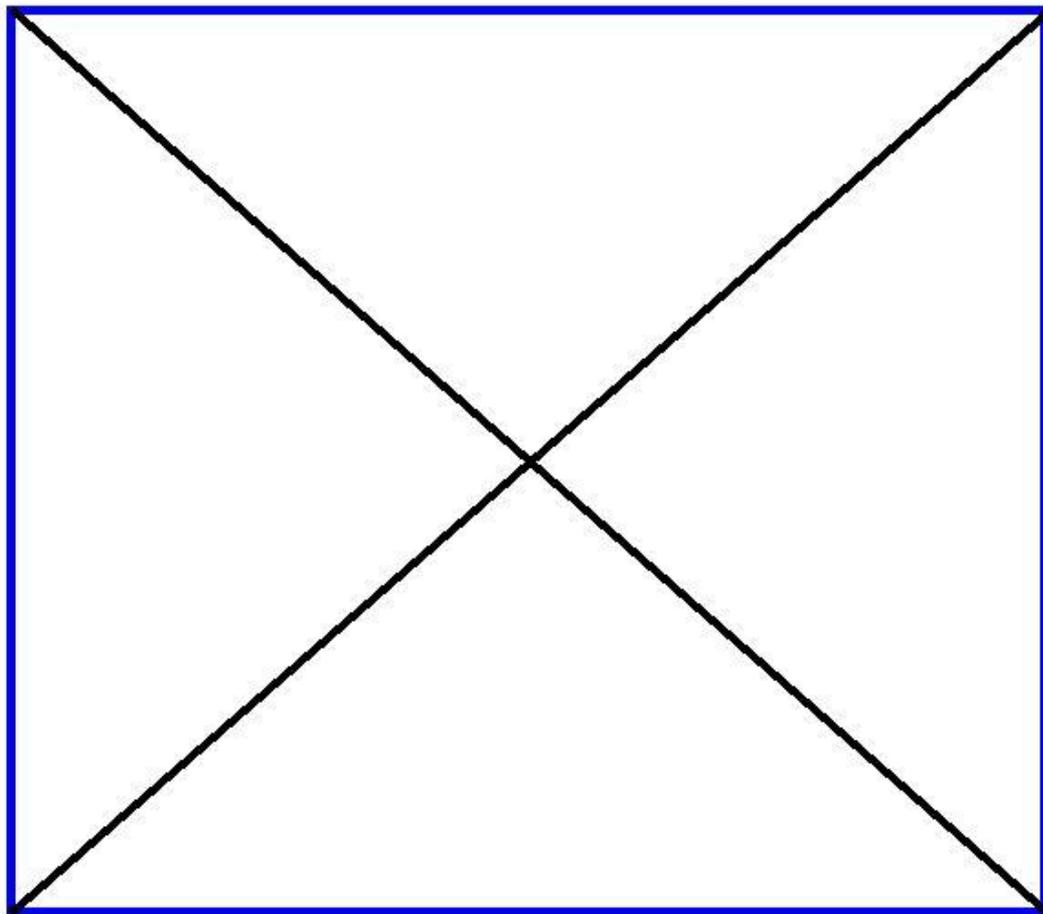


Насколько утяжелится конструкция?

# Общая характеристика работы

- Цель работы: предложить самую легкую конструкцию перекрытия арматурой квадратной или прямоугольной области
- Актуальность: увеличение размеров зданий, сооружений и конструкций, большой экономический эффект даже при малых относительных показателях
- Новизна работы: исследование конструкций методами дифференциального и вариационного исчисления, анализ «отрицательного» научного результата
- Практическая значимость: уменьшение массы конструкции, снижение стоимости, сокращение трудозатрат

Обсуждаем очевидный результат  
о перекрытии квадрата силовыми балками



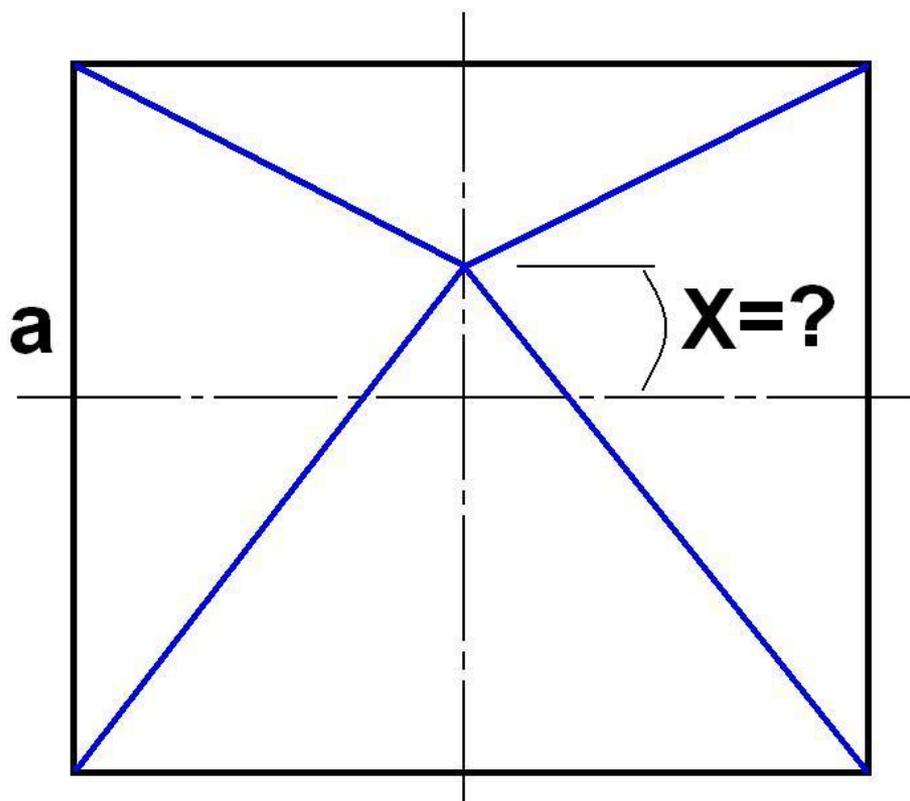
**Длина  
балок  
~2,8a**

Можно ли сократить длину балок,  
сделать перекрытие легче?

# Одномерная аналитическая задача

Целевая функция

$$L = 2\sqrt{(a/2+x)^2+(a/2)^2} + 2\sqrt{(a/2-x)^2+(a/2)^2}$$

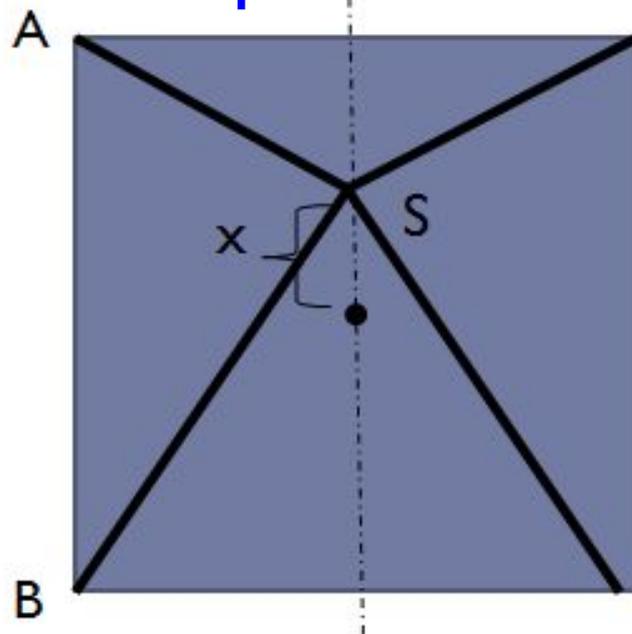


При каком значении отступа  $X$  от центра квадрата по оси симметрии длина балок перекрытия будет минимальной?

**Результат решения задачи:  $X=0$ .**

# Метод решения задачи – поиск экстремума (минимума) функции одной переменной

- Условие 1: Перекроем квадрат балками минимальной длины с опорой на вершинах
- Пусть  $a$  - сторона квадрата
- Точку пересечения сместим по оси на  $x$ . Вычислим длину  $L$  балок
- Ограничения  $x \in [0; a/2]$
- 0-нет смещения
- Условие вариации: точку  $S$  двигать по оси симметрии, не смещаясь с нее.
- Условие экстремума (необходимое)
- Достаточное условие минимума



$$L = 2(AS + BS) = 2\left(\sqrt{\frac{a^2}{4} + \left(\frac{a}{2} - x\right)^2} + \sqrt{\frac{a^2}{4} + \left(\frac{a}{2} + x\right)^2}\right) = L(x)$$

$$\frac{dL(x)}{dx} = 0 \qquad 2ax = 0 \qquad x = 0$$

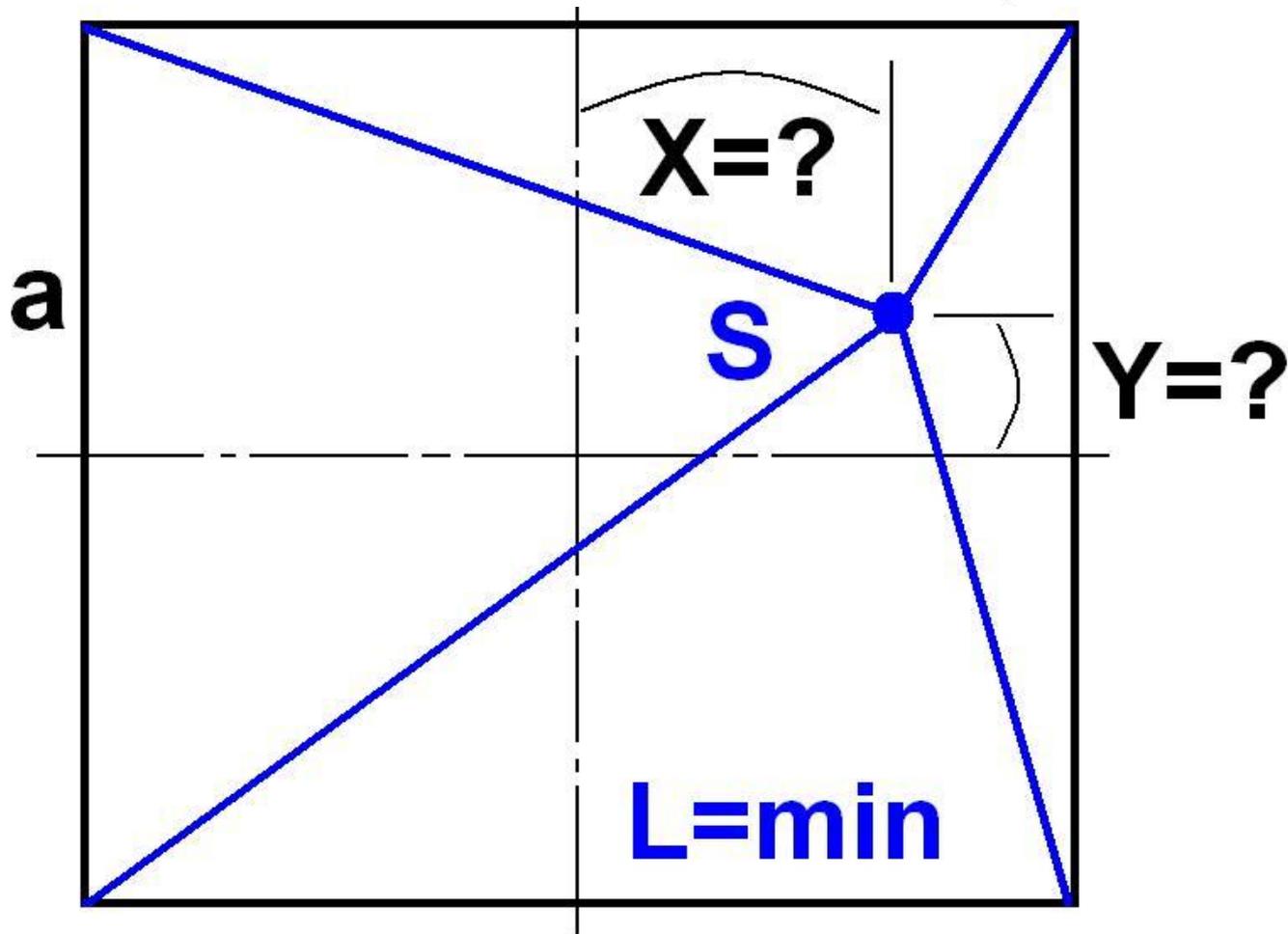


**Вывод.**

**Если точку  $S$  пересечения смещать по оси квадрата от центра, то длина перекрытий будет возрастать.**

# Двумерная аналитическая задача

Целевая функция  $L = \sqrt{(a/2+x)^2+(a/2+y)^2} + \sqrt{(a/2-x)^2+(a/2-y)^2} + \sqrt{(a/2-x)^2+(a/2+y)^2} + \sqrt{(a/2+x)^2+(a/2-y)^2}$



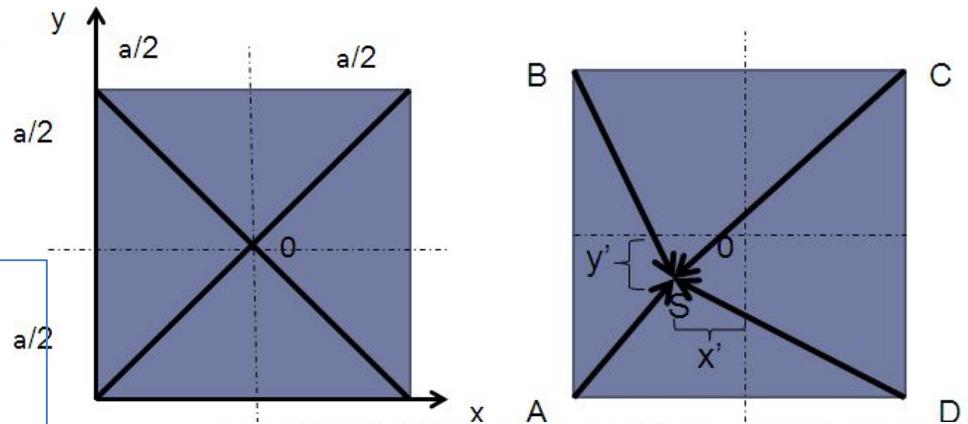
Результат решения задачи:  $X=0$ ;  $Y=0$ .

## Метод решения задачи (векторы, экстремум функции двух переменных)

- Условие 2: Перекроем квадрат балками минимальной длины с опорой на вершине и смещением по двум осям
- Пусть  $a$ -сторона квадрата
- Координаты точки  $s$ :  
 $s \in [x'; y']$
- 0-нет смещения

### Вывод

- Длина перекрытия



### Решение:

- 1) Координаты векторов:

$$\vec{AS} = \left(\frac{a}{2} - x'; \frac{a}{2} - y'\right) \quad \vec{DS} = \left(-\frac{a}{2} - x'; \frac{a}{2} - y'\right)$$

$$\vec{BS} = \left(\frac{a}{2} - x'; -\frac{a}{2} - y'\right) \quad \vec{CS} = \left(-\frac{a}{2} - x'; -\frac{a}{2} - y'\right)$$

- 2) Нахождение длин векторов

$$|\vec{AS}| = \sqrt{\left(\frac{a}{2} - x'\right)^2 + \left(\frac{a}{2} - y'\right)^2}$$

- 3) Нахождение общей длины

$$L(x; y) = |\vec{AS}| + |\vec{DS}| + |\vec{CS}| + |\vec{BS}|$$

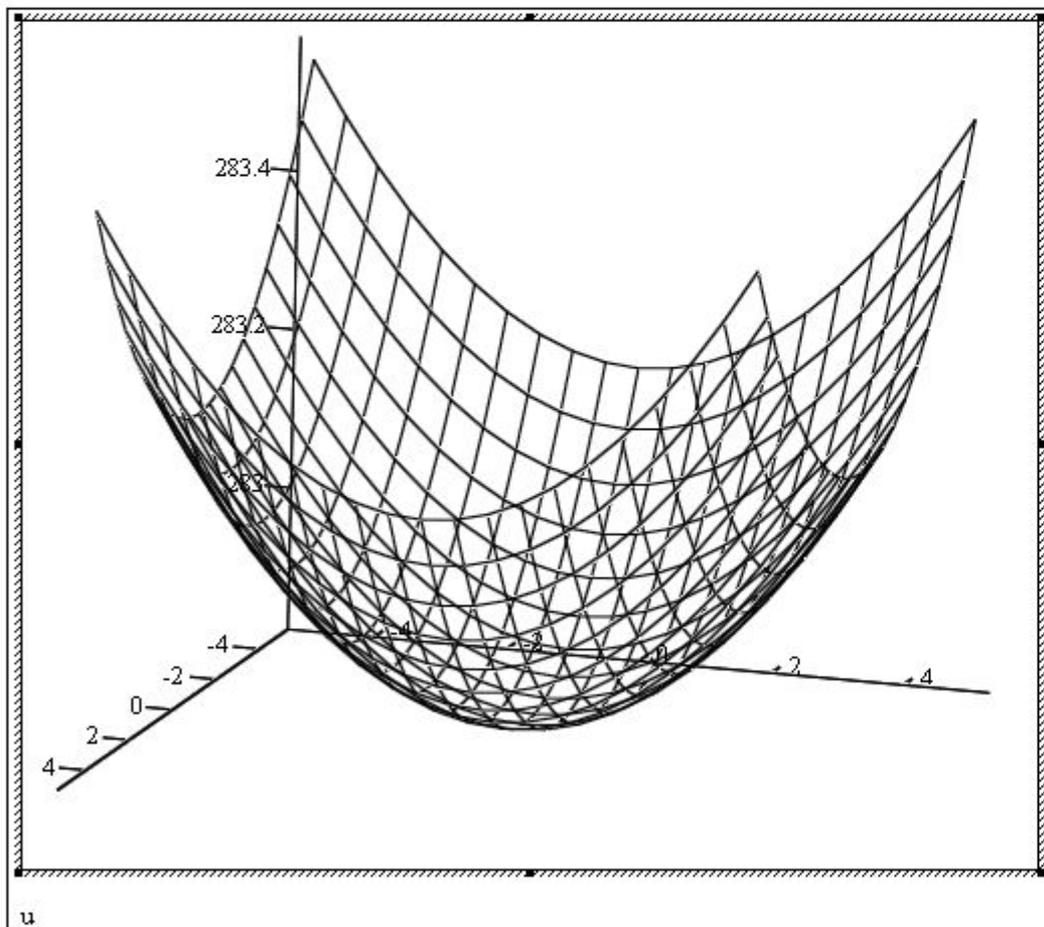
- 4) Используем условие экстремума (необходимое) для двух переменных

$$\begin{cases} \frac{dL(x; y)}{dx'} = 0 \\ \frac{dL(x; y)}{dy'} = 0 \end{cases}$$

# Моделирование длины (массы) перекрытий квадрата четырьмя балками

a := 100

$$u(x,y) := \sqrt{\left[\left(\frac{a}{2} - y\right)^2 + \left(\frac{a}{2} - x\right)^2\right]} + \sqrt{\left[\left(\frac{a}{2} - y\right)^2 + \left(\frac{a}{2} + x\right)^2\right]} + \sqrt{\left[\left(\frac{a}{2} + y\right)^2 + \left(\frac{a}{2} + x\right)^2\right]} + \sqrt{\left[\left(\frac{a}{2} + y\right)^2 + \left(\frac{a}{2} - x\right)^2\right]}$$



## Программа MathCAD-14



Mathcad 14 Rus.exe

**Свободное  
программное  
обеспечение**

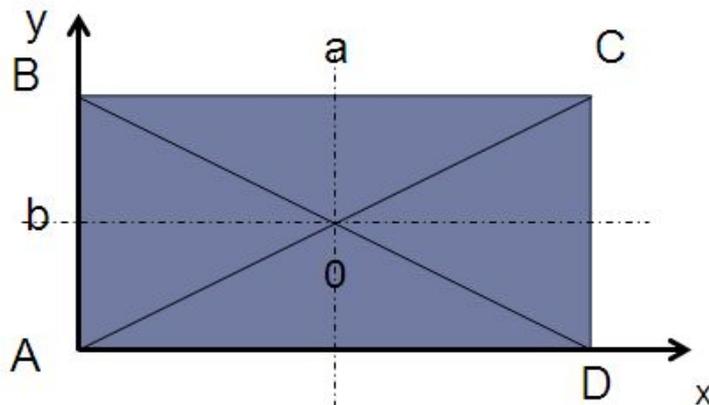
# Прямоугольник

- ▶ Условие 3: Перекроем прямоугольник балками минимальной длины с опорой на вершине и смещением по двум осям
- ▶ Пусть  $a$ -сторона квадрата
- ▶ Координаты точки  $S$ :  
 $s \in [x'; y']$
- ▶  $O$ -нет смещения

**Результат решения задачи:  $X=0$ ;  $Y=0$ .**

## Вывод

- ▶ Длина перекрытия возрастёт.



## Решение:

- ▶ 1) Координаты векторов:

$$\overline{BS} = \left(\frac{a}{2} - x'; -\frac{b}{2} - y'\right) \quad \overline{CS} = \left(-\frac{a}{2} - x'; -\frac{b}{2} - y'\right)$$

$$\overline{AS} = \left(\frac{a}{2} - x'; \frac{b}{2} - y'\right) \quad \overline{DS} = \left(-\frac{a}{2} - x'; \frac{b}{2} - y'\right)$$

- ▶ 2) Нахождение длин векторов

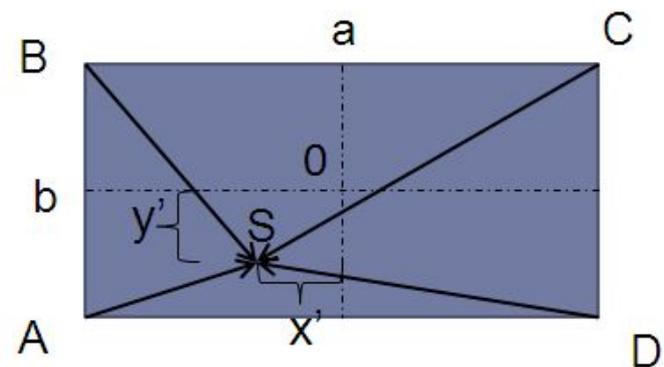
$$|\overline{AS}| = \sqrt{\left(\frac{a}{2} - x'\right)^2 + \left(\frac{b}{2} - y'\right)^2}$$

- ▶ 3) Нахождение общей длины

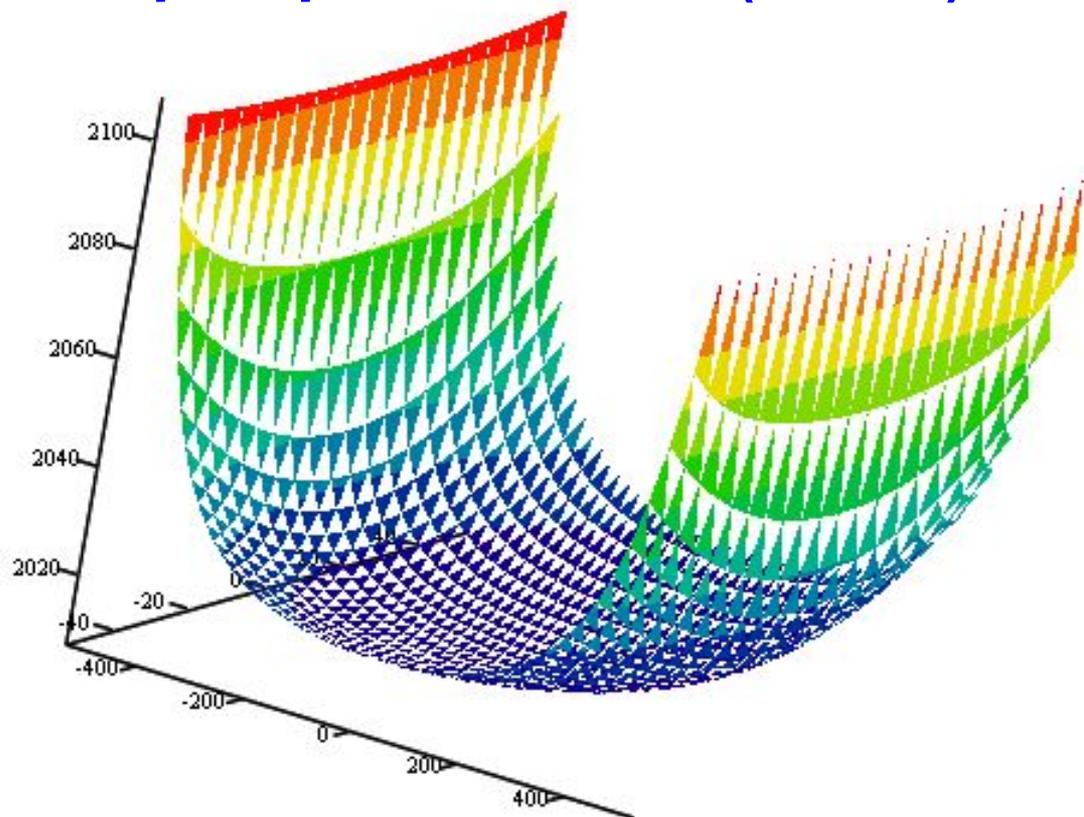
$$L(x; y) = |\overline{AS}| + |\overline{DS}| + |\overline{CS}| + |\overline{BS}|$$

- ▶ 4) Используем условие экстремума (необходимое) для двух переменных

$$\begin{cases} \frac{dL(x; y)}{dx'} = 0 \\ \frac{dL(x; y)}{dy'} = 0 \end{cases}$$



# «Отрицательный» результат для прямоугольника количественно определил проигрыш в длине (массе)

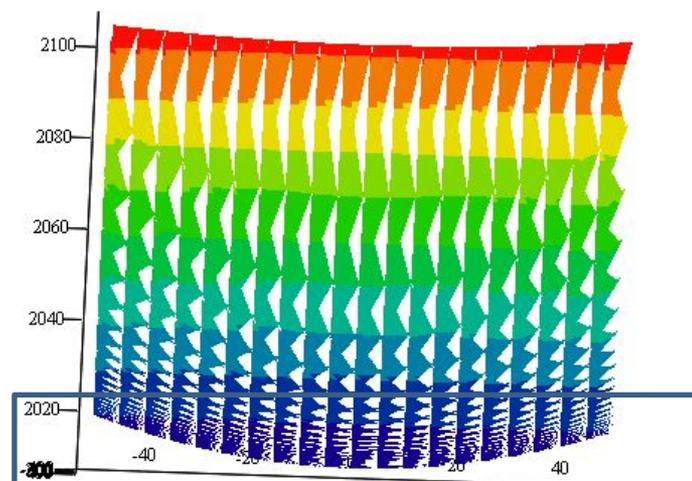
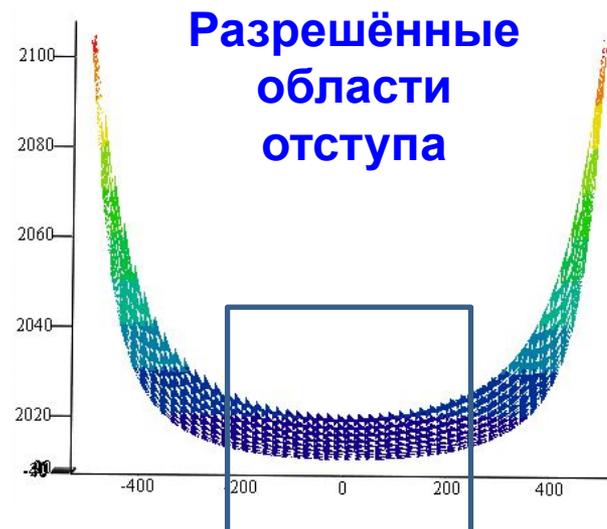


a := 100

b := 1000

[Ссылка на программное обеспечение](#)

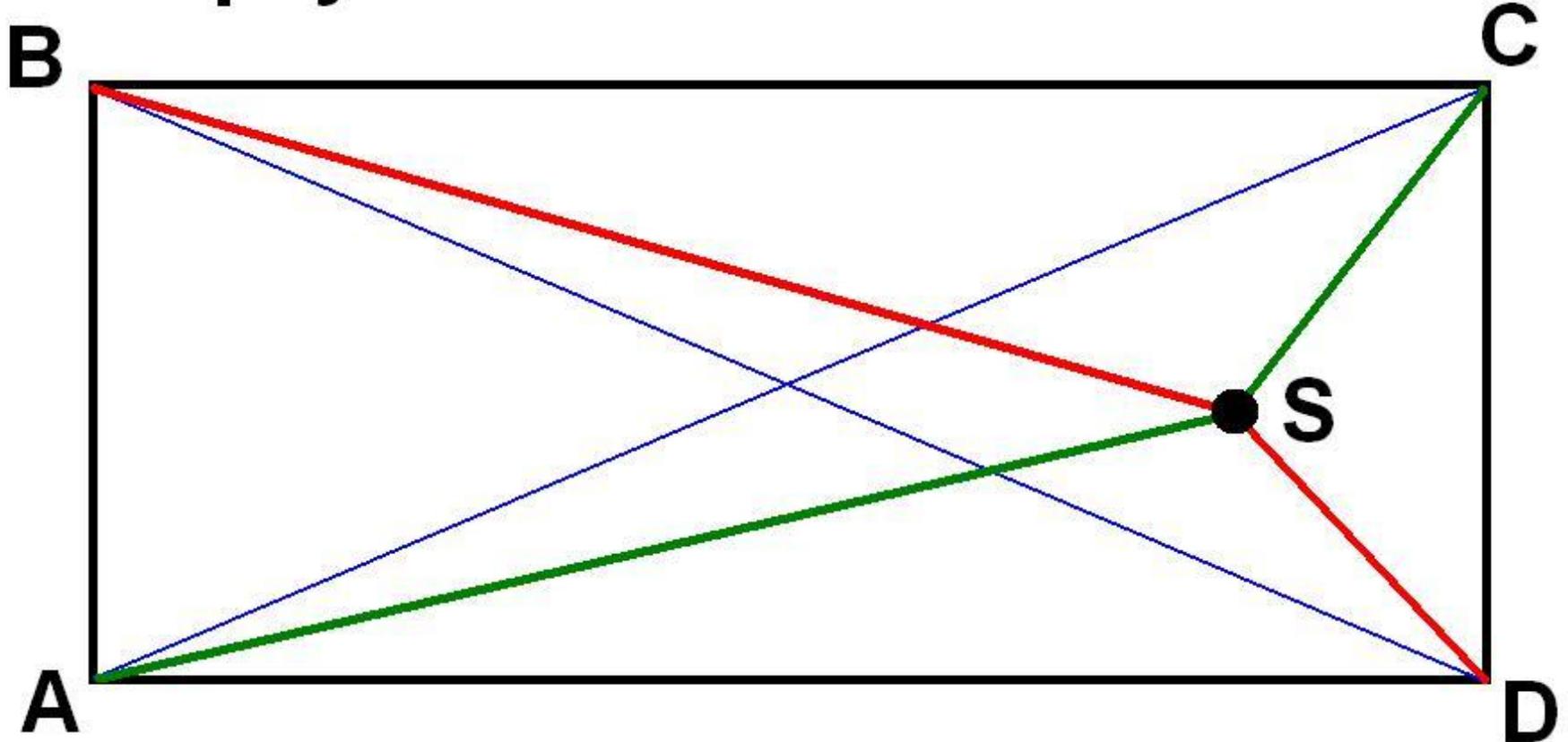
$$u(x, y) := \left[ \sqrt{\left[ \left( \frac{a}{2} - y \right)^2 + \left[ \left( \frac{b}{2} - x \right)^2 \right]} \right] + \left[ \sqrt{\left[ \left( \frac{a}{2} - y \right)^2 + \left( \frac{b}{2} + x \right)^2 \right]} \right] + \left[ \sqrt{\left( \frac{a}{2} + y \right)^2 + \left( \frac{b}{2} + x \right)^2} \right] + \left[ \sqrt{\left( \frac{a}{2} + y \right)^2 + \left[ \left( \frac{b}{2} - x \right)^2 \right]} \right]$$



Обоснование «отрицательного» результата  
методами элементарной геометрии

Неравенство  
треугольника

$$\begin{array}{l} BS+SD > BD \\ AS+SC > AC \end{array} \quad | +$$



$$AS+BS+CS+DS > AC+BD$$

# Аналитический метод решения задачи Драцкой А.И.

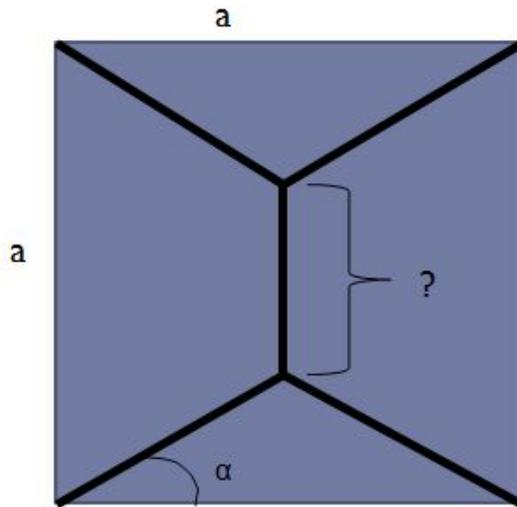
## Решени

- Рассмотрим задачу с пятью балками и найдем угол, при котором длина перемычки будет наименьшей.

(Драцкая Альбина Ивановна 3 кл.)

- Результаты Альбины Ивановны**

при  $\alpha = 30^\circ$   $L_{\text{перем.}} = 24$  см



- Вывод:**

Данная конструкция является более легкой, чем конструкция с диагональным пересечением балок

$$\Delta L = 0.09a \quad \frac{\Delta L}{L} \approx 0.032a \text{ (на 3% легче)}$$

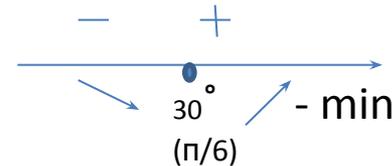
- Целевая функция

$$L(\alpha) = 4 * \frac{a}{2 * \cos \alpha} + a - 2 * \frac{a}{2} * \operatorname{tg} \alpha$$

- Необходимое условие  $\frac{dL(\alpha)}{d\alpha} = 0$

$$2 \sin \alpha - 1 = 0 \quad \alpha = 30^\circ$$

- Достаточное условие минимума



- Если  $\alpha = 30^\circ$ , то  $L = 25.4$  см

$$L_{\text{перем.}} = a - a * \operatorname{tg} 30^\circ = a(1 - \operatorname{tg} 30^\circ) \approx 0.423a$$

- Абсолютная ошибка

$$\Delta L = |24 - 25.4| = 1.4 \text{ см}$$

- Относительная ошибка

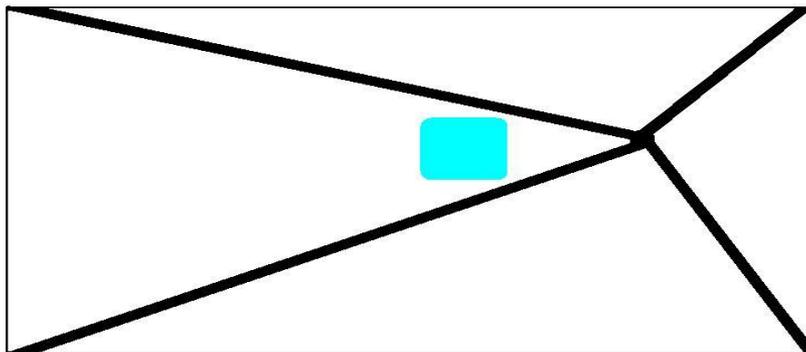
$$\eta = \frac{\Delta L}{L} = \frac{1.4}{25.4} = 0.056 \text{ см (5,6\%)}$$

- Сумма длин перемычек составила

$$L_{\min} = a * \left( \frac{2}{\cos 30^\circ} + 1 - \operatorname{tg} 30^\circ \right) \approx 2.73a$$

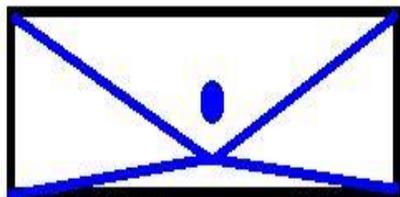
# Оптимальное или рациональное армирование строительных конструкций

Арматурный обход

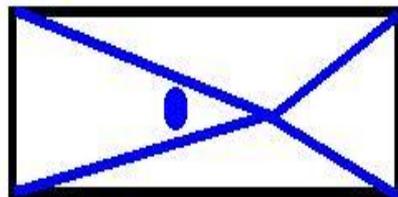


Насколько утяжелится конструкция?

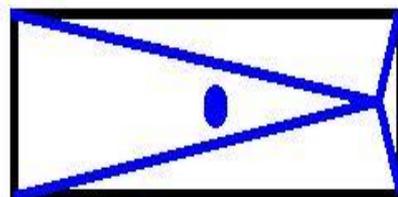
Квадратные и прямоугольные арматурные сетки технологичны, но не всегда рациональны



Можно

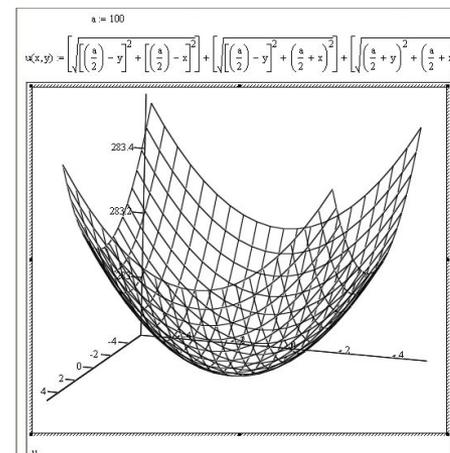


Можно

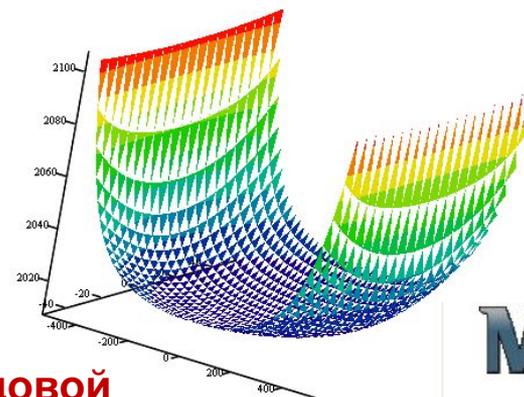


Нельзя

Сначала задачу решила аналитически



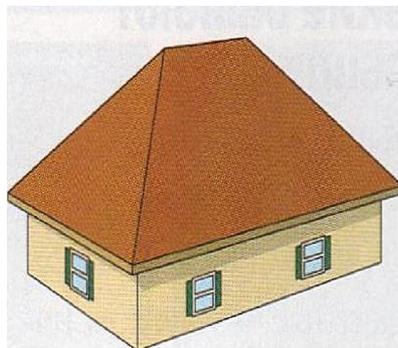
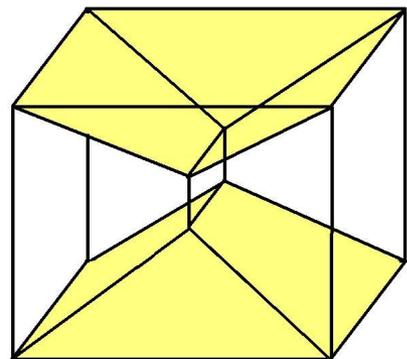
Потом применила численные методы



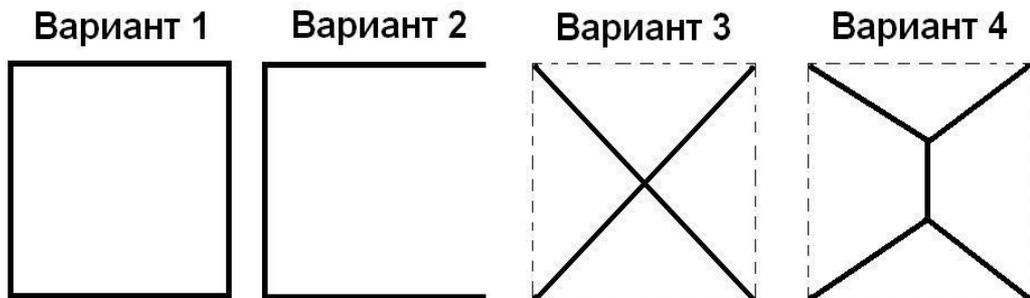
M

Вывод: надо применять армосетки А.И.Драцкой и А.А.Скворцовой

# Новые результаты



Вальмовая крыша  
с углом 45 градусов



4а

3а

~2,83а

~2,73а

Сравнение  
→  
с вариантом 1

**-25%**

**-29,2%**

**-31,7%**

Сравнение  
→  
с вариантом 2

**-5,6%**

**-9,0%**

Сравнение  
→  
с вариантом 3

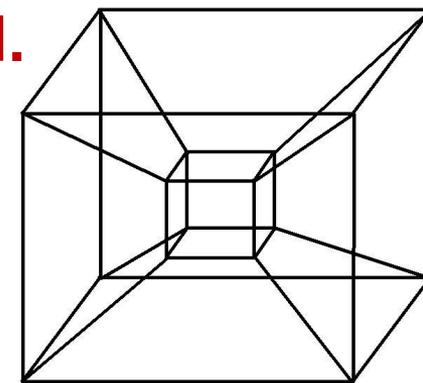
**-3,5%**

₽

Вывод:  
существенная  
экономия!



**Армосетки Драцкой А.И.  
и Скворцовой А.А.**



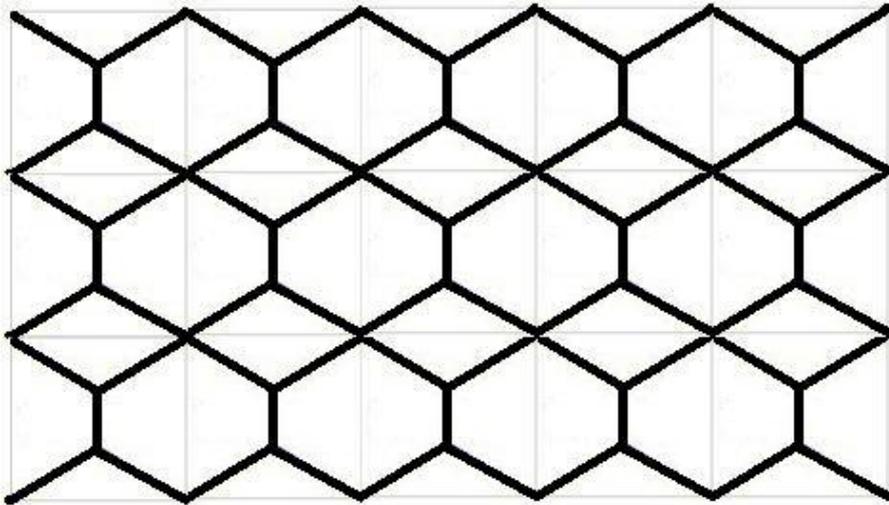
Перспектива работы  
из мыльных плёнок

Экономический эффект - сокращение расхода материала в плоских арматурных сетках на 3,2%.

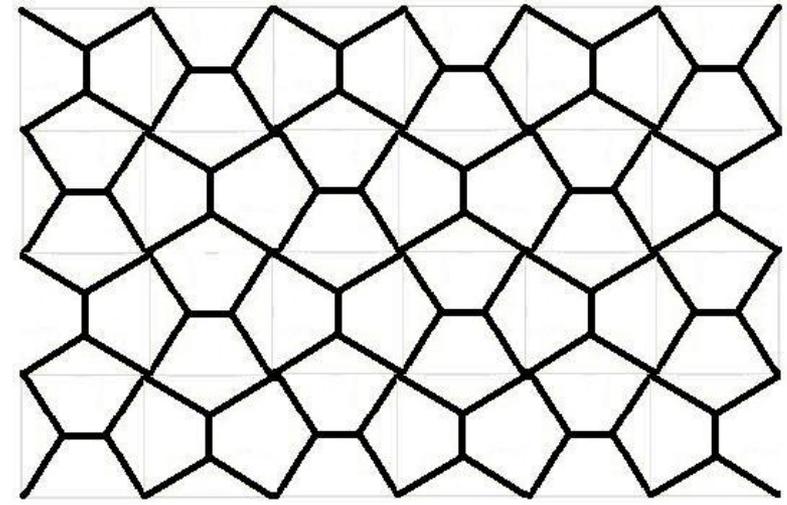
Для конструкции 2000 тонн («Буран») 640 тыс. руб. – сталь, 3,5 млн. руб. – алюминий, 16,9 млн. руб. – медь.

# Варианты нового промышленного инновационного продукта для патентования:

- 1) новое устройство,
- 2) новый способ,
- 3) новый материал,
- 4) новое применение известного устройства, способа, материала



Изотропная арматурная сетка

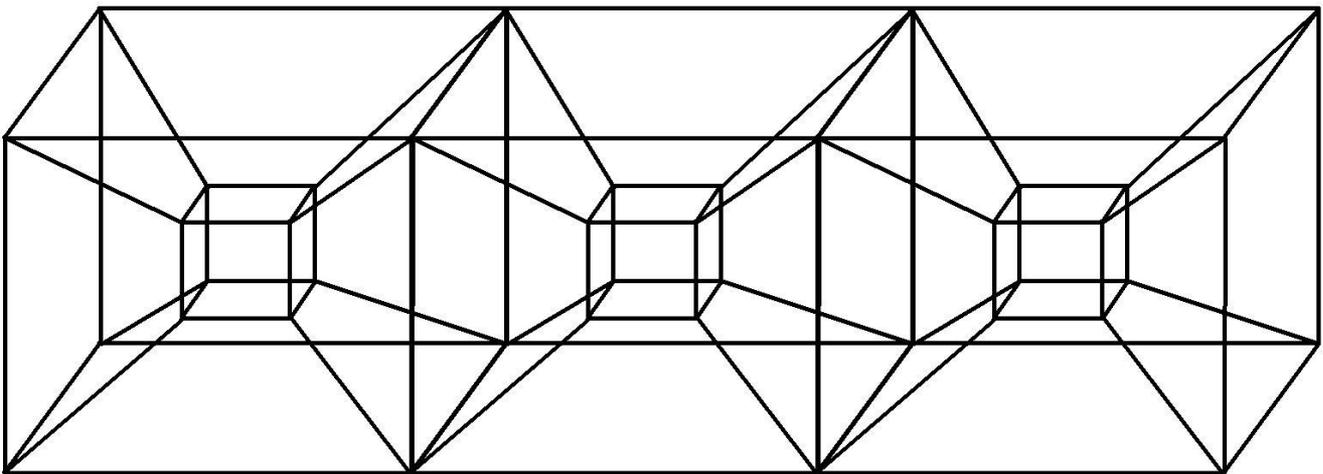
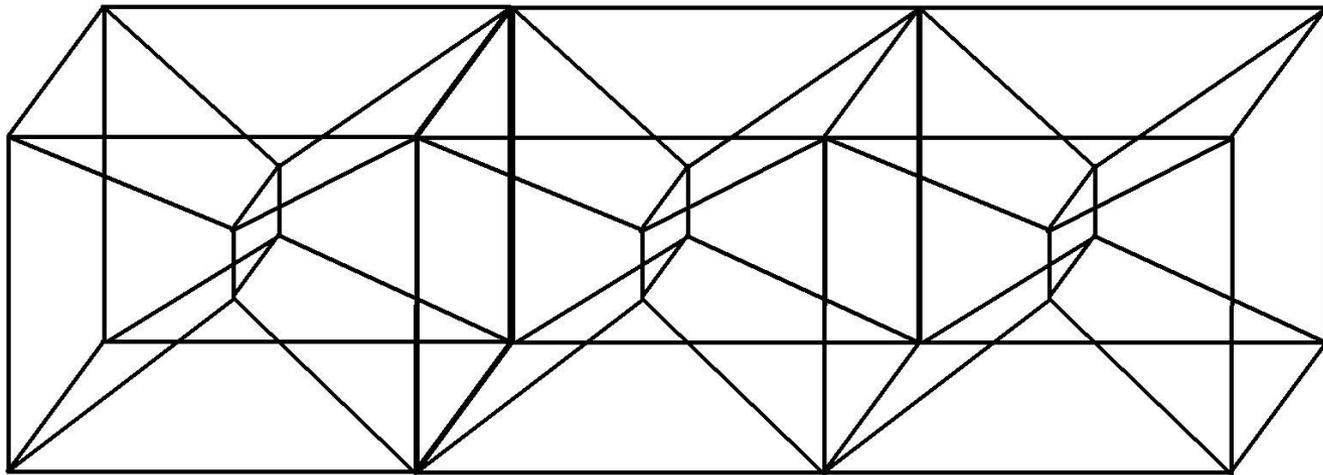


Анизотропная арматурная сетка

Предполагаемая основа для формулы изобретения:

новая арматурная сетка, содержащая силовые арматурные ячейки, отличающаяся тем, что **с целью уменьшения расхода материала** квадратные ячейки выполнены в форме ячеек Штейнера с пятью перемычками, четыре из которых одинаковые по длине, а пятая...

# Объёмное армирование – это работа А. И.Драцкой под моим руководством



# Выводы

1. Центральная точка пересечения всегда оптимальна для прямоугольной сетки
2. Отступ от центральной точки допускается для прямоугольников с большим удлинением.
3. Оптимальные перекрытия прямоугольных областей надо искать не с четырьмя, а с большим количеством балок, например, с пятью (задача А.И. Драцкой).
4. Новая арматурная сетка на основе квадратных ячеек Штейнера позволяет сократить расход металла на 3,5%.



# Основные публикации материалов работы

МГСУ-МИСИ (НИУ)

Нижний Новгород,  
Агентство  
стратегических  
инициатив,  
Фонд содействия  
инновациям

Троицк-Москва

МАИ (МАТИ) (НИУ)

ИПМех РАН им. А.  
Ю.Ишлинского

ИКИ РАН

Санкт-Петербургский  
Политех

ПАО РКК «Энергия»

1. Якимова Е.И. Минимизация силового арматурного перекрытия прямоугольной формы / Строительство — формирование среды жизнедеятельности. - Электронный ресурс: сборник трудов XX Международной межвузовской научно-практической конференции студентов, магистрантов, аспирантов и молодых ученых (26–28 апреля 2017 г., Москва). - М-во образования и науки Рос. Федерации, Нац. исследоват. Моск. гос. строит. ун-т. - Электрон. дан. и прогр. (73,7 Мб). — Москва : Изд-во Моск. гос. строит. Ун-та, 2017. — Режим доступа: <http://mgsu.ru/resources/izdatelskaya-devatelnost/izdaniya/izdaniya-otkrdostupa/> — Загл. с титул. экрана. - ISBN 978-5-7264-1660-1.- С.420-424.

2. Драцкая А.И., Скворцова А.А., Якимова Е.И. Оптимизация арматурного перекрытия в строительных конструкциях / Сборник тезисов участников форума «Наука будущего – наука молодых». – Нижний Новгород, 12-15 сентября 2017, в двух томах. – Том 1. – 295 с.: Ил. – Секция 4: «Математика и механика». – С.187-189. – ISBN 978-5-9907236-7-2; 978-5-9907236-8-9. – Электронный ресурс: <http://sfy-conf.ru/>

3. Якимова Е.И. Визуализация результатов для анализа решений экстремальных вариационных задач при обучении по программе "Строительство" // Материалы XXVIII Международной конференции "Современные информационные технологии в образовании". Научно-методическое издание / Редакционная группа: Алексеев М.Ю. и др. - Троицк-Москва, 27 июня 2017 г. - ISBN 978-5-9907219-4-4 - Электронный ресурс: [http://ito.bytic.ru/uploads/files/conf\\_2017.pdf](http://ito.bytic.ru/uploads/files/conf_2017.pdf) - С.525-527.

4. Якимова Е.И. Исследование утяжеления конструкции в окрестности минимальной прямоугольной армосетки / Гагаринские чтения – 2017: XLIII Международная молодёжная научная конференция: Сборник тезисов докладов: М.: Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), 2017. - ISBN 978-5-90363-115-5  
М.: Моск. авиационный ин-т (национальный исследовательский университет), 2017. - 1478 с. - С.371.

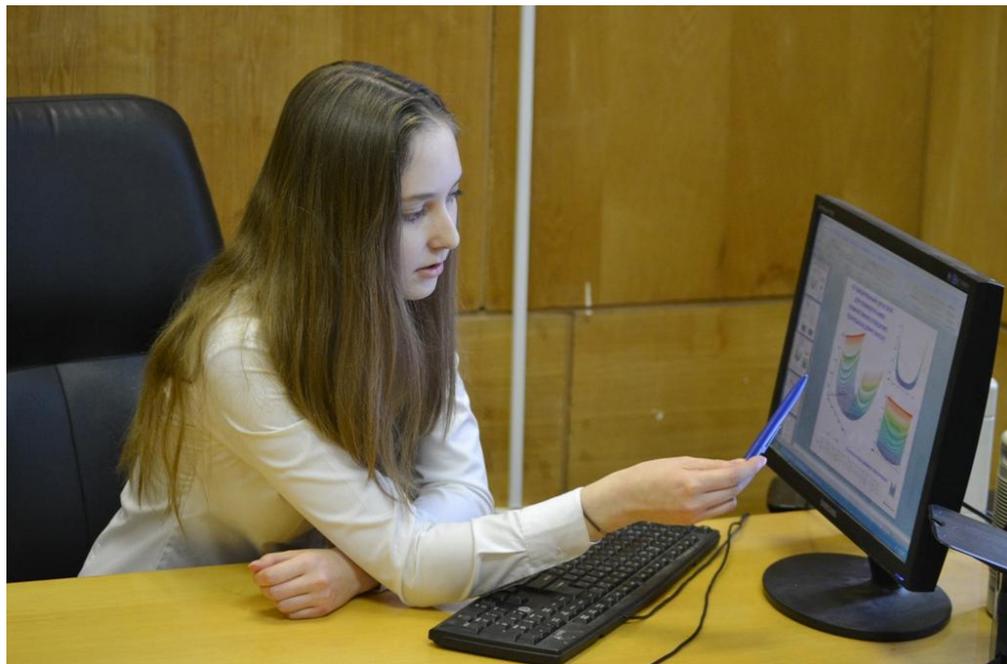
5. Якимова Е.И. Исследование утяжеления конструкции в окрестности минимальной прямоугольной армосетки / Гагаринские чтения – 2017: XLIII Международная молодёжная научная конференция: Сборник тезисов докладов: М.: ИПМех РАН.

6. Якимова Е.И. Исследование утяжеления конструкции в окрестности минимальной прямоугольной армосетки / Гагаринские чтения – 2017: XLIII Международная молодёжная научная конференция: Сборник тезисов докладов: М.: ИКИ РАН.

7. Якимова Е.И. Создание экономичной арматурной сетки с квадратными ячейками (в печати) / XI Всероссийский форум студентов, аспирантов и молодых учёных, СПб. Политехн. ун-т Петра Великого, октябрь 2017 г.

8. Якимова Е.И., Драцкая А.И. Новые экономичные армосетки для обхода деталей (в печати) / Королёв, московская обл., ПАО РКК «Энергия», 207.

# Спасибо за внимание!



**Якимова  
Елизавета  
Ильинична**

**2 курс, магистратура,  
ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский  
Московский государственный строительный  
университет (НИУ МГСУ)»,**

**тел. 8-914-945-00-75,**

**Liz652330@yandex.ru**