

# ИССЛЕДОВАНИЕ ИНЕРЦИОННЫХ И МАССОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК НОВОЙ АРМАТУРНОЙ СЕТКИ



**Якимова Елизавета Ильинична,  
2 курс, магистратура,  
ФГБОУ ВО «Национальный  
исследовательский Московский  
государственный строительный  
университет (НИУ МГСУ)»  
тел. 8-914-945-00-75,  
[Liz652330@yandex.ru](mailto:Liz652330@yandex.ru)**

Научный руководитель Лебедев Владимир Валентинович,  
доктор технических наук, Заслуженный деятель науки и техники Московской области,  
тел. 8-903-184-45-31, 8-925-717-14-37, личный сайт [cfmo.ucoz.ru](http://cfmo.ucoz.ru) ,  
E-mail: [Lebedev\\_v\\_2010@mail.ru](mailto:Lebedev_v_2010@mail.ru)



Кружок «Юный физик – умелые руки», МБОУ «Гимназия №5»,  
город Королёв (Юбилейный), Московская область

# Стратегия научно-технологического развития Российской Федерации



## Большой вызов №7 (п.15ж Стратегии)

Необходимость эффективного освоения и использования пространства, в том числе путем преодоления диспропорций в социально-экономическом развитии территории страны, а также укрепление позиций России в области экономического, научного и военного освоения космического и воздушного пространства, Мирового океана, Арктики и Антарктики

## Приоритеты научно-технологического развития

П.20а) Переход к передовым цифровым, интеллектуальным производственным технологиям, роботизированным системам, **НОВЫМ материалам и способам конструирования**, создание систем обработки больших объемов данных, машинного обучения и искусственного интеллекта

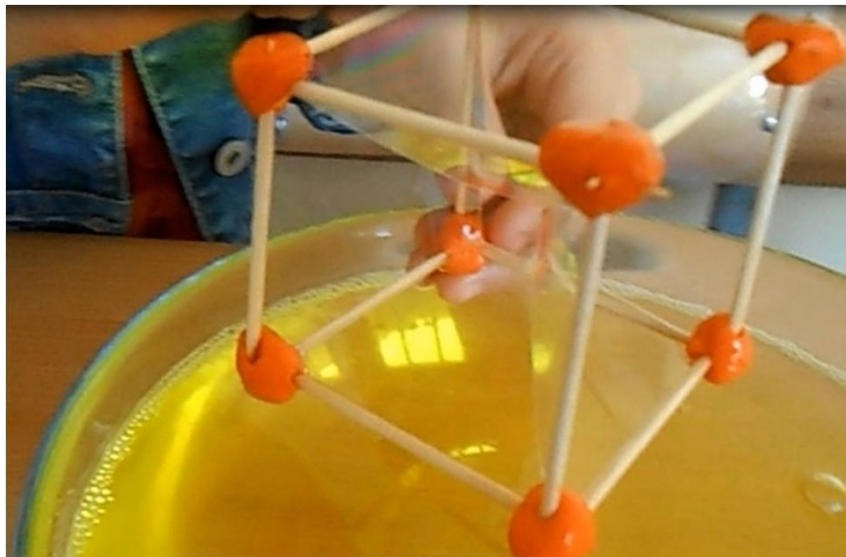
# Сначала благодарности!



**Драцкая Альбина Ивановна, 4 класс,  
в кружке со 2-го класса**



**Скворцова Анастасия Андреевна,  
2 курс МАИ (НИУ), выпускница  
кружка «Юный физик – умелые  
руки»**

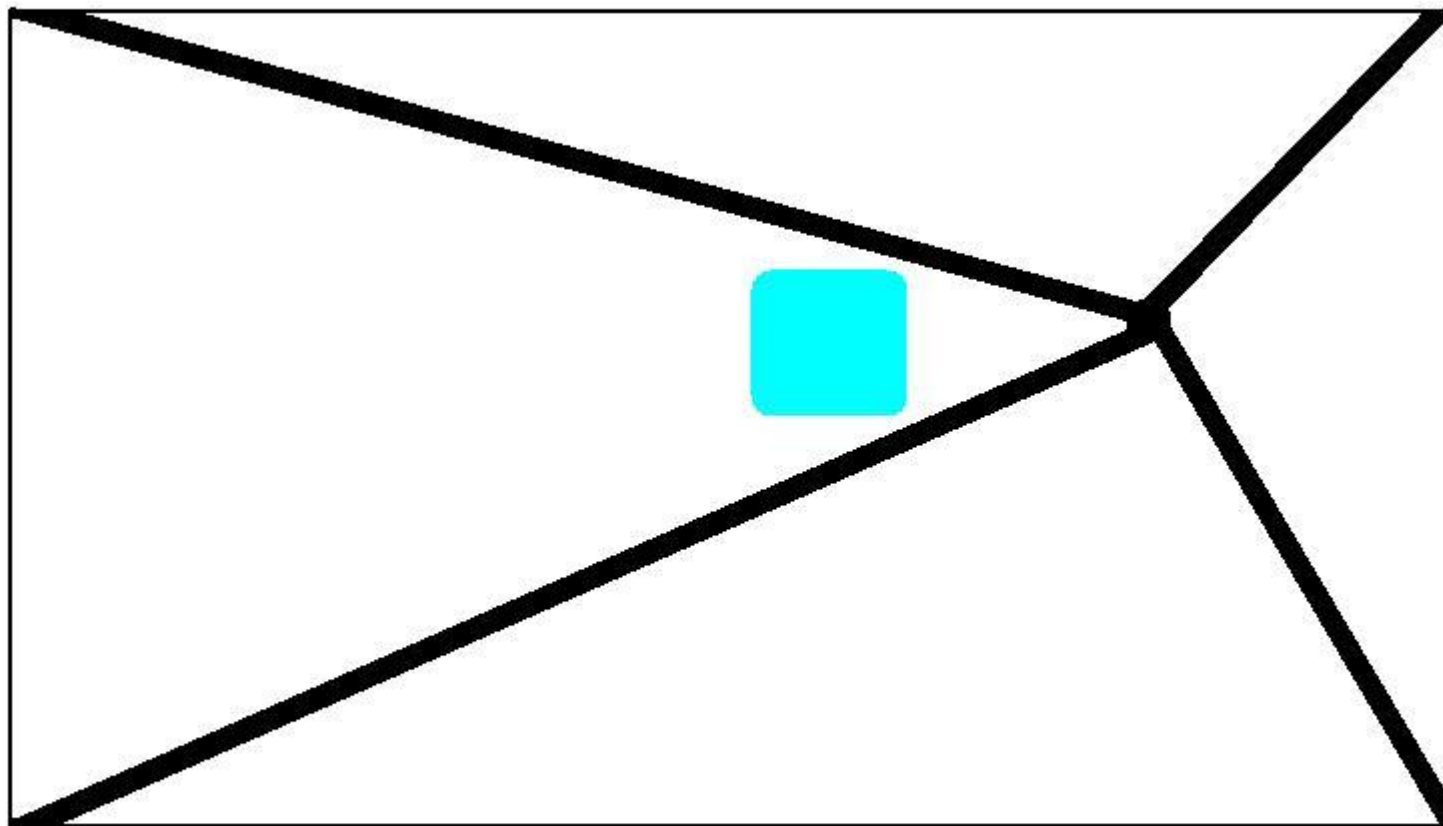


**Благотворительный фонд  
«Образование+»,  
Дроботов Виктор Борисович**

**Детская работа  
озадачила  
профессоров!**

# Содержательная формулировка задачи

## Арматурный обход

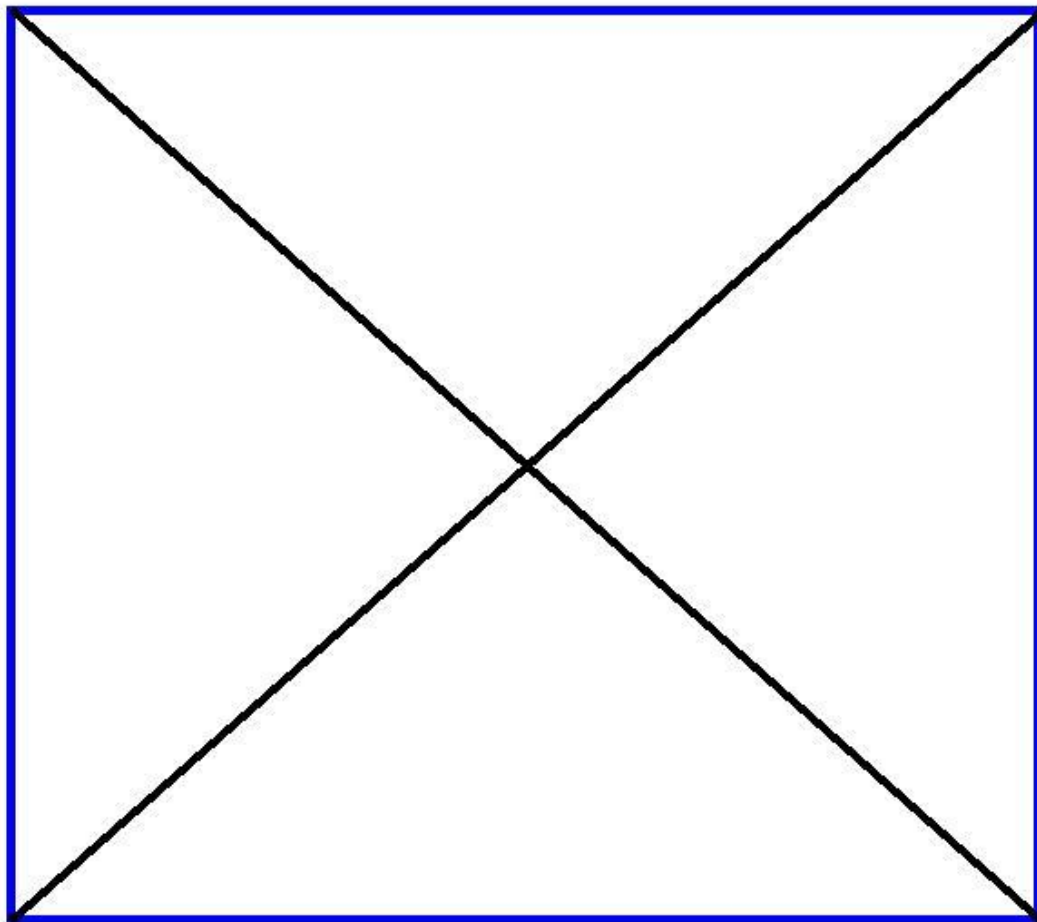


**Насколько утяжелится конструкция?**

# Общая характеристика работы

- Цель работы: предложить самую легкую конструкцию перекрытия арматурой квадратной или прямоугольной области
- Актуальность: увеличение размеров зданий, сооружений и конструкций, большой экономический эффект даже при малых относительных показателях
- Новизна работы: исследование конструкций методами дифференциального и вариационного исчисления, анализ «отрицательного» научного результата
- Практическая значимость: уменьшение массы конструкции, снижение стоимости, сокращение трудозатрат

Обсуждаем очевидный результат  
о перекрытии квадрата силовыми балками



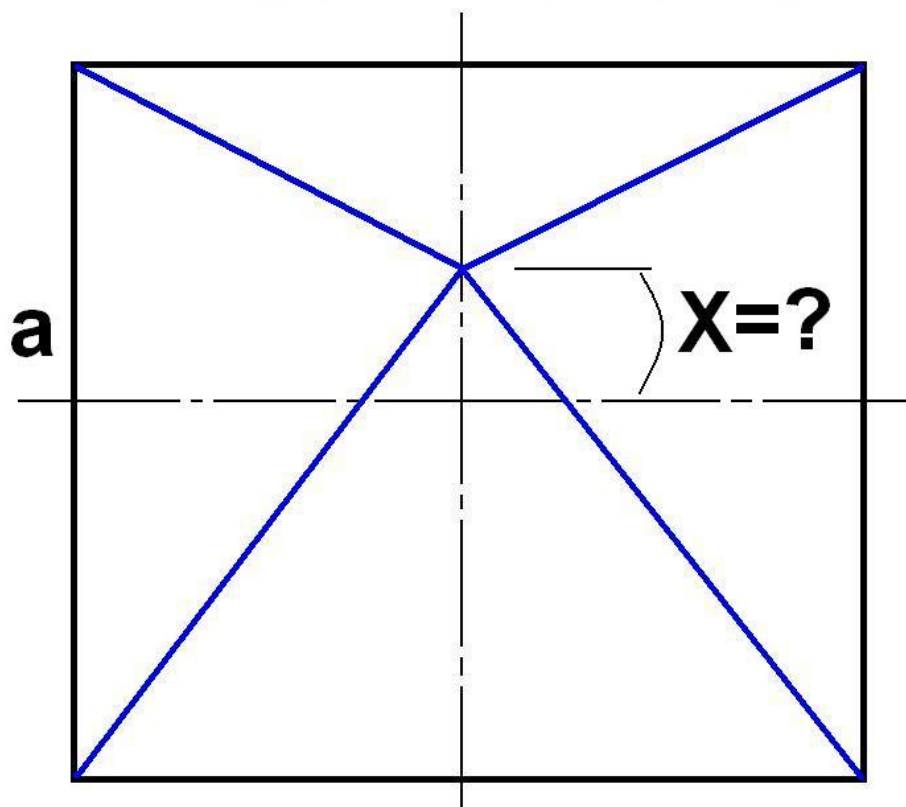
**Длина  
балок  
~2,8a**

Можно ли сократить длину балок,  
сделать перекрытие легче?

# Одномерная аналитическая задача

Целевая функция

$$L = 2\sqrt{(a/2+x)^2+(a/2)^2} + 2\sqrt{(a/2-x)^2+(a/2)^2}$$

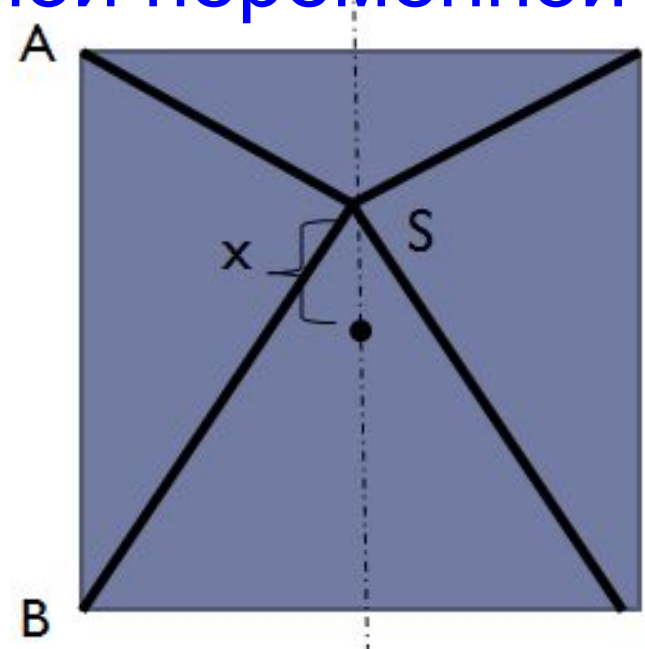


При каком значении отступа  $X$  от центра квадрата по оси симметрии длина балок перекрытия будет минимальной?

**Результат решения задачи:  $X=0$ .**

# Метод решения задачи – поиск экстремума (минимума) функции одной переменной

- Условие 1: Перекроем квадрат балками минимальной длины с опорой на вершинах
- Пусть  $a$  - сторона квадрата
- Точку пересечения сместим по оси на  $x$ . Вычислим длину  $L$  балок
- Ограничения  $x \in [0; a/2]$
- 0-нет смещения
- Условие вариации: точку  $S$  двигать по оси симметрии, не смещаясь с нее.
- Условие экстремума (необходимое)
- Достаточное условие минимума



$$L = 2(AS + BS) = 2\left(\sqrt{\frac{a^2}{4} + \left(\frac{a}{2} - x\right)^2} + \sqrt{\frac{a^2}{4} + \left(\frac{a}{2} + x\right)^2}\right) = L(x)$$

$$\frac{dL(x)}{dx} = 0 \qquad 2ax = 0 \qquad x = 0$$



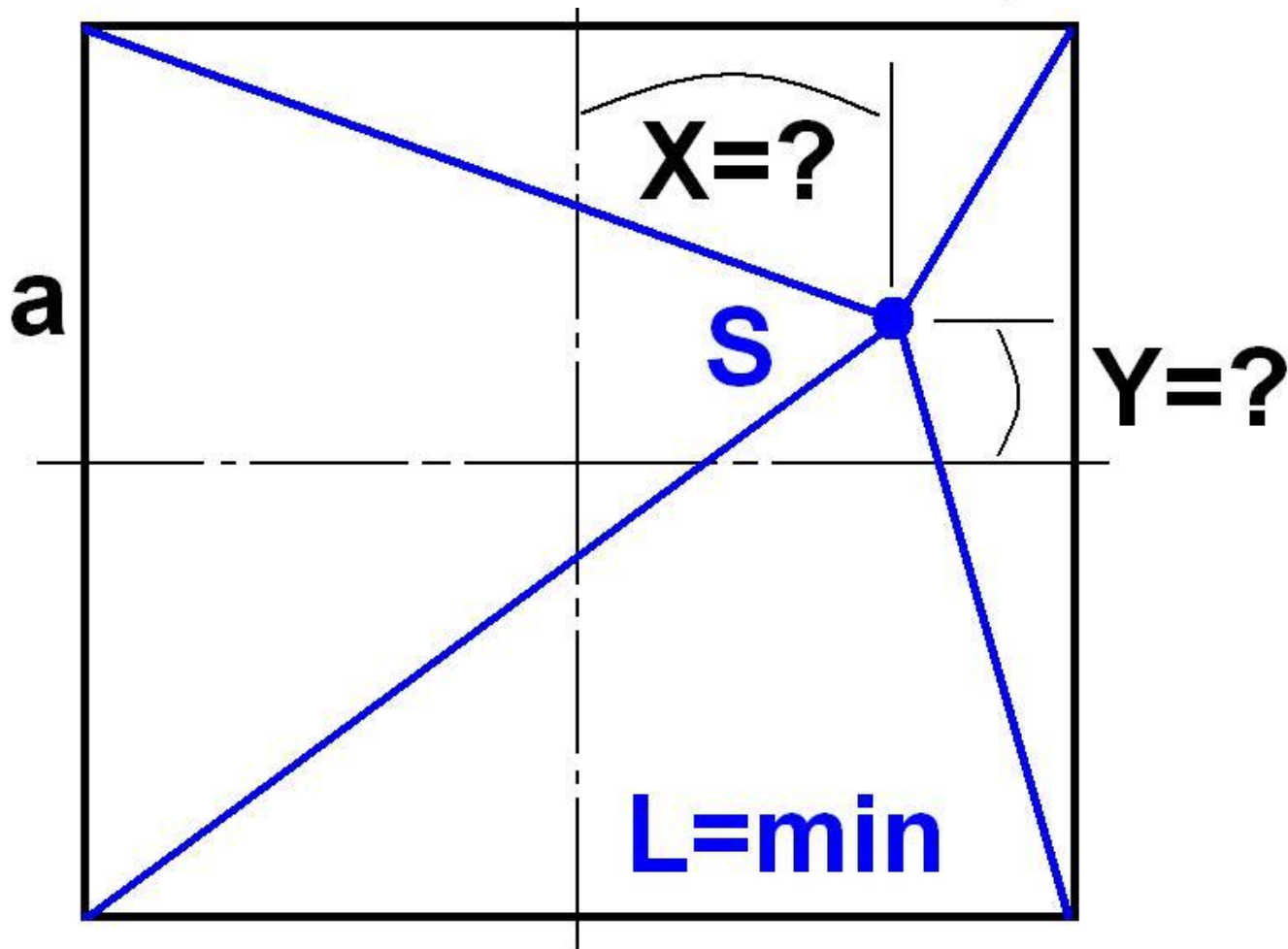
**Вывод.**

**Если точку  $S$  пересечения смещать по оси квадрата от центра, то длина перекрытий будет возрастать.**



# Двумерная аналитическая задача

Целевая функция  $L = \sqrt{(a/2+x)^2+(a/2+y)^2} + \sqrt{(a/2-x)^2+(a/2-y)^2} + \sqrt{(a/2-x)^2+(a/2+y)^2} + \sqrt{(a/2+x)^2+(a/2-y)^2}$



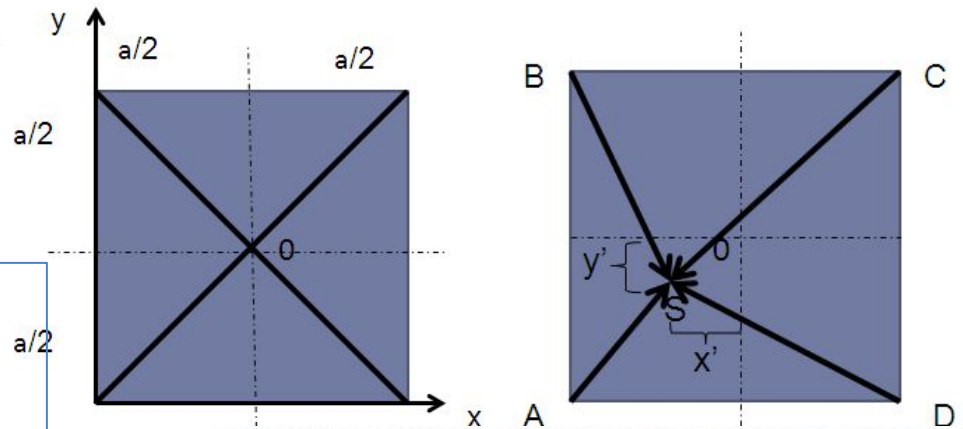
Результат решения задачи:  $X=0$ ;  $Y=0$ .

## Метод решения задачи (векторы, экстремум функции двух переменных)

- Условие 2: Перекроем квадрат балками минимальной длины с опорой на вершине и смещением по двум осям
- Пусть  $a$ -сторона квадрата
- Координаты точки  $s$ :  
 $s \in [x'; y']$
- 0-нет смещения

### Вывод

- Длина перекрытия



### Решение:

- 1) Координаты векторов:

$$\vec{AS} = \left(\frac{a}{2} - x'; \frac{a}{2} - y'\right) \quad \vec{DS} = \left(-\frac{a}{2} - x'; \frac{a}{2} - y'\right)$$

$$\vec{BS} = \left(\frac{a}{2} - x'; -\frac{a}{2} - y'\right) \quad \vec{CS} = \left(-\frac{a}{2} - x'; -\frac{a}{2} - y'\right)$$

- 2) Нахождение длин векторов

$$|\vec{AS}| = \sqrt{\left(\frac{a}{2} - x'\right)^2 + \left(\frac{a}{2} - y'\right)^2}$$

- 3) Нахождение общей длины

$$L(x; y) = |\vec{AS}| + |\vec{DS}| + |\vec{CS}| + |\vec{BS}|$$

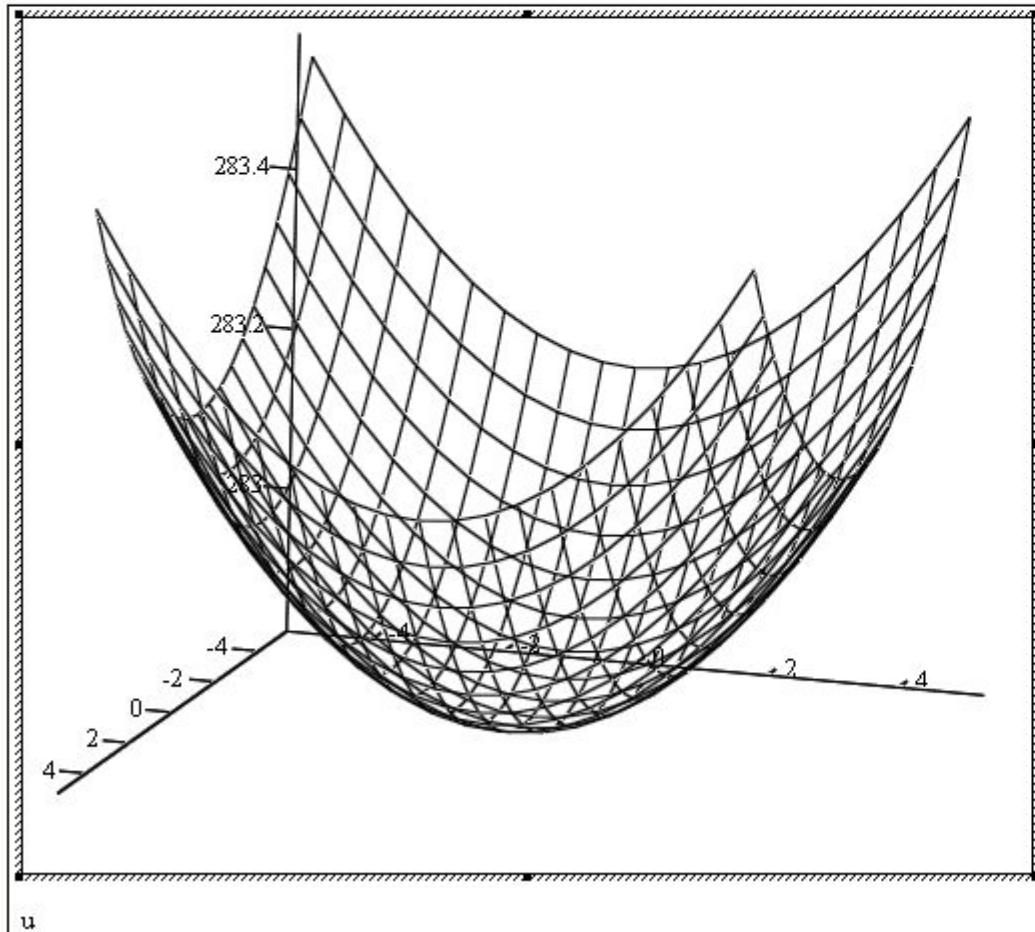
- 4) Используем условие экстремума (необходимое) для двух переменных

$$\begin{cases} \frac{dL(x; y)}{dx'} = 0 \\ \frac{dL(x; y)}{dy'} = 0 \end{cases}$$

# Моделирование длины (массы) перекрытий квадрата четырьмя балками

a := 100

$$u(x,y) := \sqrt{\left[\left(\frac{a}{2} - y\right)^2 + \left(\frac{a}{2} - x\right)^2\right]} + \sqrt{\left[\left(\frac{a}{2} - y\right)^2 + \left(\frac{a}{2} + x\right)^2\right]} + \sqrt{\left[\left(\frac{a}{2} + y\right)^2 + \left(\frac{a}{2} + x\right)^2\right]} + \sqrt{\left[\left(\frac{a}{2} + y\right)^2 + \left(\frac{a}{2} - x\right)^2\right]}$$



## Программа MathCAD-14



Mathcad 14 Rus.exe

**Свободное  
программное  
обеспечение**

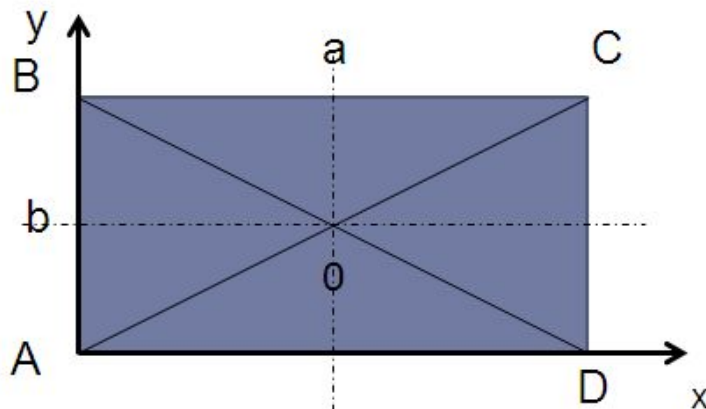
# Прямоугольник

- ▶ Условие 3: Перекроем прямоугольник балками минимальной длины с опорой на вершине и смещением по двум осям
- ▶ Пусть  $a$ -сторона квадрата
- ▶ Координаты точки  $S$ :  
 $s \in [x'; y']$
- ▶  $O$ -нет смещения

**Результат решения задачи:  $X=0$ ;  $Y=0$ .**

## Вывод

- ▶ Длина перекрытия возрастёт.



## Решение:

- ▶ 1) Координаты векторов:

$$\overline{BS} = \left(\frac{a}{2} - x'; -\frac{b}{2} - y'\right) \quad \overline{CS} = \left(-\frac{a}{2} - x'; -\frac{b}{2} - y'\right)$$

$$\overline{AS} = \left(\frac{a}{2} - x'; \frac{b}{2} - y'\right) \quad \overline{DS} = \left(-\frac{a}{2} - x'; \frac{b}{2} - y'\right)$$

- ▶ 2) Нахождение длин векторов

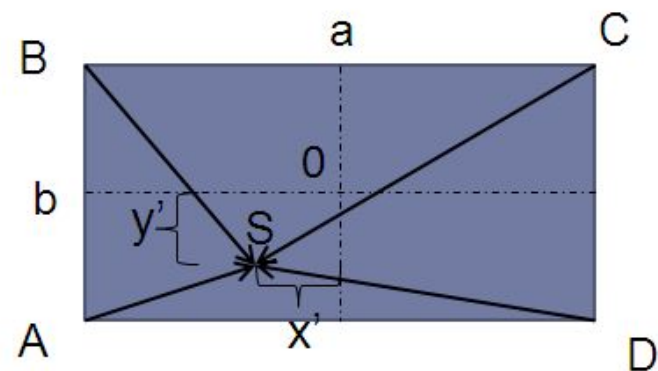
$$|\overline{AS}| = \sqrt{\left(\frac{a}{2} - x'\right)^2 + \left(\frac{b}{2} - y'\right)^2}$$

- ▶ 3) Нахождение общей длины

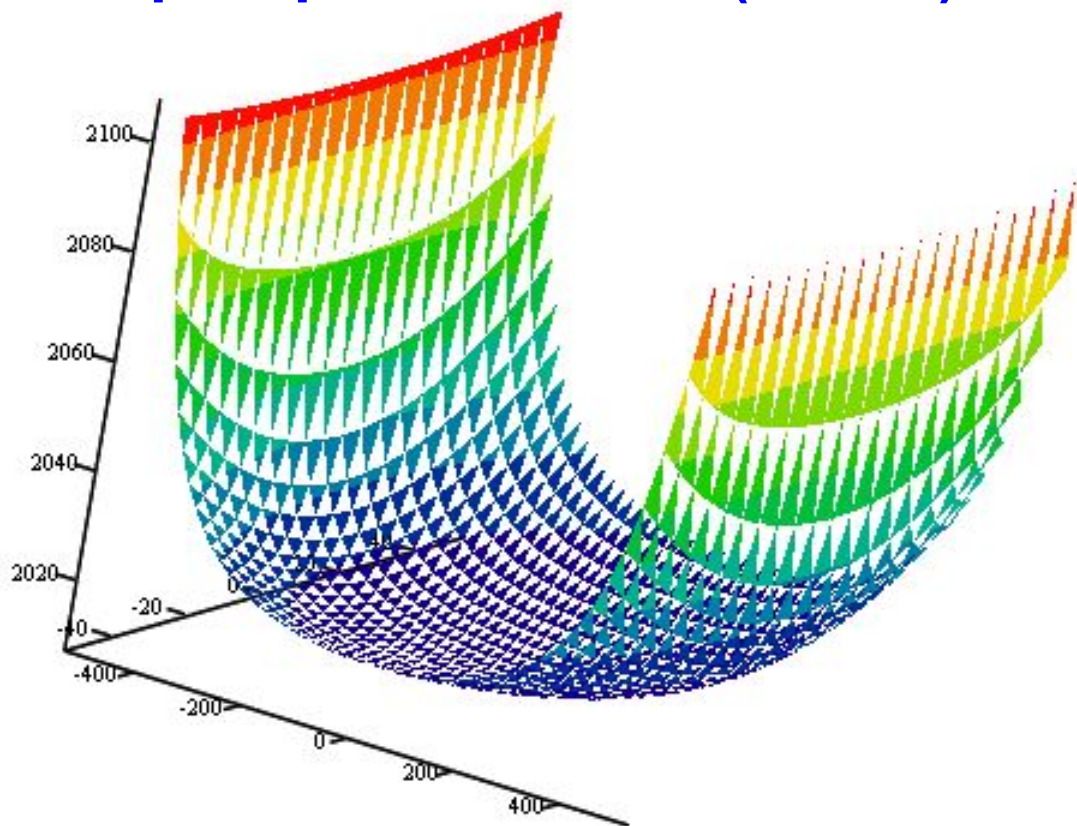
$$L(x; y) = |\overline{AS}| + |\overline{DS}| + |\overline{CS}| + |\overline{BS}|$$

- ▶ 4) Используем условие экстремума (необходимое) для двух переменных

$$\begin{cases} \frac{dL(x; y)}{dx'} = 0 \\ \frac{dL(x; y)}{dy'} = 0 \end{cases}$$



# «Отрицательный» результат для прямоугольника количественно определил проигрыш в длине (массе)

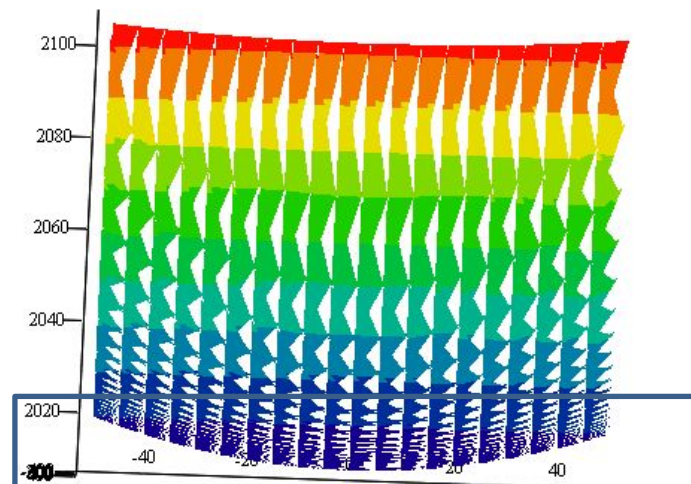
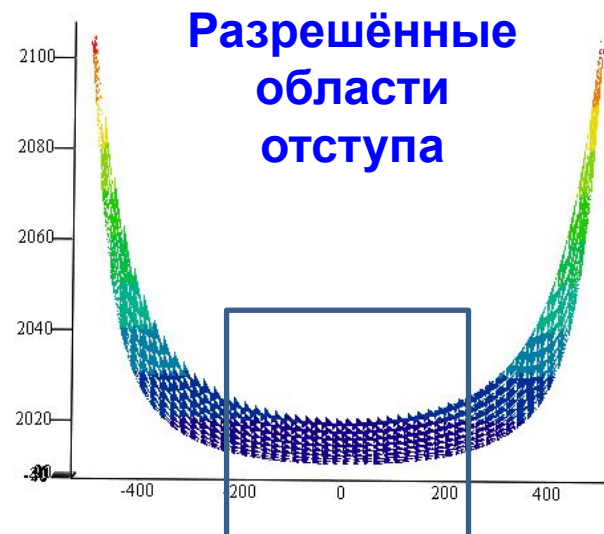


a := 100

b := 1000

[Ссылка на программное обеспечение](#)

$$u(x, y) := \left[ \sqrt{\left[ \left( \frac{a}{2} - y \right)^2 + \left[ \left( \frac{b}{2} - x \right)^2 \right]} \right] + \left[ \sqrt{\left[ \left( \frac{a}{2} - y \right)^2 + \left( \frac{b}{2} + x \right)^2 \right]} \right] + \left[ \sqrt{\left( \frac{a}{2} + y \right)^2 + \left( \frac{b}{2} + x \right)^2} \right] + \left[ \sqrt{\left( \frac{a}{2} + y \right)^2 + \left[ \left( \frac{b}{2} - x \right)^2 \right]} \right] \right]$$

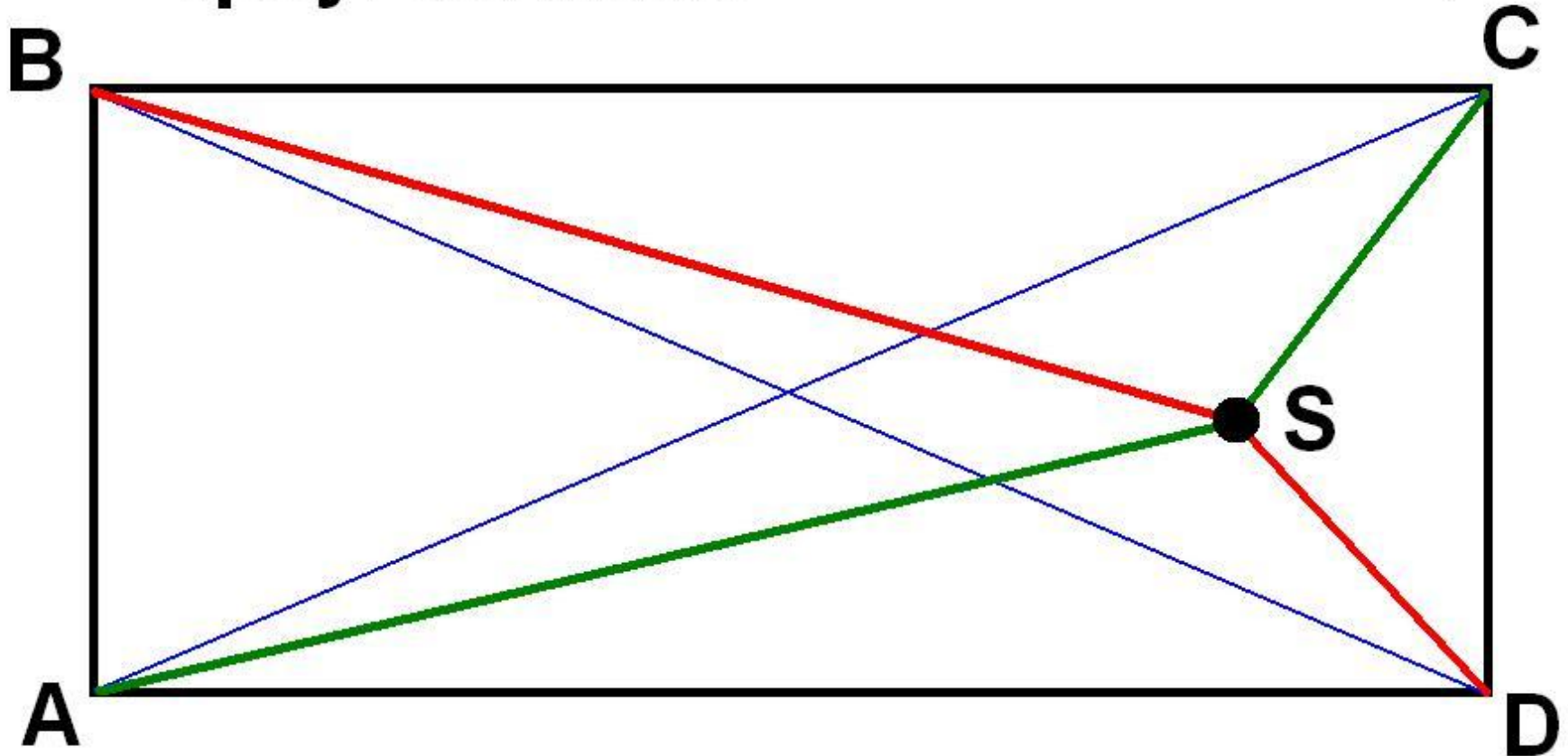


M

Обоснование «отрицательного» результата  
методами элементарной геометрии

Неравенство  
треугольника

$$\begin{array}{l} BS+SD > BD \\ AS+SC > AC \end{array} \quad | +$$



$$AS+BS+CS+DS > AC+BD$$

# Аналитический метод решения задачи Драцкой А.И.

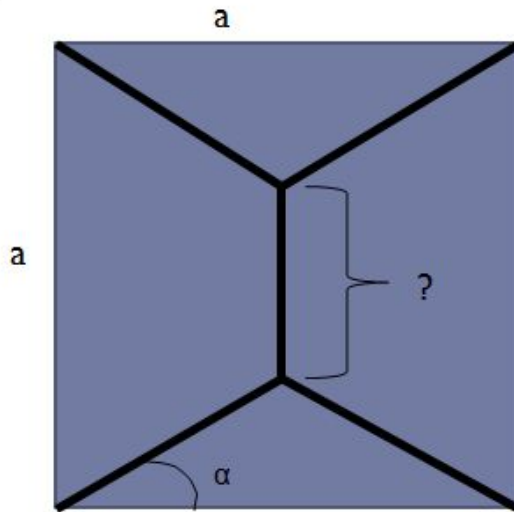
## Решени

- Рассмотрим задачу с пятью балками и найдем угол, при котором длина перемычки будет наименьшей.

(Драцкая Альбина Ивановна 3 кл.)

- Результаты Альбины Ивановны

при  $\alpha = 30^\circ$   $L_{\text{перем.}} = 24$  см



- Вывод:

Данная конструкция является более легкой, чем конструкция с диагональным пересечением балок

$$\Delta L = 0.09a \quad \frac{\Delta L}{L} \approx 0.032a \text{ (на 3% легче)}$$

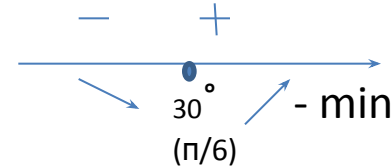
- Целевая функция  $L$

$$L(\alpha) = 4 * \frac{a}{2 * \cos \alpha} + a - 2 * \frac{a}{2} * \operatorname{tg} \alpha$$

- Необходимое условие  $\frac{dL(\alpha)}{d\alpha} = 0$

$$2 \sin \alpha - 1 = 0 \quad \alpha = 30^\circ$$

- Достаточное условие минимума



- Если  $\alpha = 30^\circ$ , то  $L = 25.4$  см

$$L_{\text{перем.}} = a - a * \operatorname{tg} 30^\circ = a(1 - \operatorname{tg} 30^\circ) \approx 0.423a$$

- Абсолютная ошибка

$$\Delta L = |24 - 25.4| = 1.4 \text{ см}$$

- Относительная ошибка

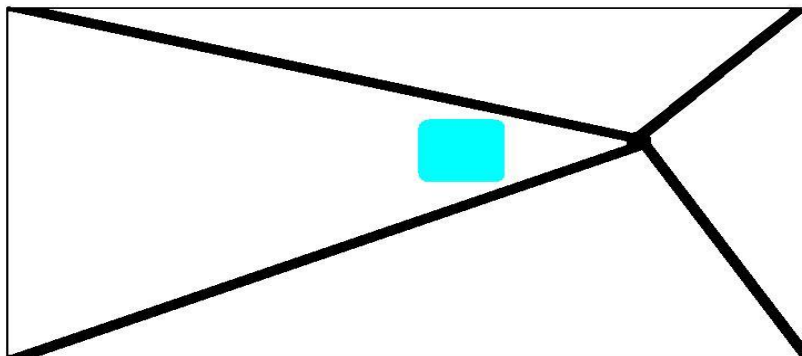
$$\eta = \frac{\Delta L}{L} = \frac{1.4}{25.4} = 0.056 \text{ см (5,6\%)}$$

- Сумма длин перемычек составила

$$L_{\text{min}} = a * \left( \frac{2}{\cos 30^\circ} + 1 - \operatorname{tg} 30^\circ \right) \approx 2.73a$$

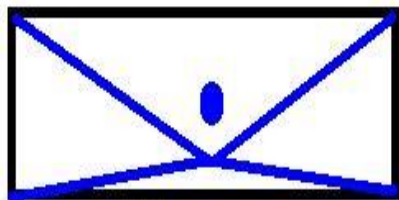
# Оптимальное или рациональное армирование строительных конструкций

Арматурный обход

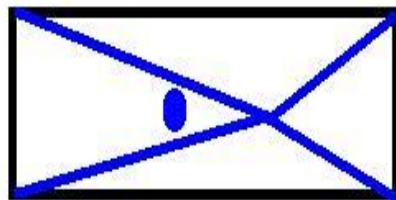


Насколько утяжелится конструкция?

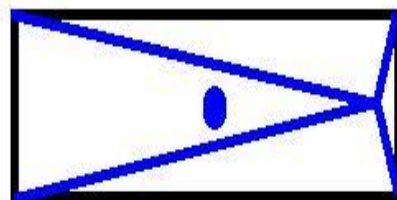
Квадратные и прямоугольные арматурные сетки технологичны, но не всегда рациональны



Можно

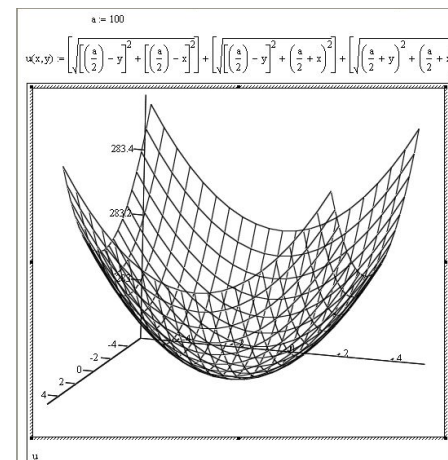


Можно

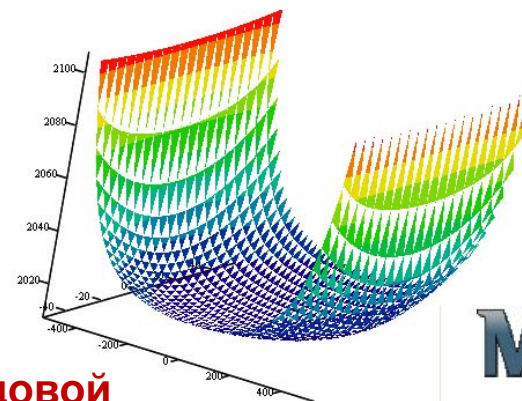


Нельзя

Сначала задачу решила аналитически



Потом применила численные методы

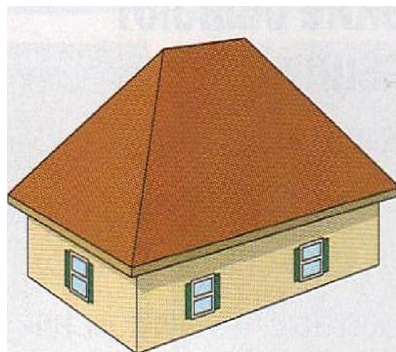
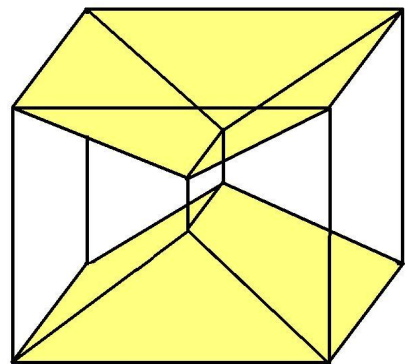


M

Вывод: надо применять армосетки А.И.Драцкой и А.А.Скворцовой



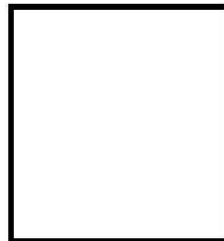
# Новые результаты



Вальмовая крыша  
с углом 45 градусов



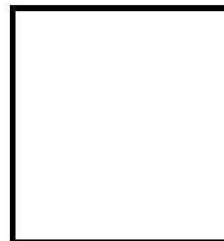
Вариант 1



4а

Сравнение  
с вариантом 1

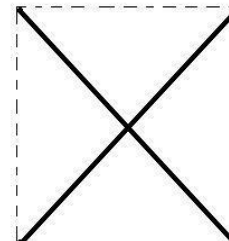
Вариант 2



3а

Сравнение  
с вариантом 2

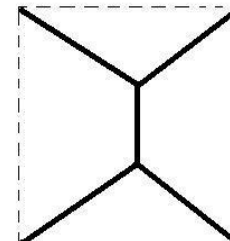
Вариант 3



~2,83а

Сравнение  
с вариантом 3

Вариант 4



~2,73а



Вывод:  
существенная  
экономия!

-25%

-29,2%

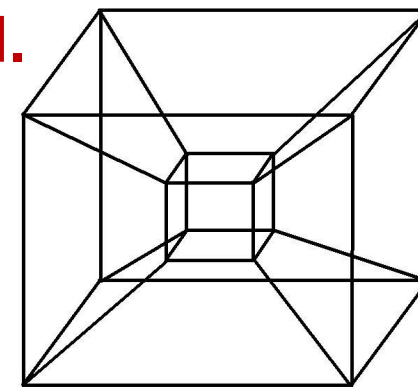
-31,7%

-5,6%

-9,0%

-3,5%

**Армосетки Драцкой А.И.  
и Скворцовой А.А.**



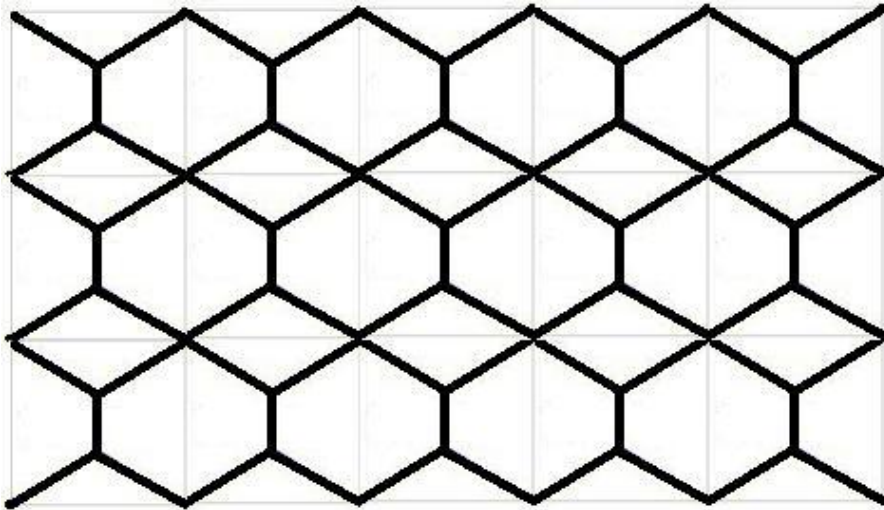
Перспектива работы  
из мыльных плёнок

Экономический эффект - сокращение расхода материала в плоских арматурных сетках на 3,2%.

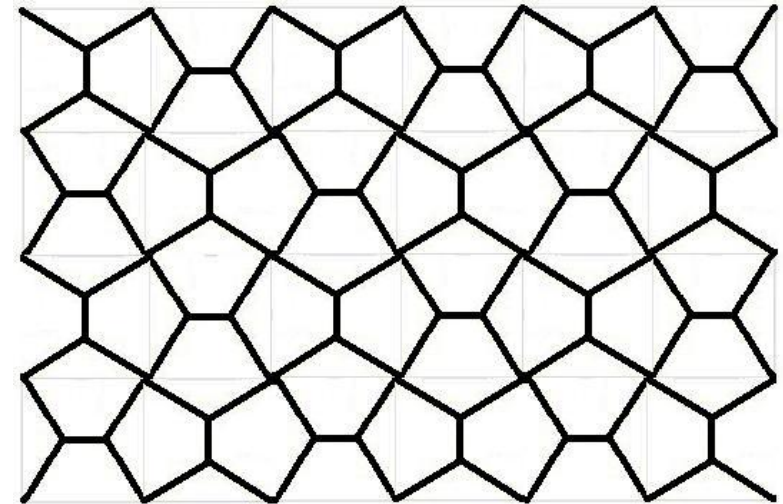
Для конструкции 2000 тонн («Буран») 640 тыс. руб. – сталь, 3,5 млн. руб. – алюминий, 16,9 млн. руб. – медь.

# Варианты нового промышленного инновационного продукта для патентования:

- 1) новое устройство,
- 2) новый способ,
- 3) новый материал,
- 4) новое применение известного устройства, способа, материала



Изотропная арматурная сетка

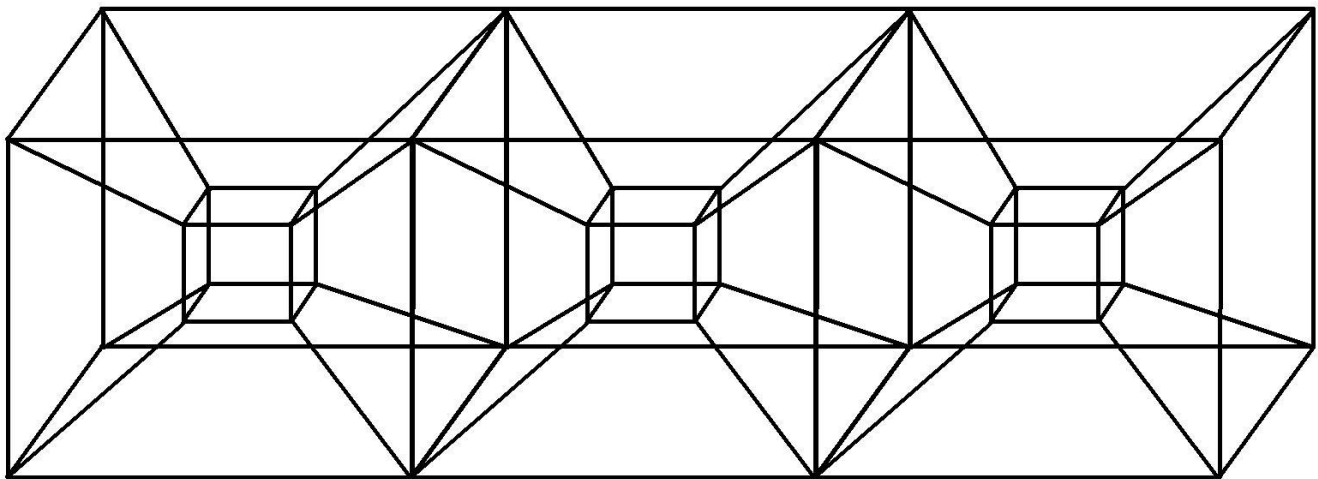
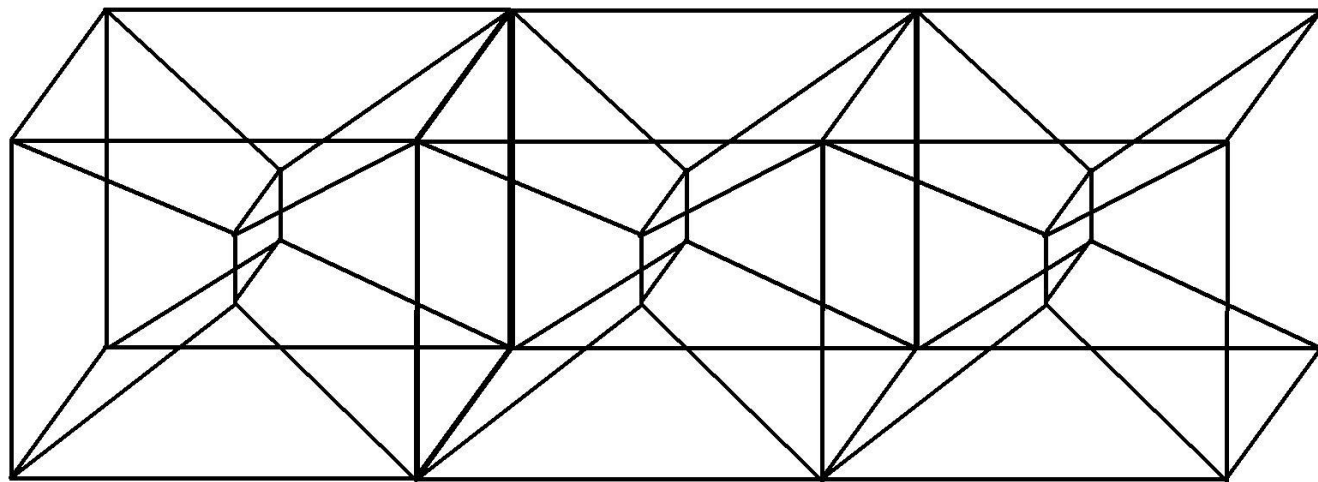


Анизотропная арматурная сетка

Предполагаемая основа для формулы изобретения:

новая арматурная сетка, содержащая силовые арматурные ячейки, отличающаяся тем, что **с целью уменьшения расхода материала** квадратные ячейки выполнены в форме ячеек Штейнера с пятью перемычками, четыре из которых одинаковые по длине, а пятая...

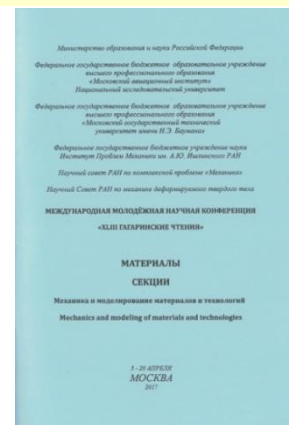
# Объёмное армирование – это работа А. И.Драцкой под моим руководством



# Выводы

1. Центральная точка пересечения всегда оптимальна для прямоугольной сетки
2. Отступ от центральной точки допускается для прямоугольников с большим удлинением.
3. Оптимальные перекрытия прямоугольных областей надо искать не с четырьмя, а с большим количеством балок, например, с пятью (задача А.И. Драцкой).
4. Новая арматурная сетка на основе квадратных ячеек Штейнера позволяет сократить расход металла на 3,5%.

# Награды за работу по созданию и исследованию новой экономичной арматурной сетки



Московский государственный строительный университет (НИУ)

Институт проблем механики им А.Ю.Ишлинского  
Российской академии наук,  
Институт космических исследований российской академии наук,  
Московский авиационный институт (НИУ)



Благотворительный фонд «Образование+» готов быть куратором работы

Рекомендация для участия в Программе УМНИК с 3-го Всероссийского молодёжного научного форума «Наука будущего – наука молодых», Нижний Новгород, 12-15 сентября 2017 г.



# Основные публикации материалов работы

МГСУ-МИСИ (НИУ)

Нижний Новгород,  
Агентство  
стратегических  
инициатив,  
Фонд содействия  
инновациям

Троицк-Москва

МАИ (МАТИ) (НИУ)

ИПМех РАН им. А.  
Ю.Ишлинского

ИКИ РАН

Санкт-Петербургский  
Политех

ПАО РКК «Энергия»

1. Якимова Е.И. Минимизация силового арматурного перекрытия прямоугольной формы / Строительство — формирование среды жизнедеятельности. - Электронный ресурс: сборник трудов XX Международной межвузовской научно-практической конференции студентов, магистрантов, аспирантов и молодых ученых (26–28 апреля 2017 г., Москва). - М-во образования и науки Рос. Федерации, Нац. исследоват. Моск. гос. строит. ун-т. - Электрон. дан. и прогр. (73,7 Мб). — Москва : Изд-во Моск. гос. строит. Ун-та, 2017. — Режим доступа: <http://mgsu.ru/resources/izdatelskaya-devatelnost/izdaniya/izdaniya-otkrdostupa/> — Загл. с титул. экрана. - ISBN 978-5-7264-1660-1.- С.420-424.

2. Драцкая А.И., Скворцова А.А., Якимова Е.И. Оптимизация арматурного перекрытия в строительных конструкциях / Сборник тезисов участников форума «Наука будущего – наука молодых». – Нижний Новгород, 12-15 сентября 2017, в двух томах. – Том 1. – 295 с.: Ил. – Секция 4: «Математика и механика». – С.187-189. – ISBN 978-5-9907236-7-2; 978-5-9907236-8-9. – Электронный ресурс: <http://sfy-conf.ru/>

3. Якимова Е.И. Визуализация результатов для анализа решений экстремальных вариационных задач при обучении по программе "Строительство" // Материалы XXVIII Международной конференции "Современные информационные технологии в образовании". Научно-методическое издание / Редакционная группа: Алексеев М.Ю. и др. - Троицк-Москва, 27 июня 2017 г. - ISBN 978-5-9907219-4-4 - Электронный ресурс: [http://ito.bytic.ru/uploads/files/conf\\_2017.pdf](http://ito.bytic.ru/uploads/files/conf_2017.pdf) - С.525-527.

4. Якимова Е.И. Исследование утяжеления конструкции в окрестности минимальной прямоугольной армосетки / Гагаринские чтения – 2017: XLIII Международная молодёжная научная конференция: Сборник тезисов докладов: М.: Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), 2017. - ISBN 978-5-90363-115-5  
М.: Моск. авиационный ин-т (национальный исследовательский университет), 2017. - 1478 с. - С.371.

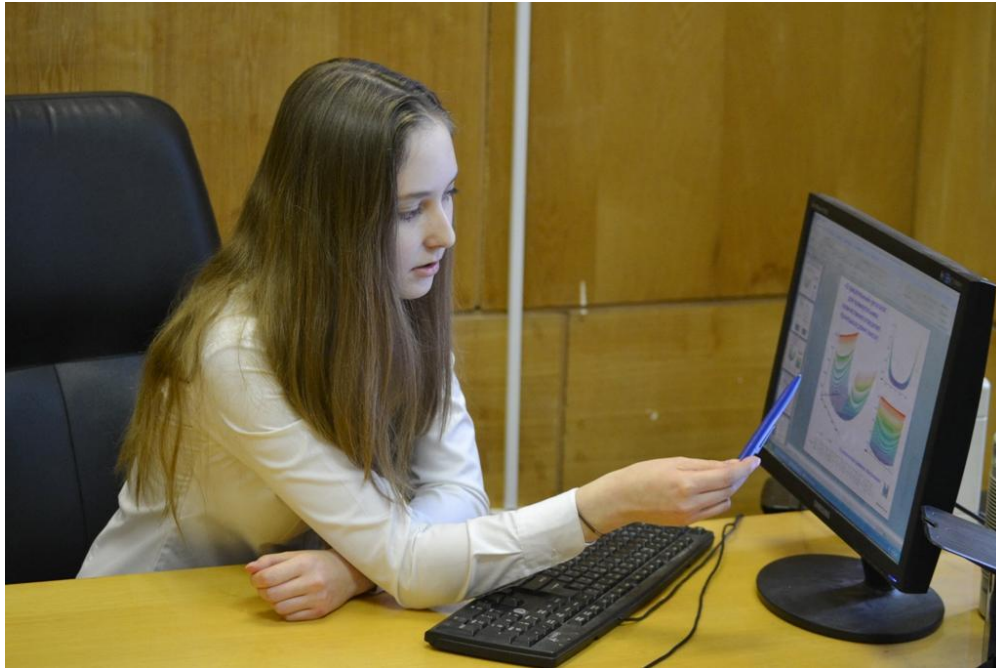
5. Якимова Е.И. Исследование утяжеления конструкции в окрестности минимальной прямоугольной армосетки / Гагаринские чтения – 2017: XLIII Международная молодёжная научная конференция: Сборник тезисов докладов: М.: ИПМех РАН.

6. Якимова Е.И. Исследование утяжеления конструкции в окрестности минимальной прямоугольной армосетки / Гагаринские чтения – 2017: XLIII Международная молодёжная научная конференция: Сборник тезисов докладов: М.: ИКИ РАН.

7. Якимова Е.И. Создание экономичной арматурной сетки с квадратными ячейками (в печати) / XI Всероссийский форум студентов, аспирантов и молодых учёных, СПб. Политехн. ун-т Петра Великого, октябрь 2017 г.

8. Якимова Е.И., Драцкая А.И. Новые экономичные армосетки для обхода деталей (в печати) / Королёв, московская обл., ПАО РКК «Энергия», 207.

# Спасибо за внимание!



**Якимова  
Елизавета  
Ильинична**

**2 курс, магистратура,  
ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский  
Московский государственный строительный  
университет (НИУ МГСУ)»,  
тел. 8-914-945-00-75,  
[Liz652330@yandex.ru](mailto:Liz652330@yandex.ru)**