

**ПРОИЗВОДНАЯ**

**И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЯ**

**1. Геометрический смысл производной.**

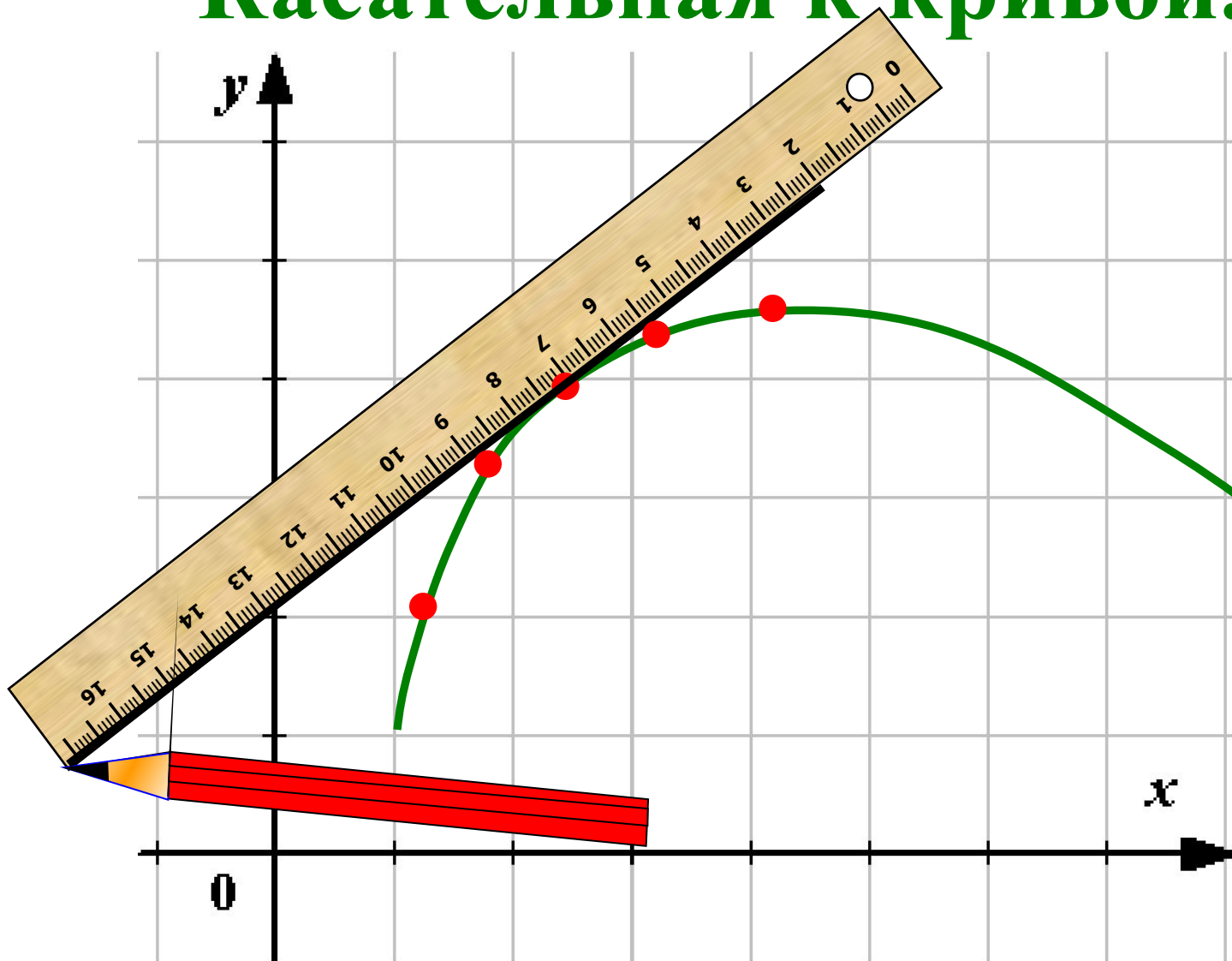
**2. Механический смысл производной.**

# 1. Геометрический смысл производной.



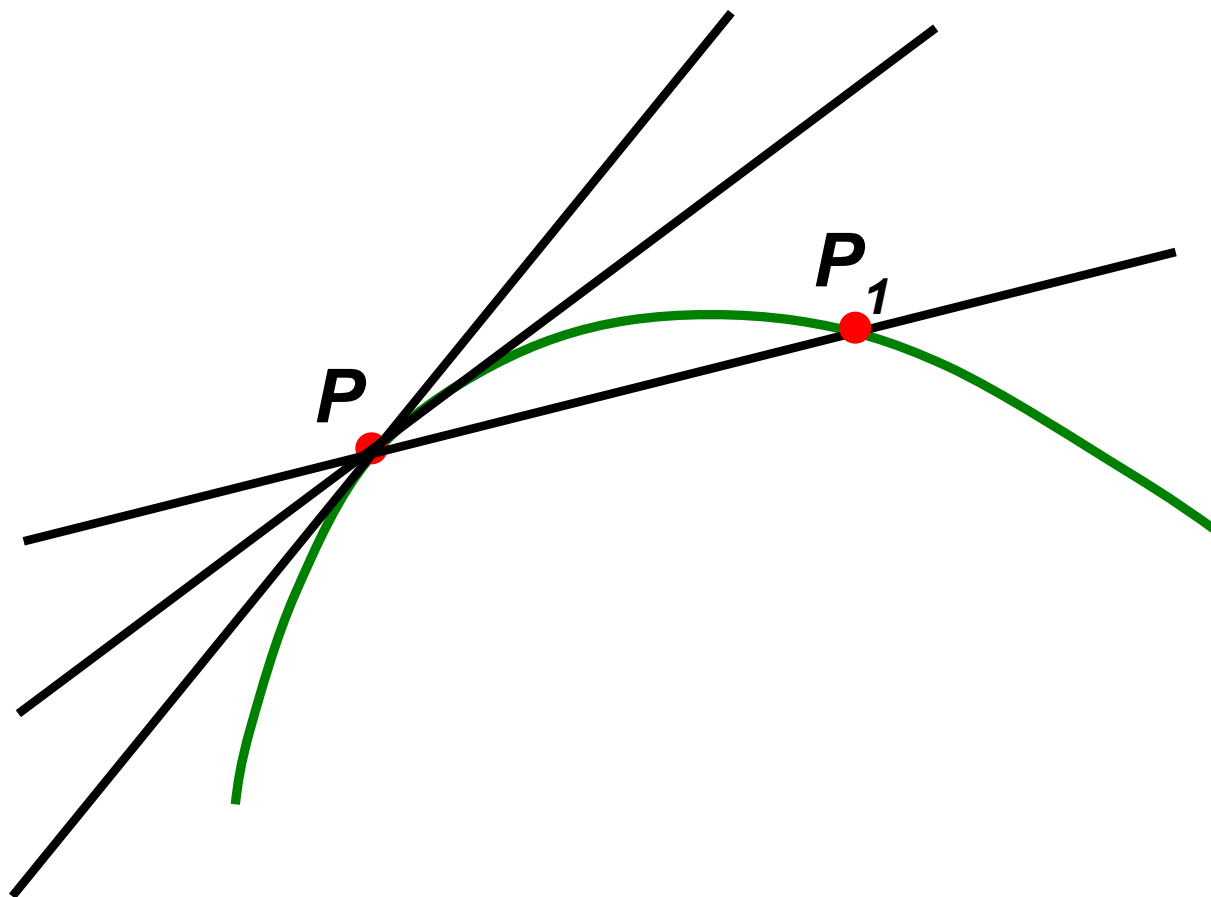
**«Если продолжить одно из  
маленьких звеньев  
ломаной, составляющей  
кривую линию, то эта  
продолженная таким  
образом сторона будет  
называться касательной  
к кривой.»**

# Касательная к кривой.



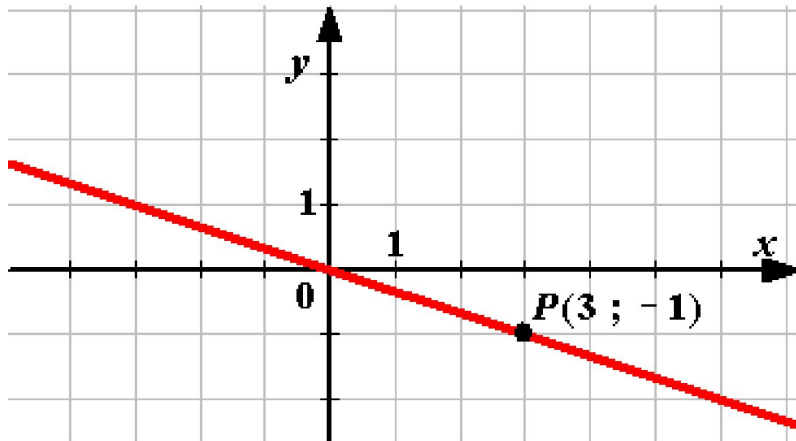
# Производная

- это угловой коэффициент касательной.



# ПОВТОРЕНИЕ.

*Угловой коэффициент прямой.*

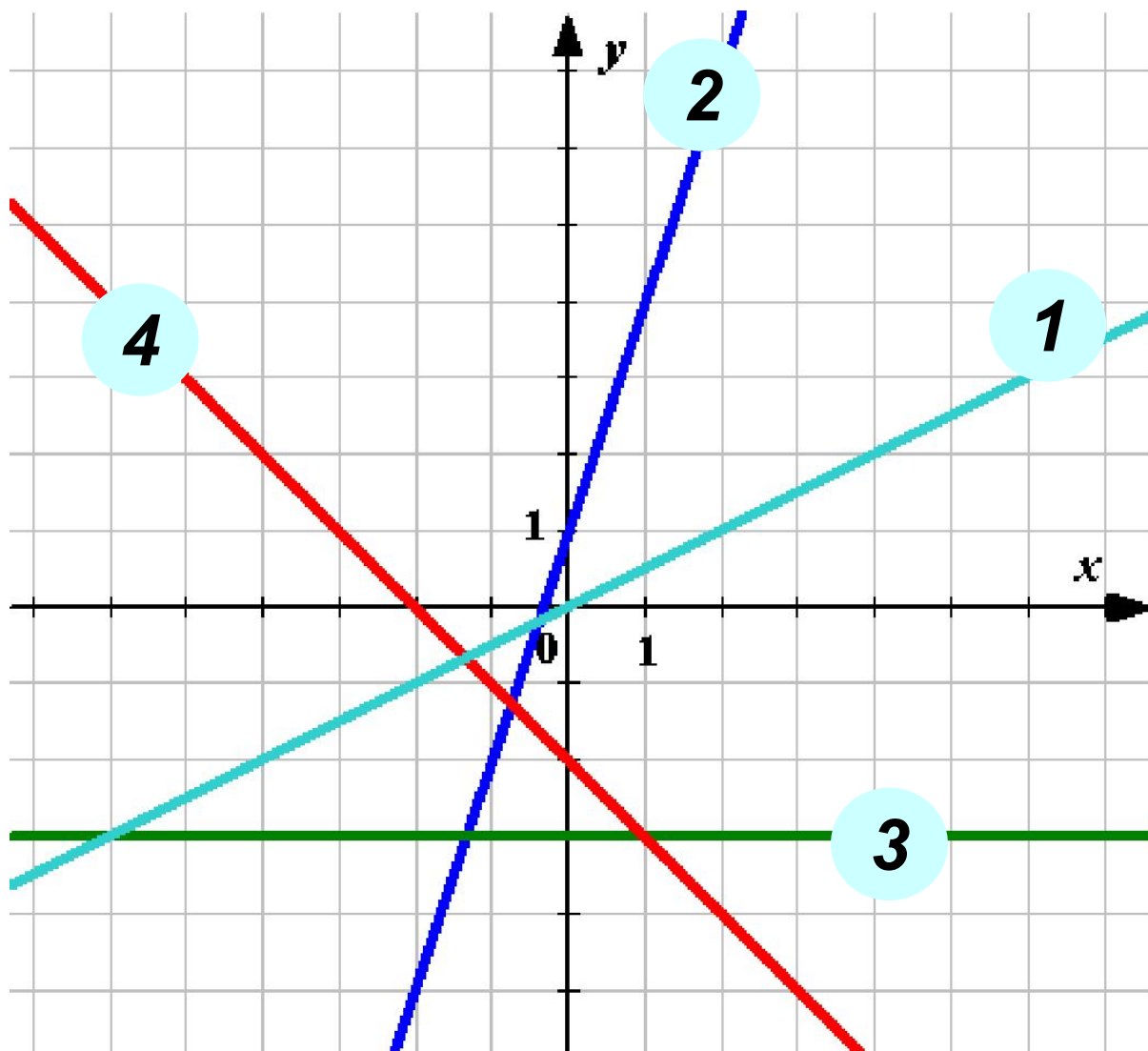


Прямая проходит через начало координат и точку  $P(3; -1)$ . Чему равен ее угловой коэффициент?

$$y=kx+b \quad y=kx$$

$$-1 = 3k \longrightarrow k = -\frac{1}{3}$$

*Найдите угловые коэффициенты прямых:*



1  $k=0,5$

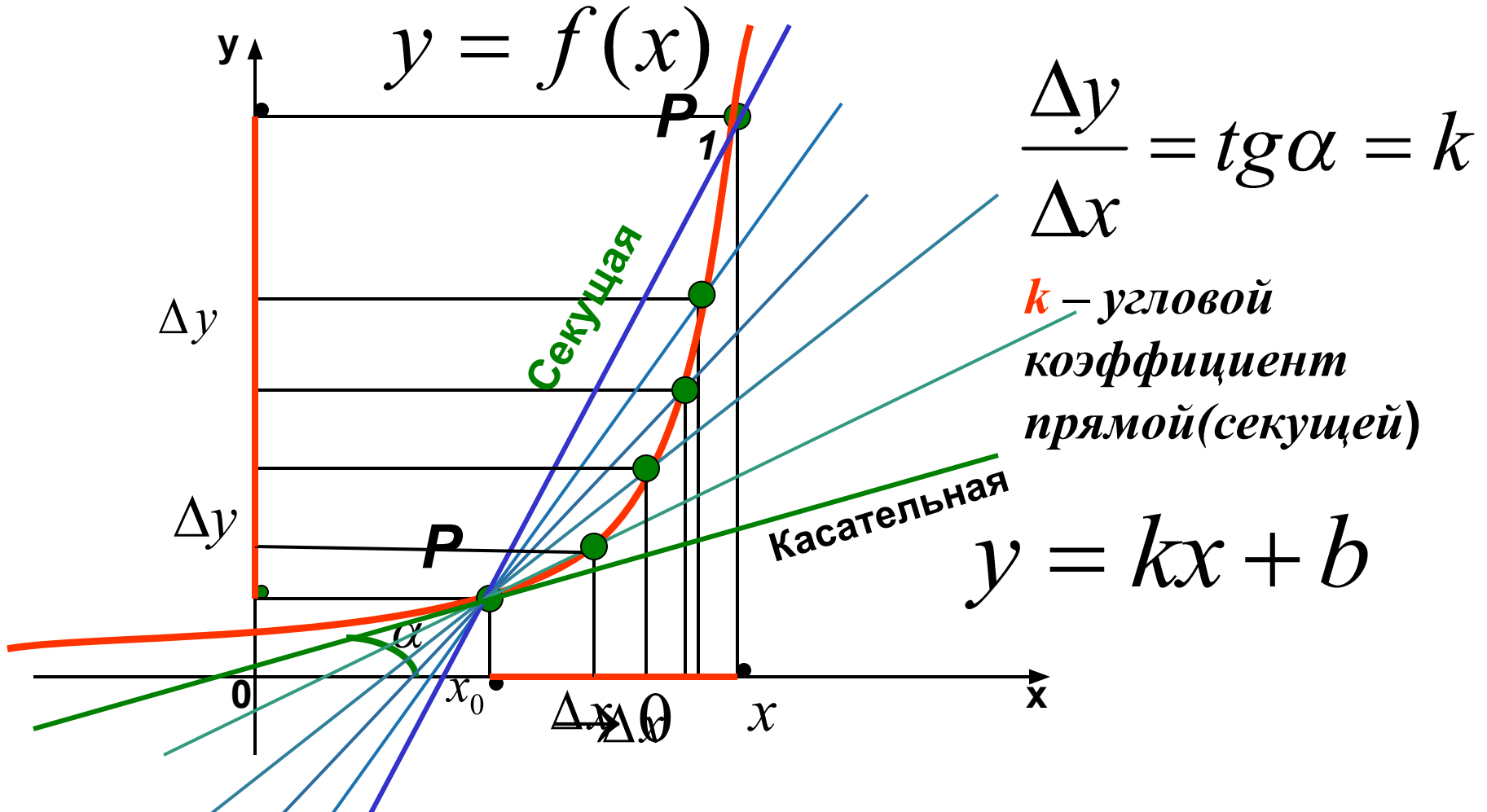
2  $k=3$

3  $k=0$

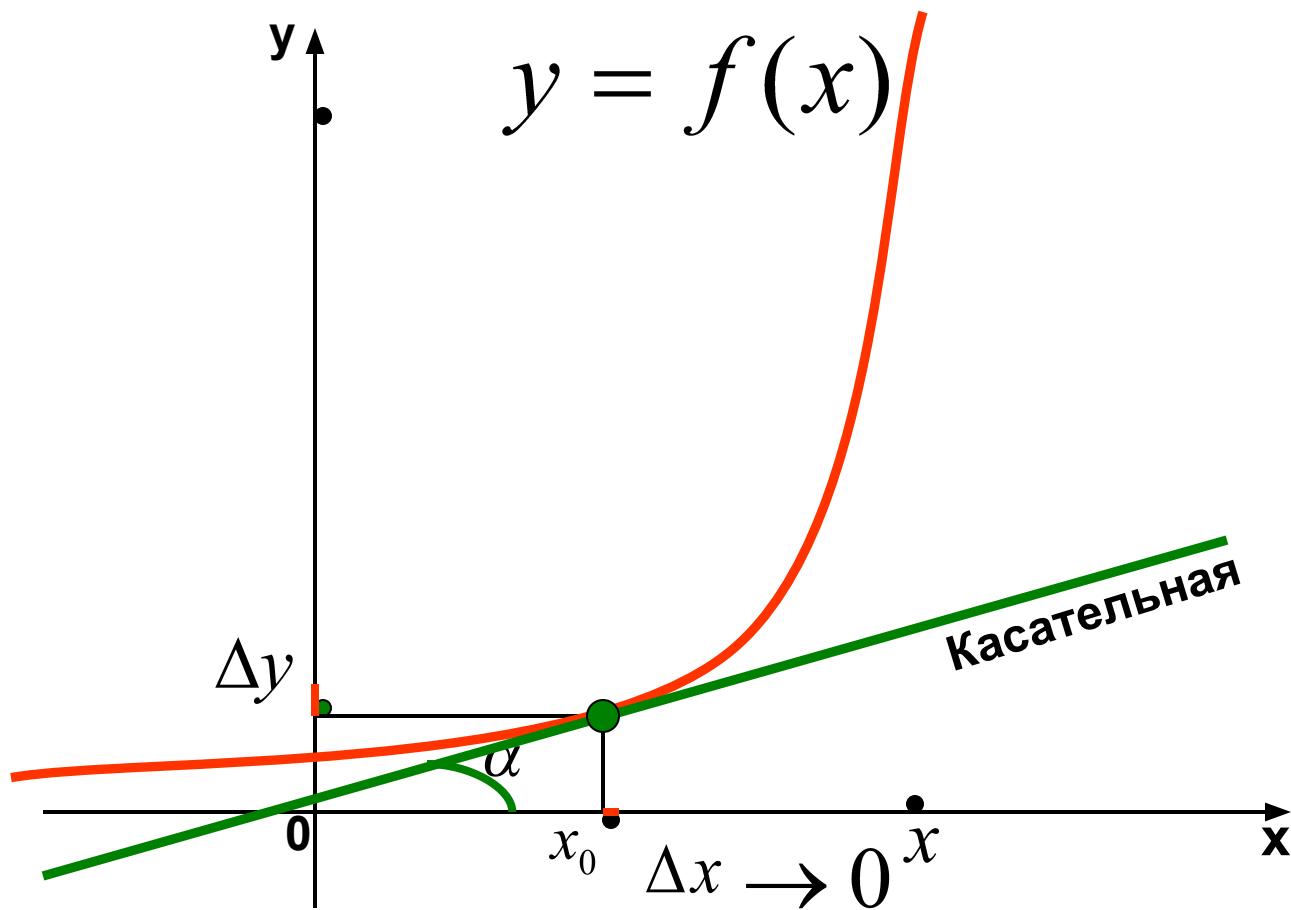
4  $k=-1$

# 1. Геометрический смысл производной.

коэффициенту касательной.



Секущая стремится занять положение касательной. То есть, касательная есть предельное положение секущей.

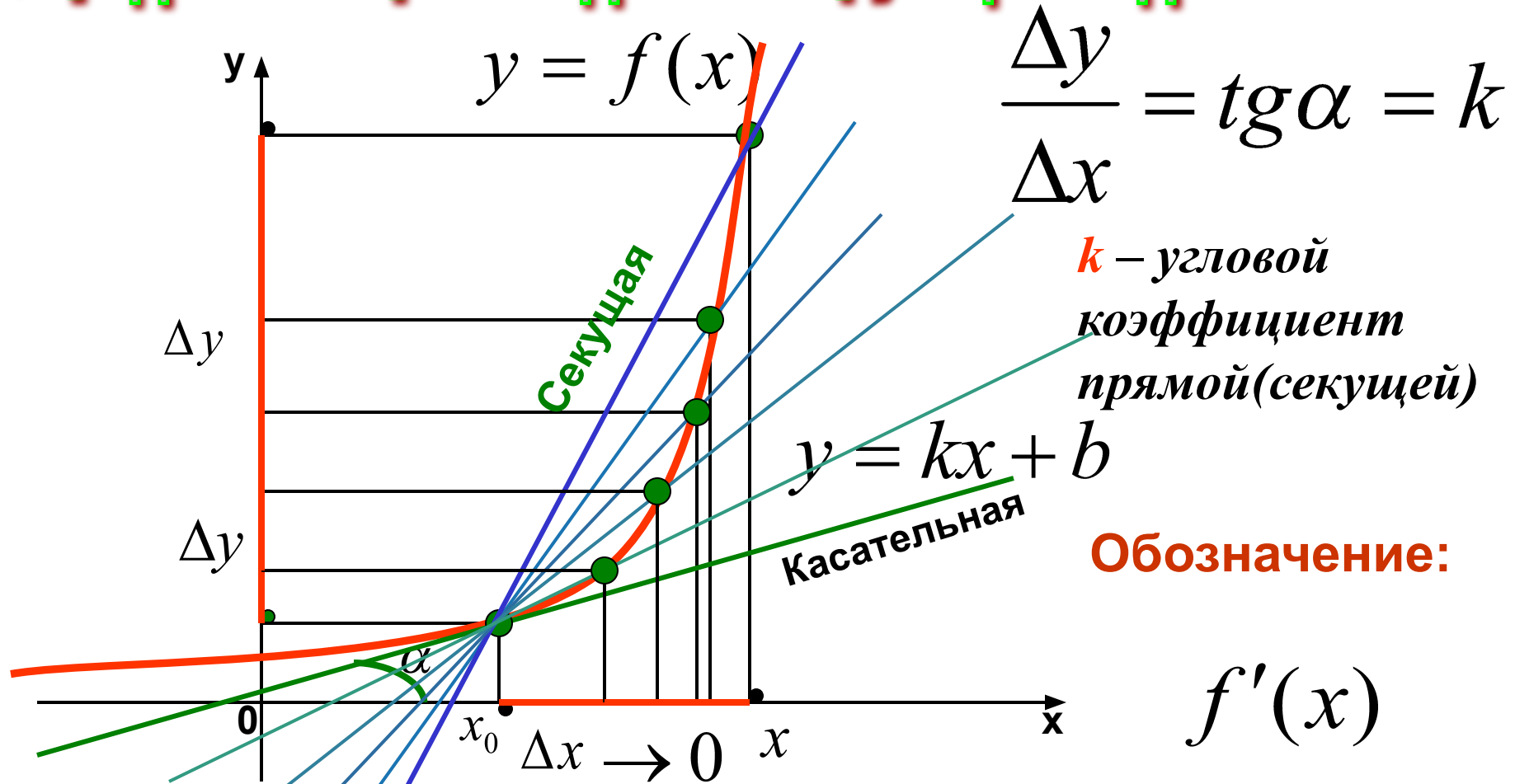


Угловым коэффициентом касательной можно найти как предел выражения:

$$k(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

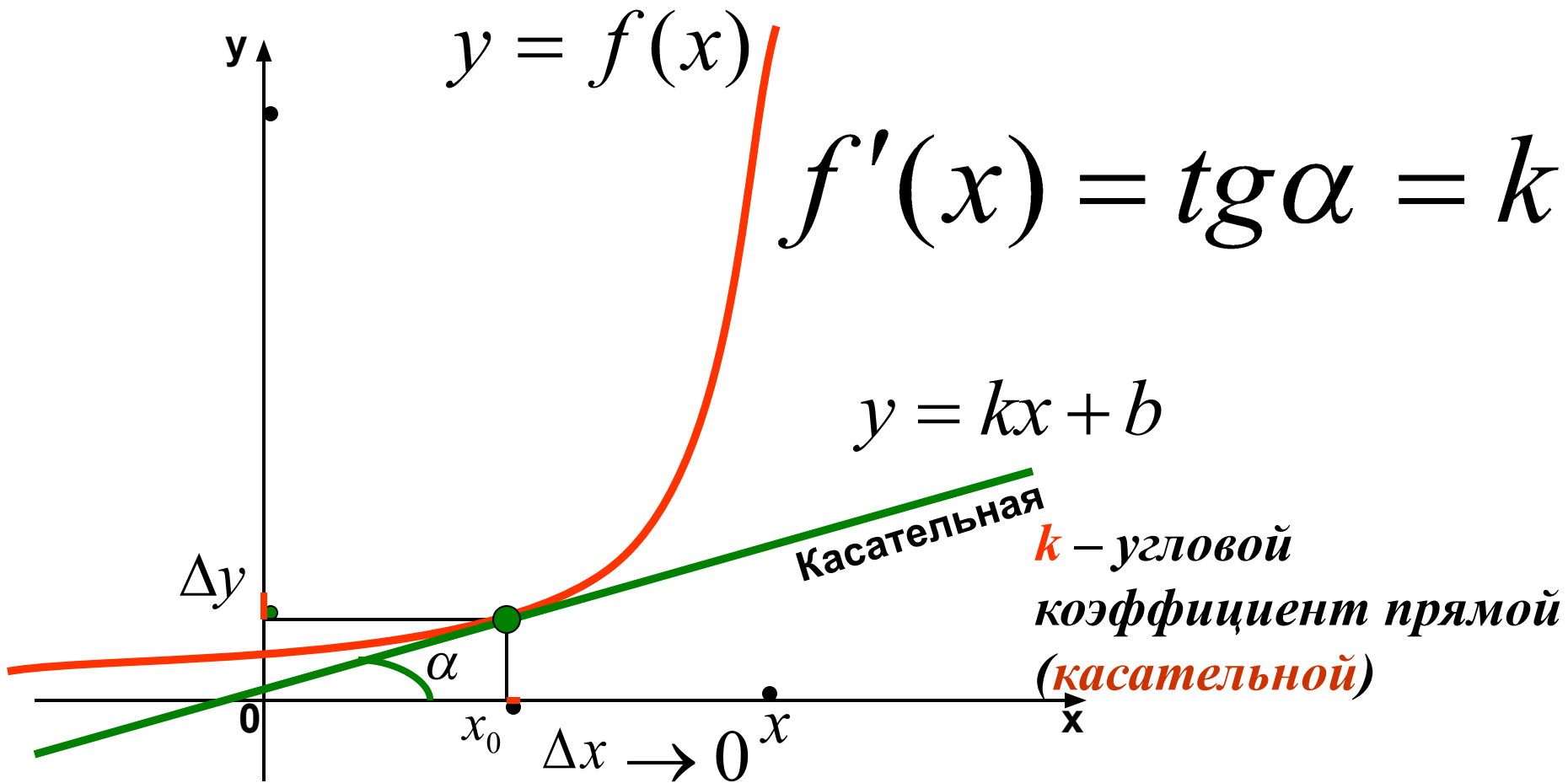


# Определение производной от функции в данной точке.



Производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$  называется

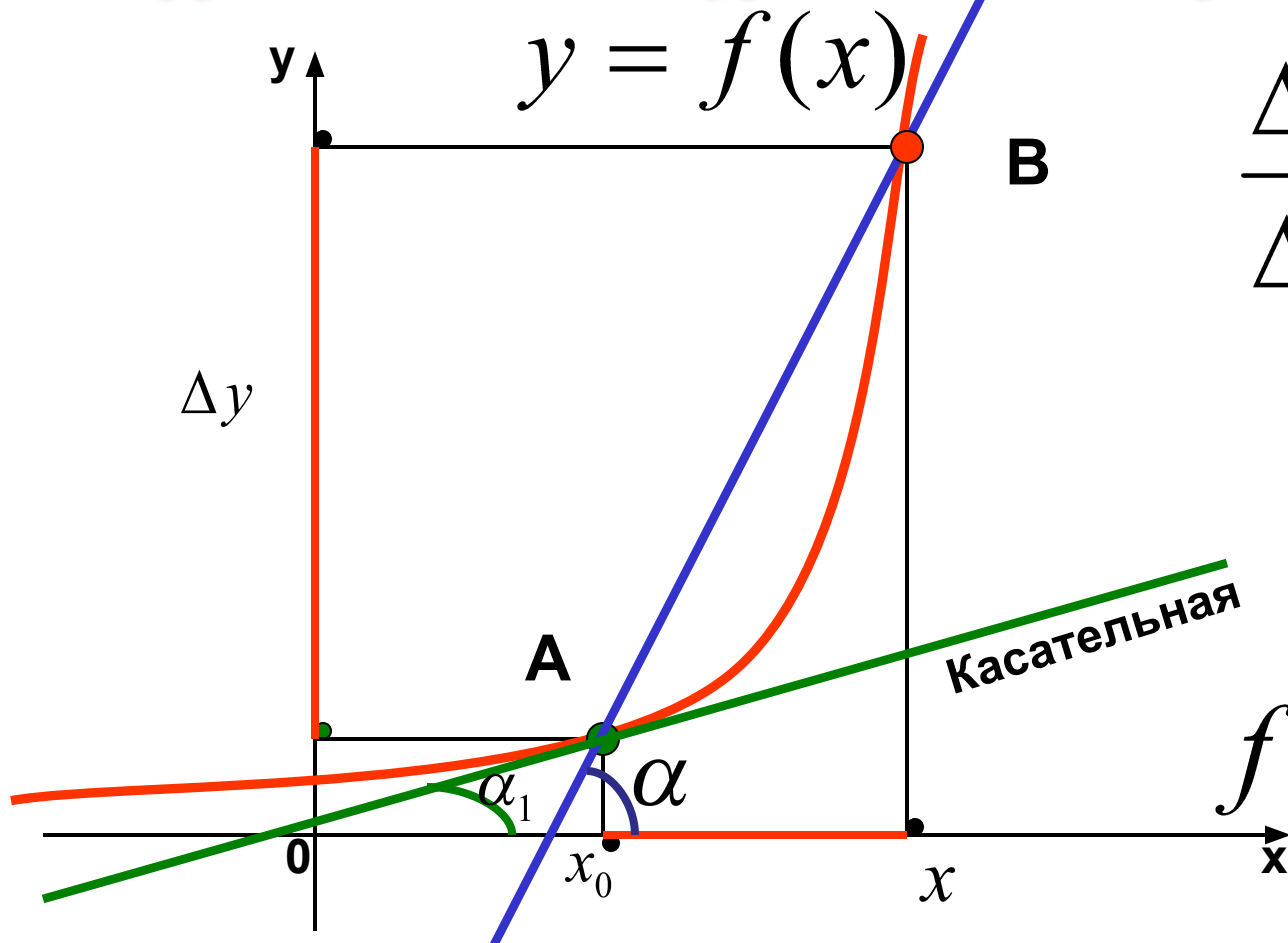
число, к которому стремится отношение  $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$  при  $\Delta x \rightarrow 0$ .



## Геометрический смысл производной

Производная от функции в данной точке равна угловому коэффициенту касательной, проведенной к графику функции в этой точке.

# Определение производной от функции в данной точке.



$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \operatorname{tg} \alpha = k$$

*k* – угловой коэффициент прямой (секущей)

$$y = kx + b$$

$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha_1$$

$\Delta x$  –

**Геометрический смысл производной.** Производная от функции в данной точке равна угловому коэффициенту касательной, проведенной к графику функции в этой точке.

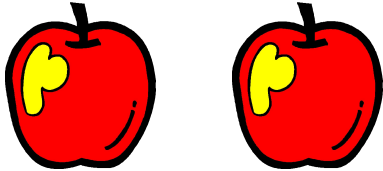
## 2. Механический смысл производной.

*Исаак Ньютон*  
(1643 – 1727)



**«Когда величина является максимальной или минимальной, в этот момент она не течет ни вперед, ни назад.»**

# 2. Механический смысл производной.

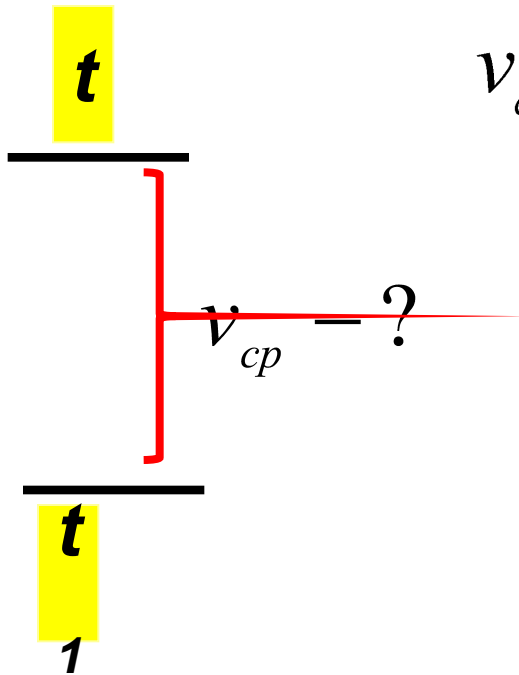


Свободное падение

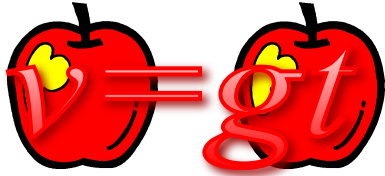
$$s = \frac{gt^2}{2}$$

$$v_{cp} = \frac{S(t_1) - S(t)}{t_1 - t} = \frac{g}{2} \cdot \frac{t_1^2 - t^2}{t_1 - t}$$

$$v_{cp} = \frac{g}{2} \cdot (t_1 + t)$$

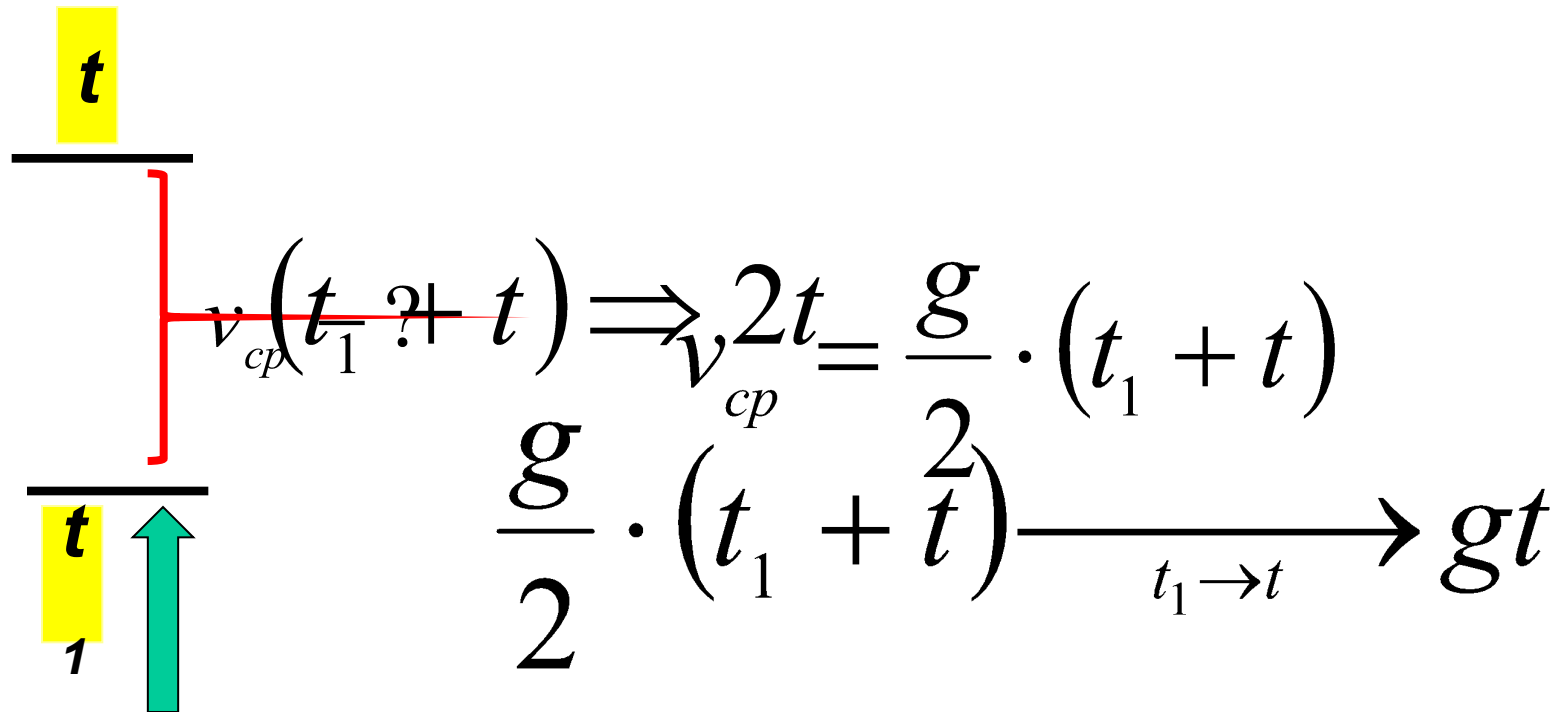


# 2. Механический смысл производной.



Свободное падение

$$s = \frac{gt^2}{2}$$



## 2. Механический смысл производной.

*Используя слово «предел», можно сказать, что мгновенная скорость в точке  $t$  – это предел средней скорости при стягивании отрезка, на котором она изменяется, в точку  $t$  или в символической записи*

$$v(t) = \lim_{t_1 \rightarrow t} \frac{S(t_1) - S(t)}{t_1 - t}$$

**Производная** - это скорость

## 2. Механический смысл производной.

$$v_{\text{ср.}} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$\Delta x$  – перемещение тела  
 $\Delta t$  – промежуток времени  
в течение которого выполнялось  
движение

При  $\Delta t \rightarrow 0$   $v_{\text{ср.}} \rightarrow$  к мгновенной скорости  $v(t)$ ,  
следовательно,  $v(t) = S'(t)$ .

$$S'(t) = v(t) \quad \text{или} \quad x'(t) = v(t)$$

$$f'(x) = v(x)$$