Лекция 8. ЭЛЕМЕНТЫ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ МЕХАНИКИ

Преобразование Галилея.

Инвариантность уравнений механики относительно преобразований Галилея

Постулаты Эйнштейна

Преобразования Лоренца

Следствия из преобразований Лоренца

Релятивистский закон сложения скоростей

Был этот мир глубокой тьмой окутан.
Да будет свет! И вот явился Ньютон.
Но сатана недолго ждал реванша,
Пришел Эйнштейн - и стало все, как раньше.

Эйнштейн однажды написал Чарли Чаплину:

- Ваш фильм "Золотая лихорадка" понятен во всем мире, и Вы непременно станете великим человеком.

На что Чаплин ответил:

- Я Вами восхищаюсь ещё больше. Вашу теорию относительности никто в мире не понимает, а Вы всё-таки стали великим человеком!...

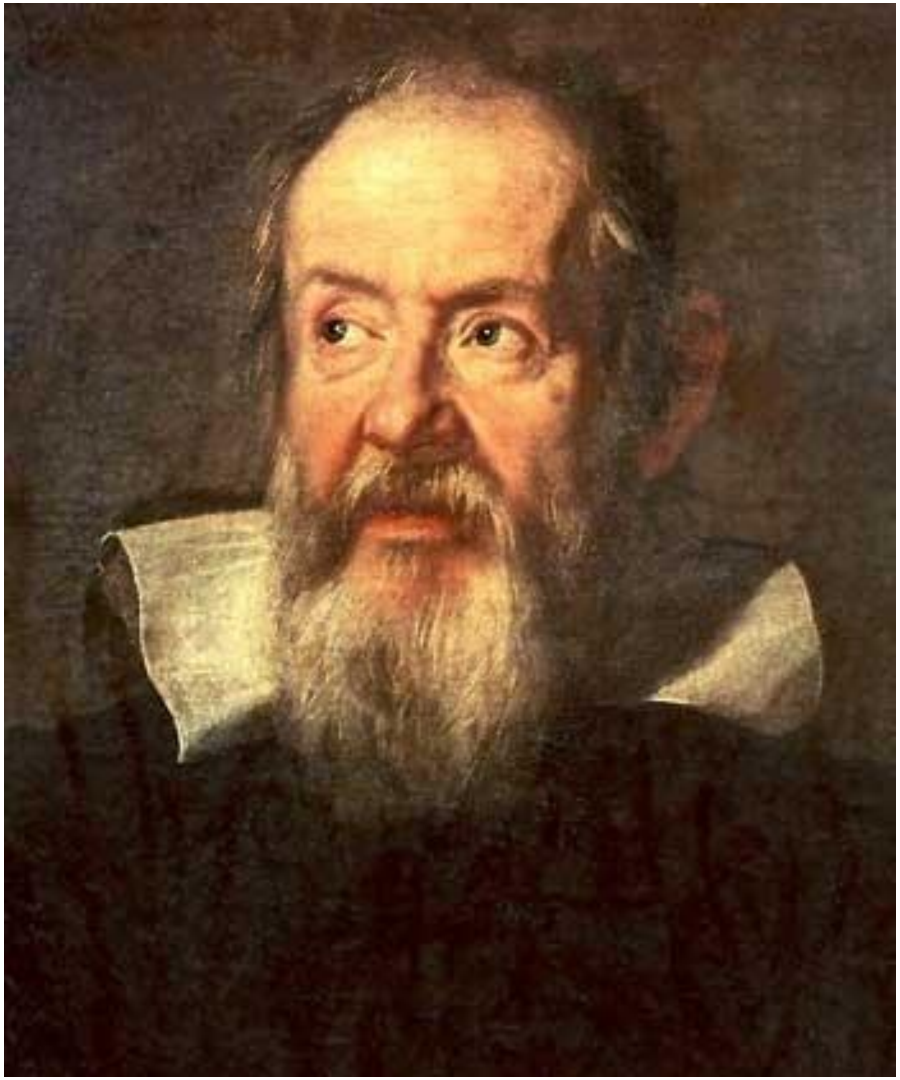
Преобразования Галилея

Галилео Галилей

(Galileo Galilei)

Родился	***15 февраля 1564*** ***Пиза (Pisa)*** ***Италия***
Умер	***8 января 1642*** ***Арчетри (Arcetri)*** ***Италия***

астроном, философ и физик.



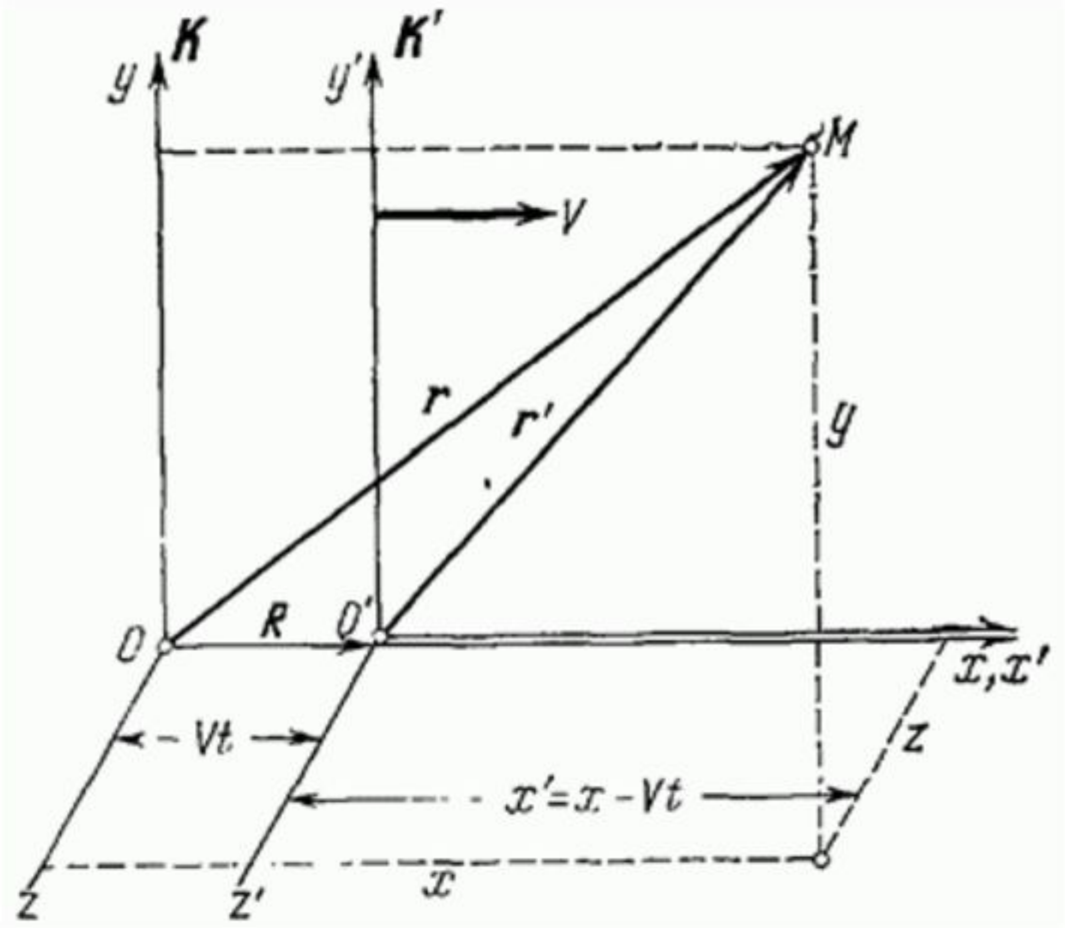
По классической механике:

механические явления происходят одинаково в системах отсчета, движущихся равномерно и прямолинейно относительно друг друга.

Преобразования Галилея:

$$x' = x - Vt, \qquad y' = y, \qquad z' = z.$$

$t' = t$



Преобразования Галилея в общем виде

$$\boxed{\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{r}\,'}$$

$$\boxed{\vec{\mathrm{v}} = \vec{\mathrm{v}}_0 + \vec{\mathrm{v}}\,'}$$

$$\boxed{a = a'}$$

$$\boxed{t = t'}$$

Пространственный интервал, т.е. расстояние между пространственными точками:

$$\Delta l_{12} = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2} =$$
$$= \sqrt{(x'_1 - x'_2)^2 + (y'_1 - y'_2)^2 + (z'_1 - z'_2)^2} =$$
$$= \Delta l'_{12} = inv$$

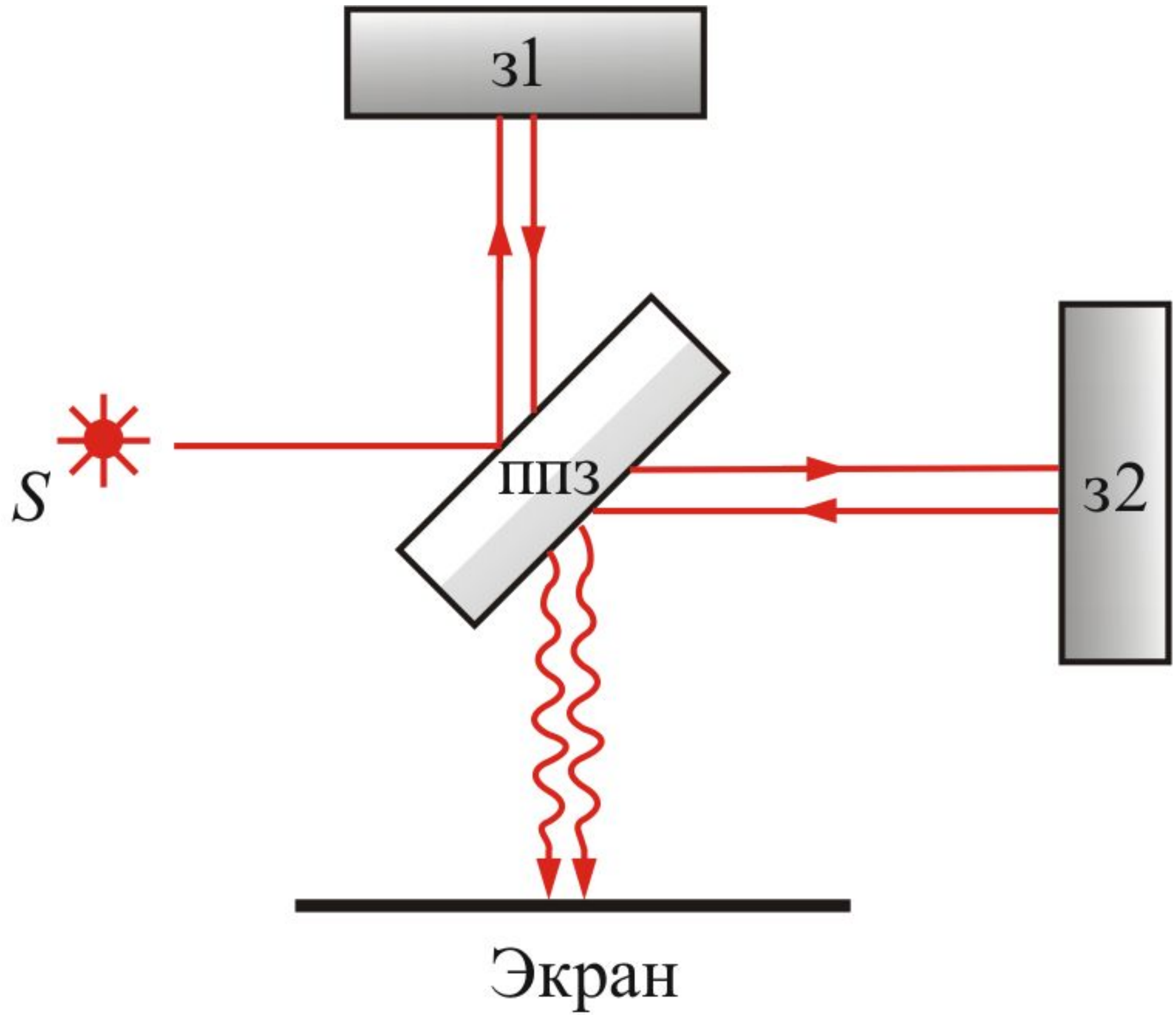
Пространственный интервал

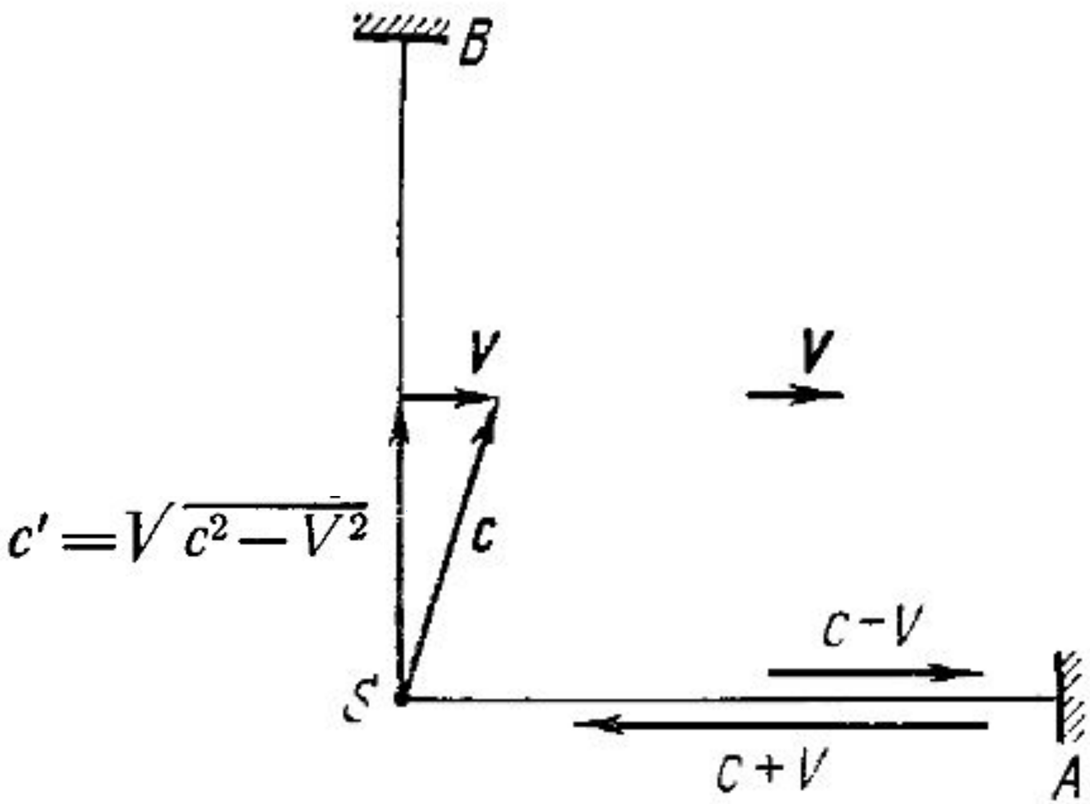
$$\Delta l_{12} = \Delta l'_{12} = inv$$

Временной интервал:

$$\Delta t = \Delta t' = inv$$

Интерферометр Майкельсона





На пути SAS $$t_{\parallel} = \frac{l}{c-V} + \frac{l}{c+V} = \frac{2l}{c}\,\frac{1}{1-(V/c)^2}$$

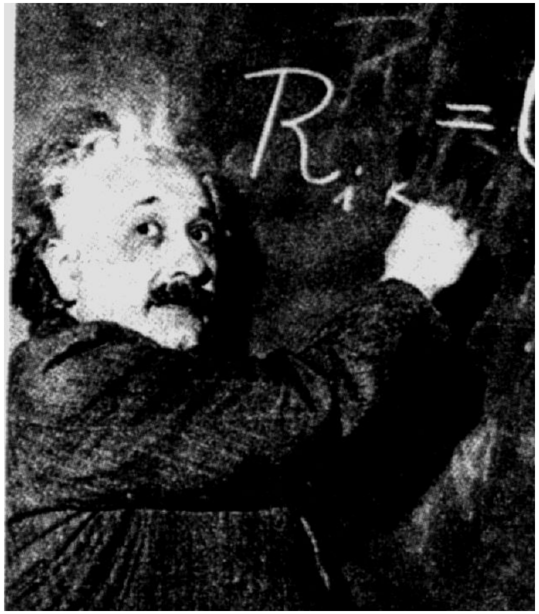
На пути же SBS $$t_{\perp} = \frac{2l}{\sqrt{c^2-V^2}} = \frac{2l}{c}\,\frac{1}{\sqrt{1-(V/c)^2}}$$

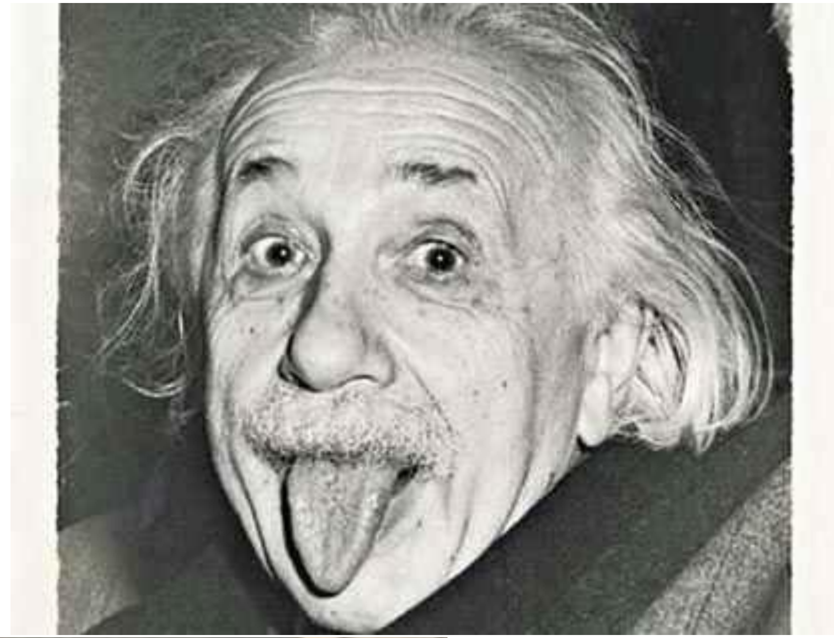
Майкельсон проводил эксперименты в течение семи лет с 1881 г. в Берлине и с 1887 г. в США совместно с профессором Морли.

Результаты опытов Майкельсона и Морли показали, что величина скорости света постоянна и не зависит от движения источника и наблюдателя.

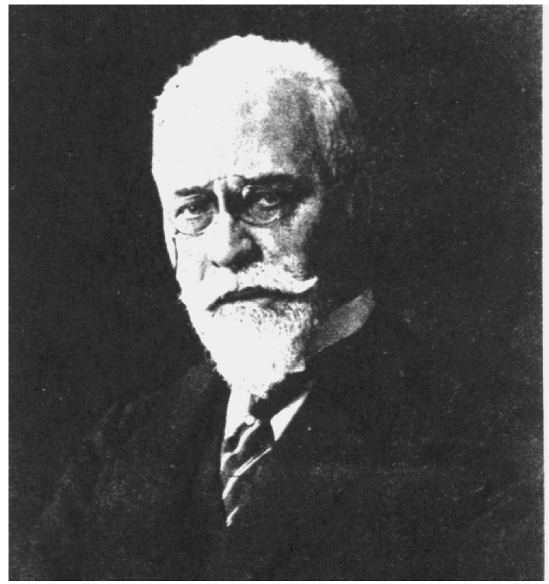
Принцип относительности Эйнштейна

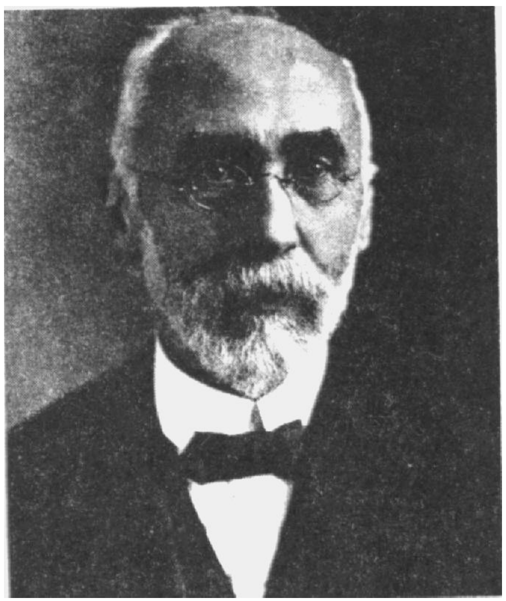
В 1905 г. в журнале «Анналы физики» вышла знаменитая статья А. Эйнштейна «К электродинамике движущихся тел», в которой была изложена специальная теория относительности (СТО).





Анри Пуанкаре





Г. Минковский

Х..Лоренц

Основные понятия СТО.

- ***Система отсчёта***
- *Обычно различают системы отсчёта и системы координат. Добавление процедуры измерения времени к системе координат «превращает» её в систему отсчёта.*
- **Инерциальная система отсчёта (ИСО)** — это такая система, относительно которой объект, не подверженный внешним воздействиям, движется равномерно и прямолинейно.
- **Событием** называется любой физический процесс, который может быть локализован в пространстве, и имеющий при этом очень малую длительность. Другими словами, событие полностью характеризуется координатами (x, y, z) и моментом времени t.

1-й Принцип относительности

Все законы природы инвариантны по отношению к переходу от одной инерциальной системы отсчета к другой (протекают одинаково во всех инерциальных системах отсчета).

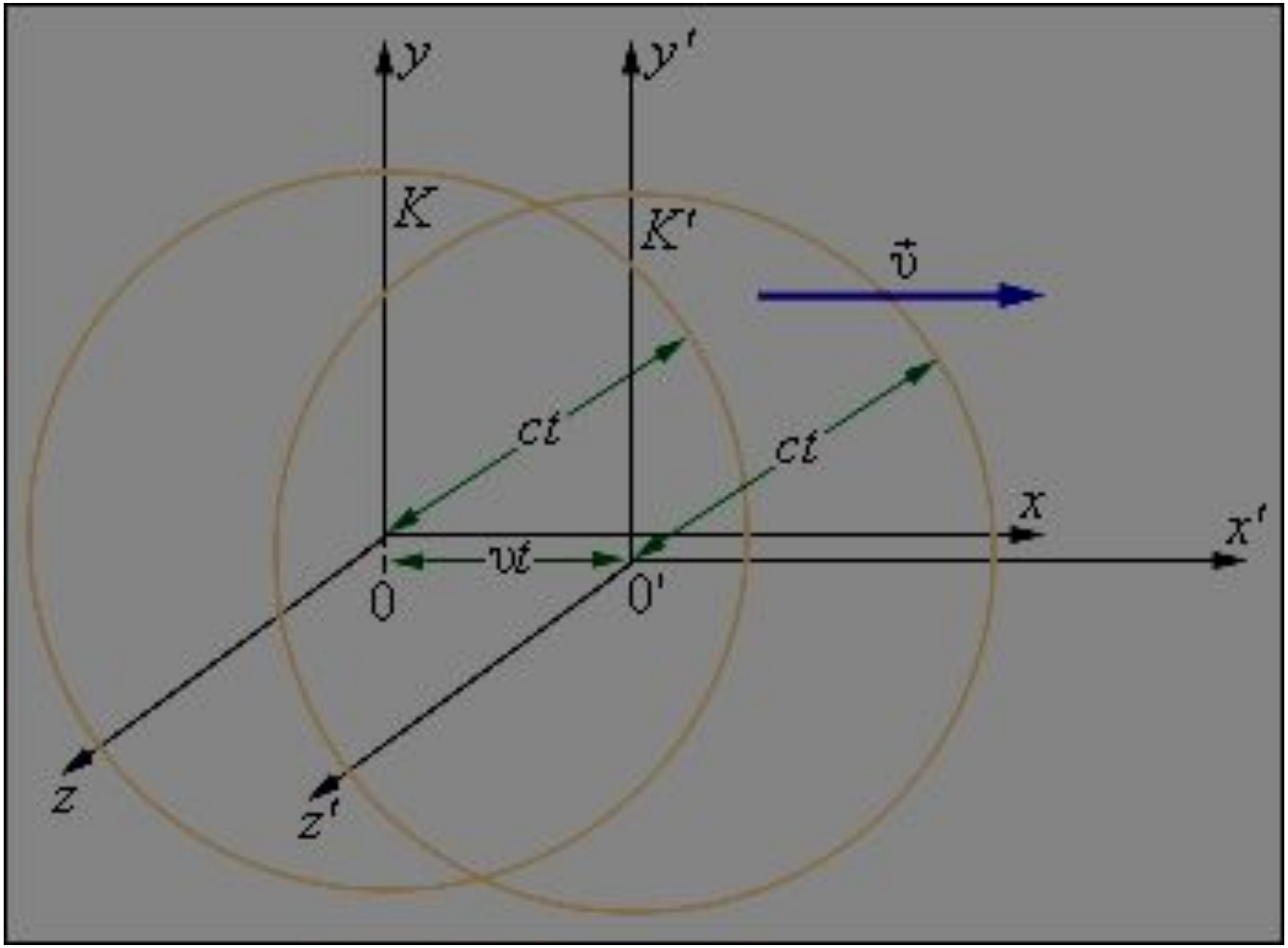
Это означает, что во всех инерциальных системах физические законы (не только механические) имеют одинаковую форму. Таким образом, принцип относительности классической механики обобщается на все процессы природы, в том числе и на электромагнитные. Этот обобщенный принцип называют принципом относительности Эйнштейна.

2-й принцип относительности

Скорость света в вакууме не зависит от скорости движения источника света или наблюдателя и одинакова во всех инерциальных системах отсчета.

Скорость света в СТО занимает особое положение. Это предельная скорость передачи взаимодействий и сигналов из одной точки пространства в другую.

Пример со вспышкой света, испущенной из одного места, но воспринимаемой в двух системах отсчета



Преобразования Лоренца.

преобразования Лоренца при переходе от K-к K'-системе имеют вид:

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1-\beta^2}}; \quad y' = y; \quad t' = \frac{t - xV/c^2}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

при обратном переходе от K'- к K-системе —

$$x = \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1-\beta^2}}; \quad y = y'; \quad t = \frac{t' + x'V/c^2}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

где $\beta = \dfrac{V}{c}$ Отношение скорости штрихованной системы отсчета к скорости света

Преобразования Лоренца.

$$x = \frac{x' + Vt}{\sqrt{1 - \beta^2}} \qquad x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$y = y' \qquad y' = y$$

$$z = z' \qquad z' = z$$

$$t = \frac{t' + \frac{Vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \qquad t' = \frac{t - \frac{Vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

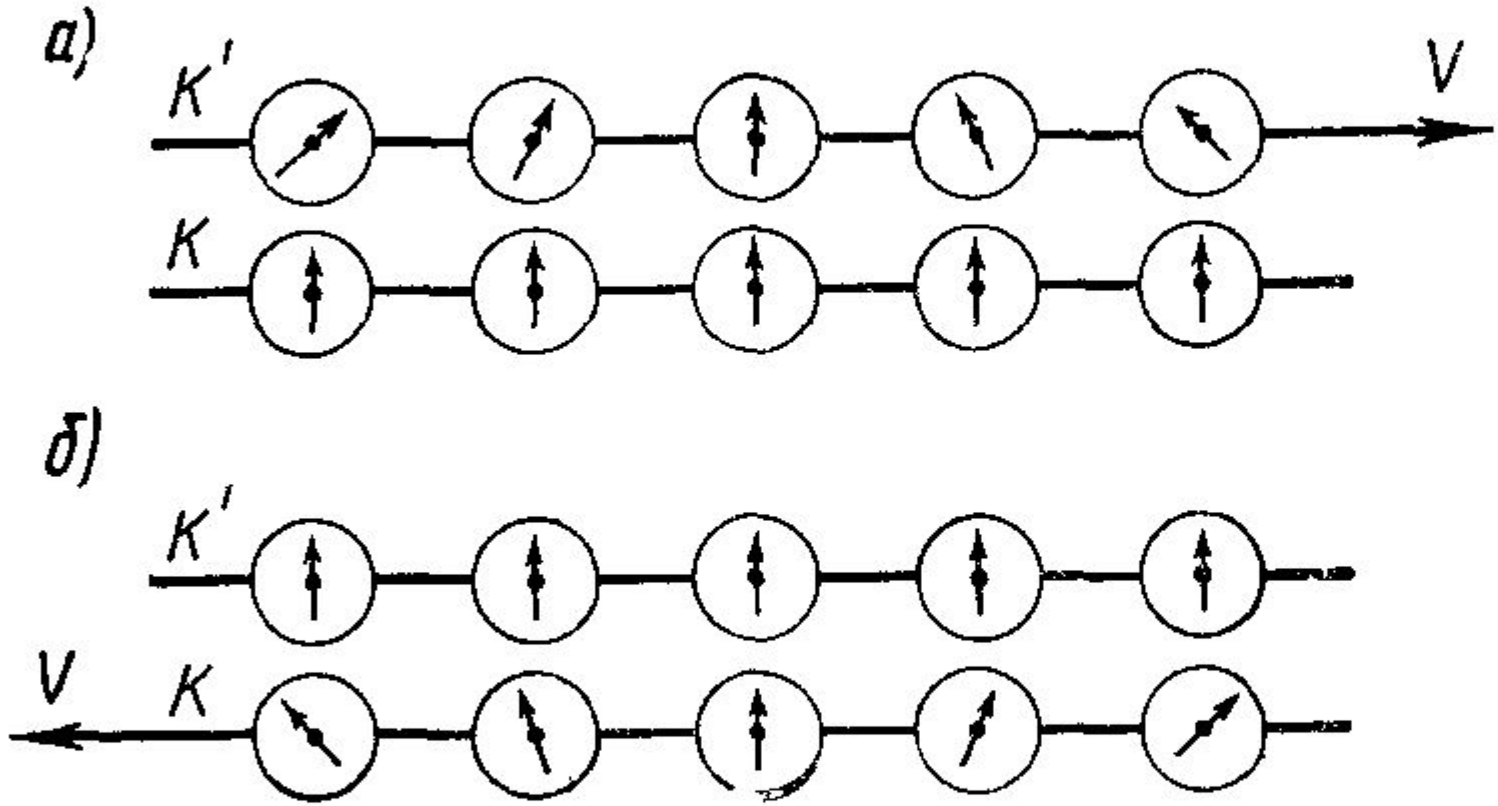
$$\beta = \frac{V}{c}$$

Следствия преобразований Лоренца

В соответствии с преобразованиями Лоренца ***для времени*** в системе К′ получим:

$$t'_1 = \frac{t - \dfrac{Vx_1}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad t'_2 = \frac{t - \dfrac{Vx_2}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Часы, синхронизированные в одной системе отсчета, станут показывать разное время в другой системе отсчета



Интервалы времени не равны!!!

$$\tau' = t_2' - t_1' = \frac{t_2 - Vx/c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{t_1 - Vx/c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{t_2 - t_1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\tau}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\tau = t_2 - t_1 = \frac{t_2' - Vx'/c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{t_1' - Vx'/c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{t_2' - t_1'}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{\tau'}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\boxed{\tau = \tau'\sqrt{1-\beta^2}}$$

Размеры по длине не равны!!!

$$l_0 = x_2 - x_1 = \frac{x_2' - Vt}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{x_1' - Vt}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{x_2' - x_1'}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{l_0'}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$l_0' = x_2' - x_1' = \frac{x_2 - Vt}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{x_1 - Vt}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{l_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\boxed{l_0' = l_0\sqrt{1-\beta^2}}$$

Из учебника Савельева:

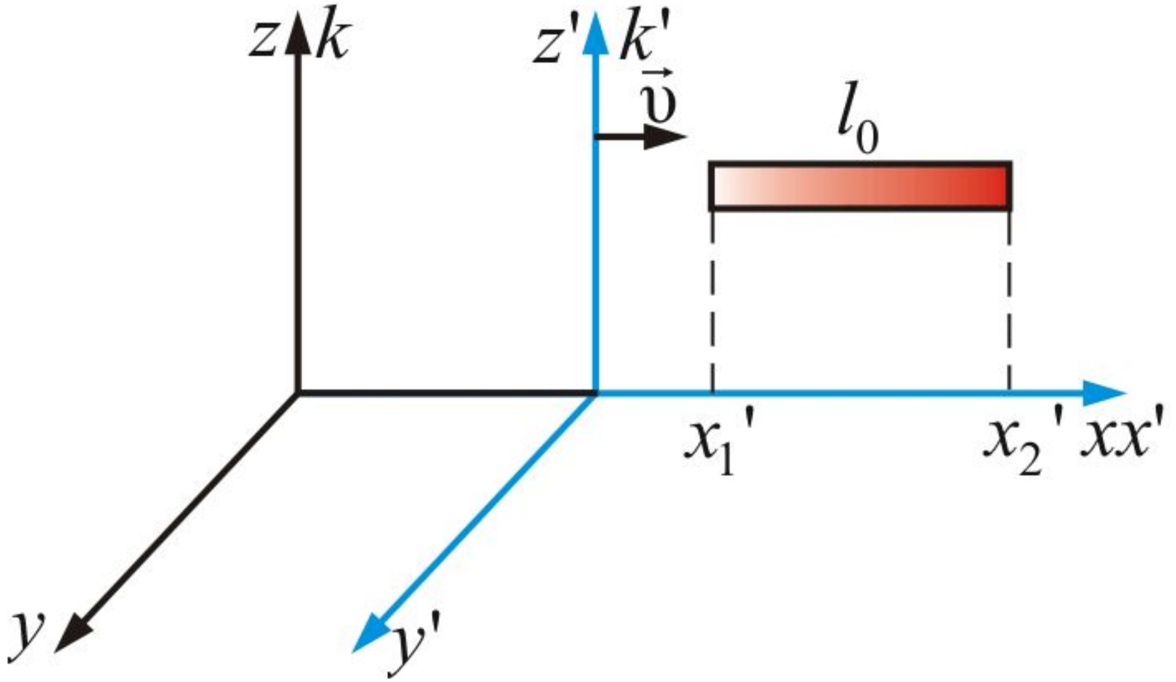
Воспользовавшись обозначениями l и l_0 а также заменив относительную скорость системы отсчета *V*, равной ей скоростью стержня υ относительно системы *K*, придем к соотношению:

$$l = l_0\sqrt{1-\upsilon^2/c^2}$$

То есть, за l_0 принимается длина стержня в системе *K'*, относительно которой он неподвижен

Следств.1. *Лоренцево сокращение длины*

(***длина тел в разных системах отсчета разная***)



$$\boxed{l_0 = \frac{l}{\sqrt{1-\beta^2}};}$$

$$\boxed{\text{или} \quad l = l_0\sqrt{1-\beta^2}}$$

Длина движущегося тела короче, чем покоящегося.

Необходимо отметить, что лоренцево сокращение, как и замедление времени, должно быть взаимным. Это значит, что если мы будем сравнивать два движущихся относительно друг друга стержня, собственная длина которых одинакова, то с «точки зрения» каждого из этих стержней длина другого стержня будет короче, причем в одинаковом отношении. Если бы это было не так, то имелась бы возможность экспериментально отличить инерциальные системы отсчета, связанные с этими стержнями, что, однако, противоречит принципу относительности.

Это говорит о том, что *лоренцево сокращение является также чисто кинематическим эффектом* — в теле не возникает каких-либо напряжений, вызывающих деформацию.

Следств. 2. *Замедление времени*

(***длительность событий в разных системах отсчета отличается***)

$$\boxed{\Delta t = \frac{\tau}{\sqrt{1-\beta^2}}}$$

Собственное время* – *минимально

(*движущиеся часы идут медленнее покоящихся*).

$$t_2 - t_1 = \frac{t'_2 - t'_1}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

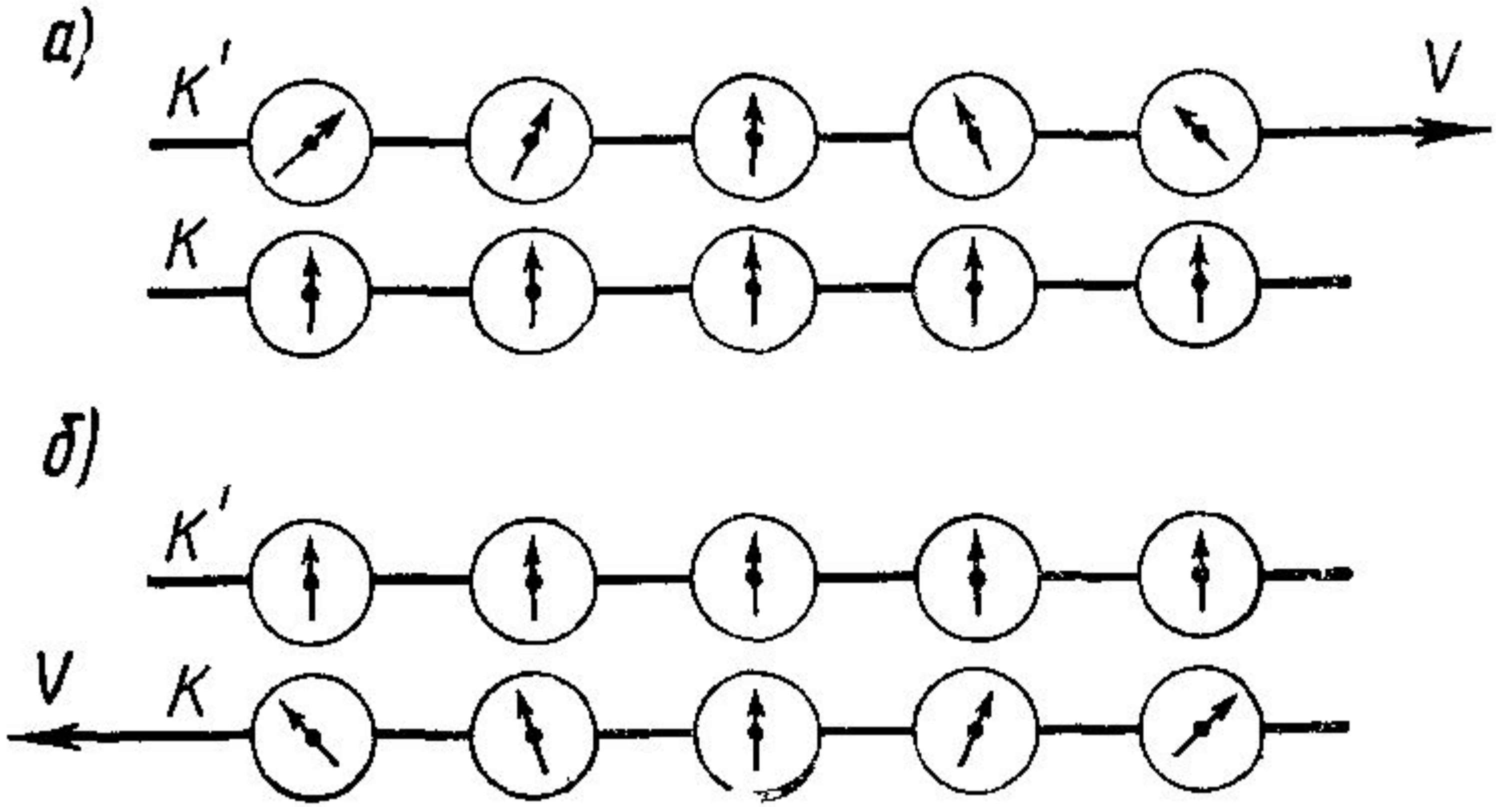
или

$$\boxed{\Delta t = \frac{\tau}{\sqrt{1-\beta^2}}}$$

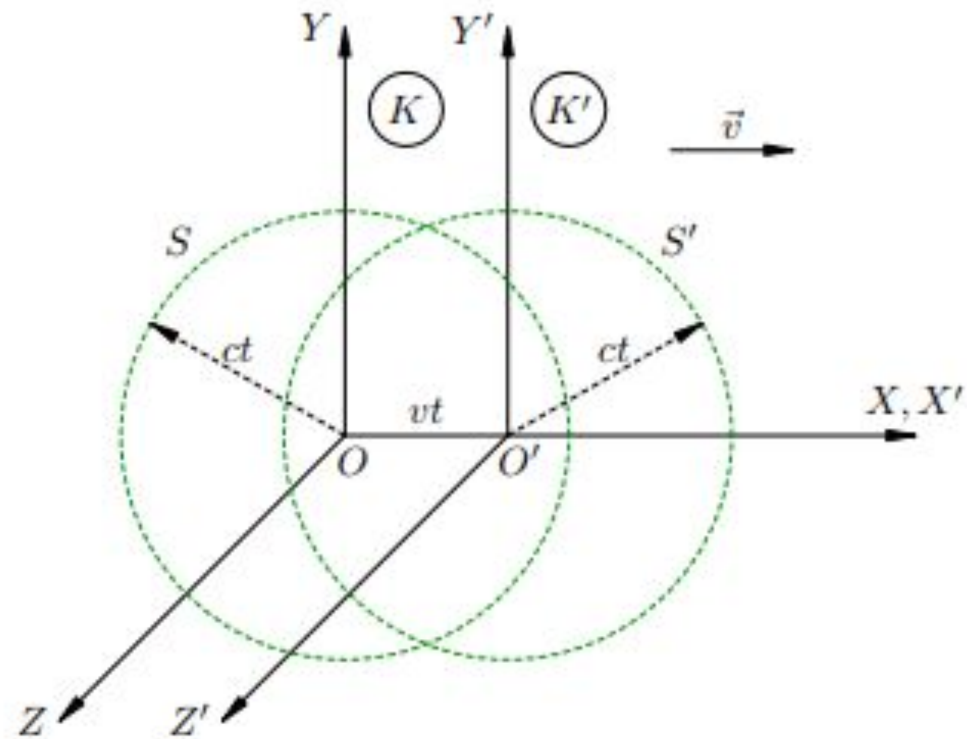
Из этого уравнения следует, что ***собственное время*** – ***минимально*** (*движущиеся часы идут медленнее покоящихся*).

Утверждают, что этот эффект имеет множество экспериментальных подтверждений.

Часы, синхронизированные в одной системе отсчета, станут показывать разное время в другой системе отсчета

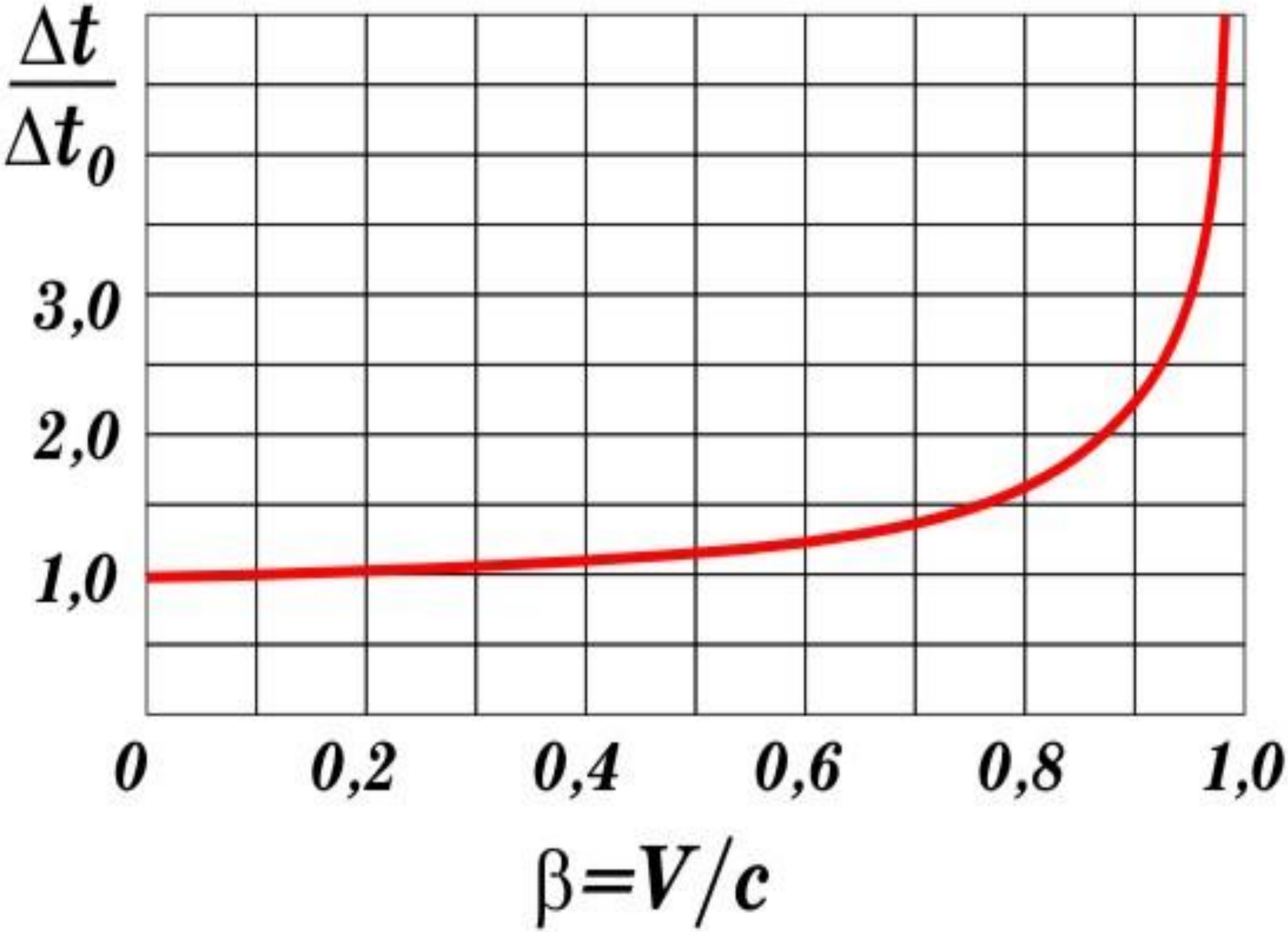


Пример со вспышкой света



Кажущийся парадокс со световой вспышкой

$$c\Delta t = R \qquad\qquad c\Delta t' = R'$$


Δt / Δt0
3,0
2,0
1,0
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1,0
β=V/c

Инвариантность пространственно-временного интервала

$$\boxed{\Delta s^2 = c^2 \Delta t^2 - \Delta l^2 = inv}$$

Пространственно-временной интервал в СТО является инвариантом (постулат):

$$\Delta s^2 = c^2(t_2 - t_1)^2 - (x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2 - (z_2 - z_1)^2 =$$

$$= c^2\Delta t^2 - \Delta l^2$$

$$\boxed{\Delta s^2 = c^2\Delta t^2 - \Delta l^2 = inv}$$

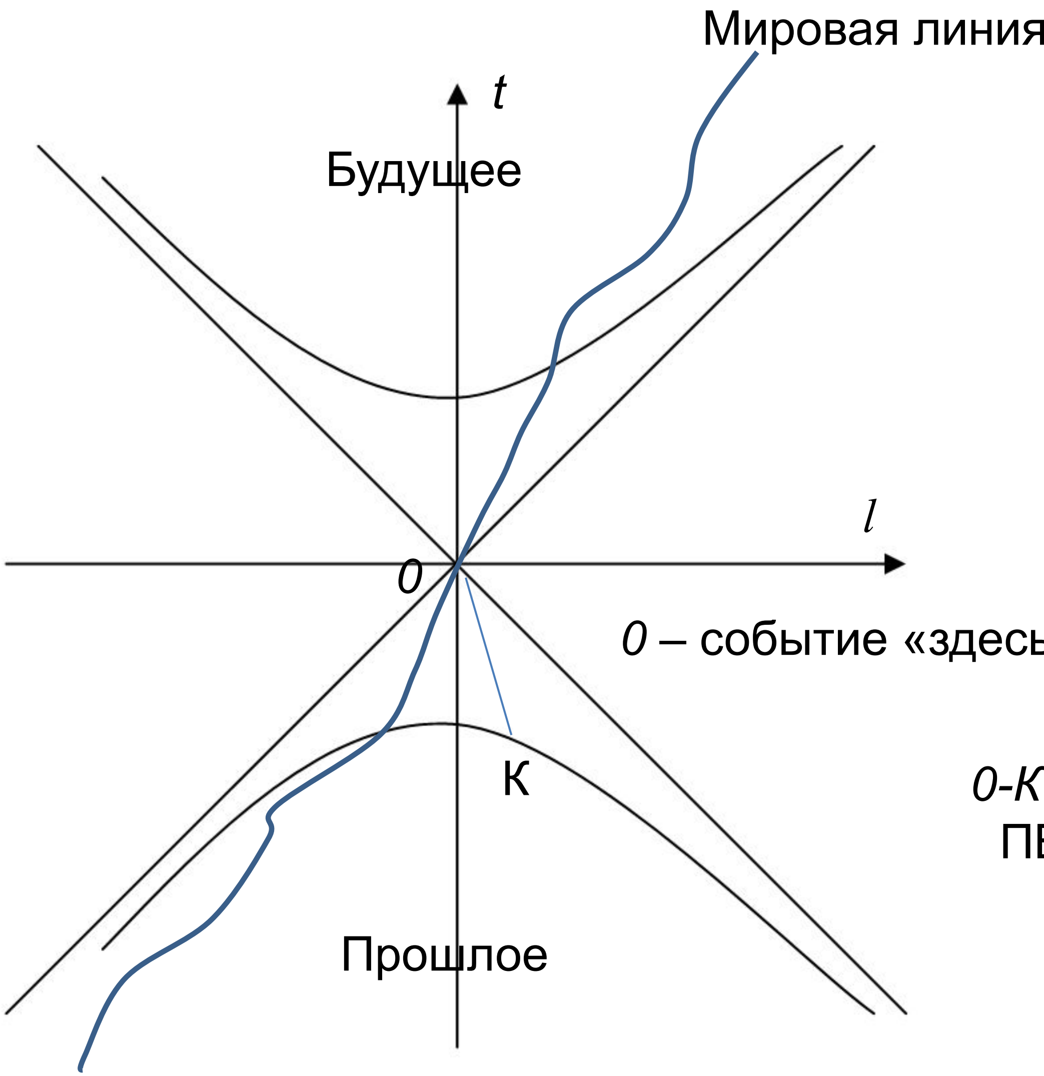
Инвариантность пространственно-временного интервала в СТО

(пространство псевдоевклидово)

Иллюстрация инвариантности П-В интервала

$$c^2 t'^2_{12} - x'^2_{12} = c^2 \frac{(t_{12} - x_{12} V / c^2)^2}{1 - \beta^2} - \frac{(x_{12} - V t_{12})^2}{1 - \beta^2} = c^2 t^2_{12} - x^2_{12}.$$

Световой конус Минковского



0 – событие «здесь –теперь»

0-К = S
ПВВ

Причинно-следственные связи

Значение S	Тип интервала	Причинно-следственная связь между событиями
$S > 0$	Времениподобный	Связь между событиями возможна
$S = 0$	Светоподобный	Связь возможна световым сигналом
$S < 0$	Пространственноподобный	Причинно-следственная связь событий невозможна

Релятивистский закон сложения скоростей

Дифференцируя выражения

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad y' = y \qquad t = \frac{t' + Vx'/c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \text{и} \quad t' = \frac{t - \dfrac{Vx}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

по правилу:

$$\upsilon'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx'/dt}{dt'/dt} \qquad \upsilon'_y = \frac{dy'}{dt'} = \frac{dy'/dt}{dt'/dt}$$

получаем:

$$\upsilon'_x = \frac{\upsilon_x - V}{1 - \upsilon_x V/c^2} \qquad \upsilon'_y = \frac{\upsilon_y\sqrt{1-\beta^2}}{1 - \upsilon_x V/c^2}$$

$$\upsilon' = \sqrt{\upsilon_x'^2 + \upsilon_y'^2}$$

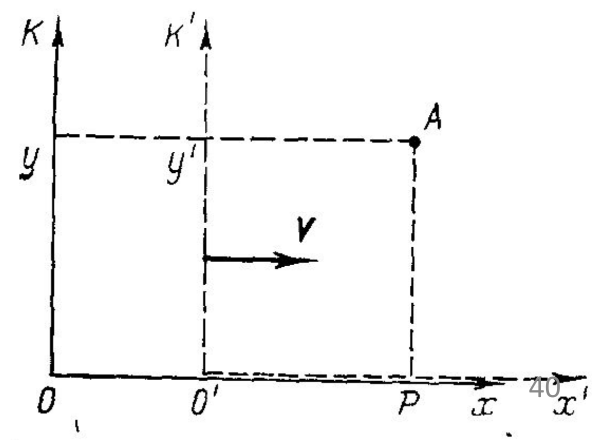
$$\upsilon' = \frac{\sqrt{(\upsilon_x - V)^2 + \upsilon_y^2(1-\beta^2)}}{1 - \upsilon_x V / c^2}$$

Относительная скорость не может быть больше скорости света

При малых скоростях V и υ формулы принимают вид классической механики

$$\upsilon_x' = \upsilon_x - V \qquad \upsilon_y' = \upsilon_y$$

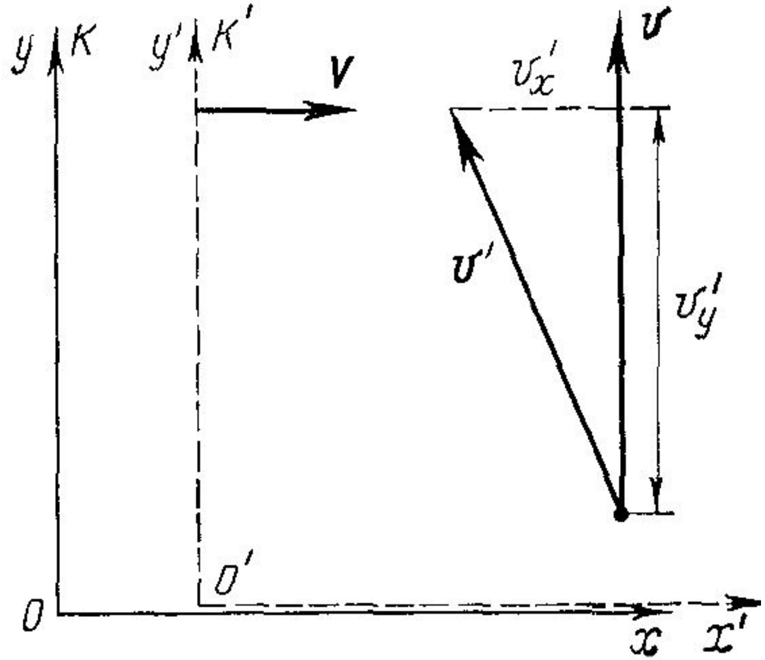
или в векторной форме: $\vec{\upsilon}' = \vec{\upsilon} - \vec{V}$

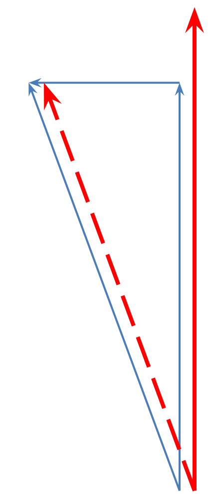


Релятивистское преобразование скорости

в *K* - системе:

$$\upsilon_x = 0 \text{ и } \upsilon_y = \bar{\upsilon}.$$





в *K'* - системе:

Согласно преобразованиям:

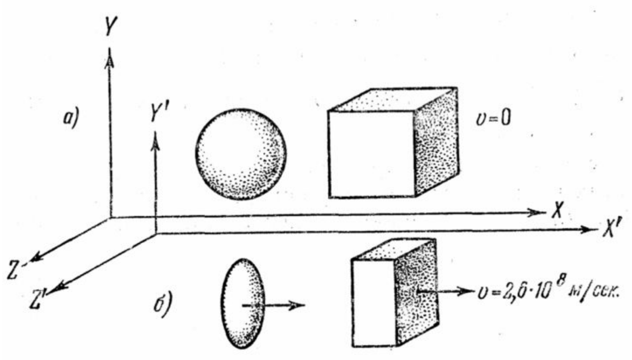
$$\upsilon_x' = \frac{\upsilon_x - V}{1 - \upsilon_x V / c^2} \qquad \upsilon_y' = \frac{\upsilon_y\sqrt{1-\beta^2}}{1 - \upsilon_x V / c^2}$$

$$\boxed{v_x' = -V; \quad v_y' = v_y\sqrt{1-\beta^2}.}$$

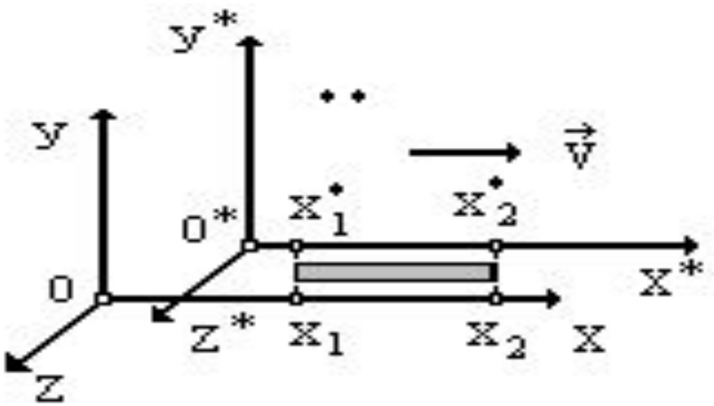
Таким образом $\vec{\mathbf{v}}' \neq \vec{\mathbf{v}} - \vec{\mathbf{V}}$

Следствия из преобразований Лоренца

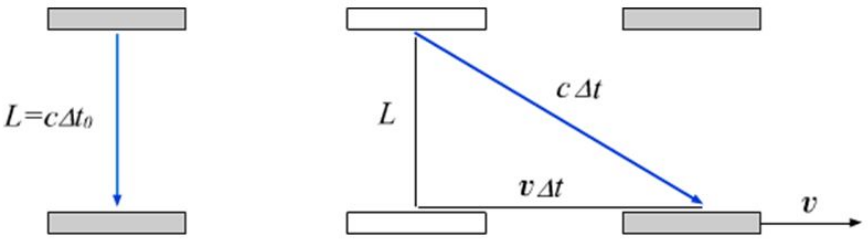
сокращение длины



относительная одновременность



замедление времени



Парадокс лампочки

Парадоксы СТО: http://sceptic-ratio.narod.ru/fi/es8.htm

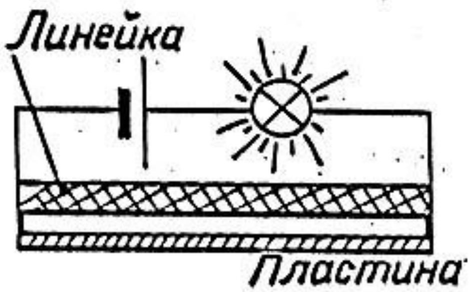


Рис.1 Относительный покой.

Диэлектрическая линейка лежит на проводящей пластине. Длина пластины чуть превышает расстояние между контактами. Цепь замкнута. Лампочка горит.

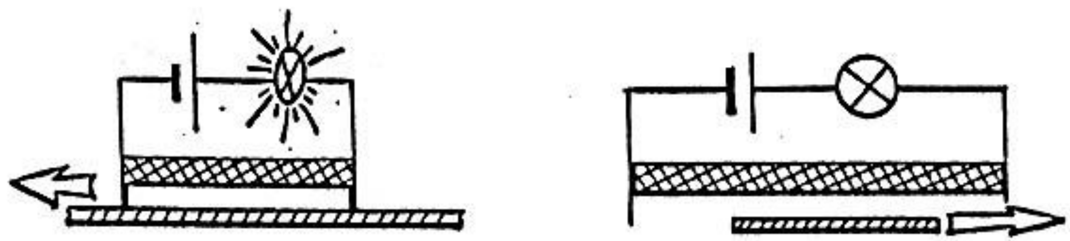
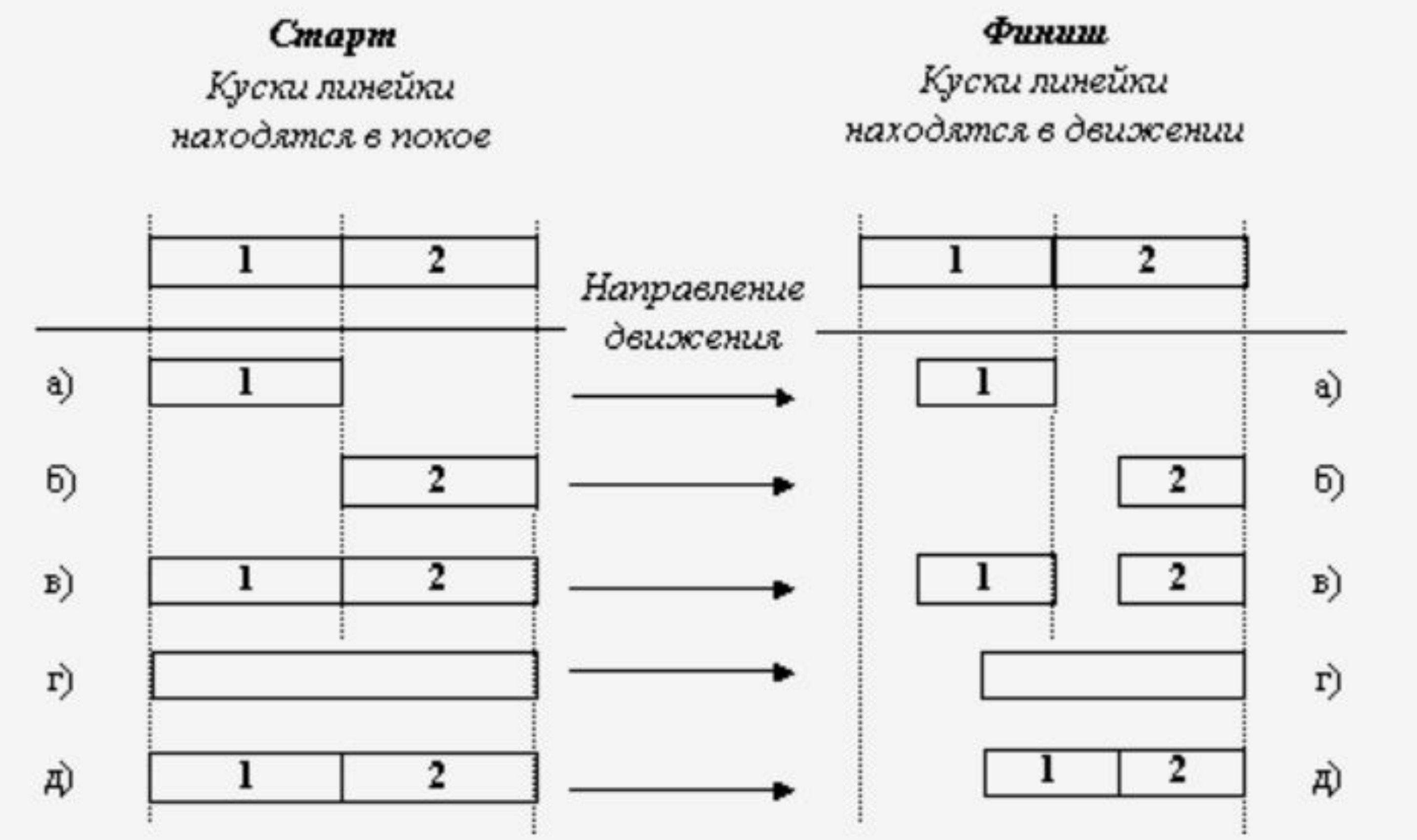


Рис.2 Относительное движение.

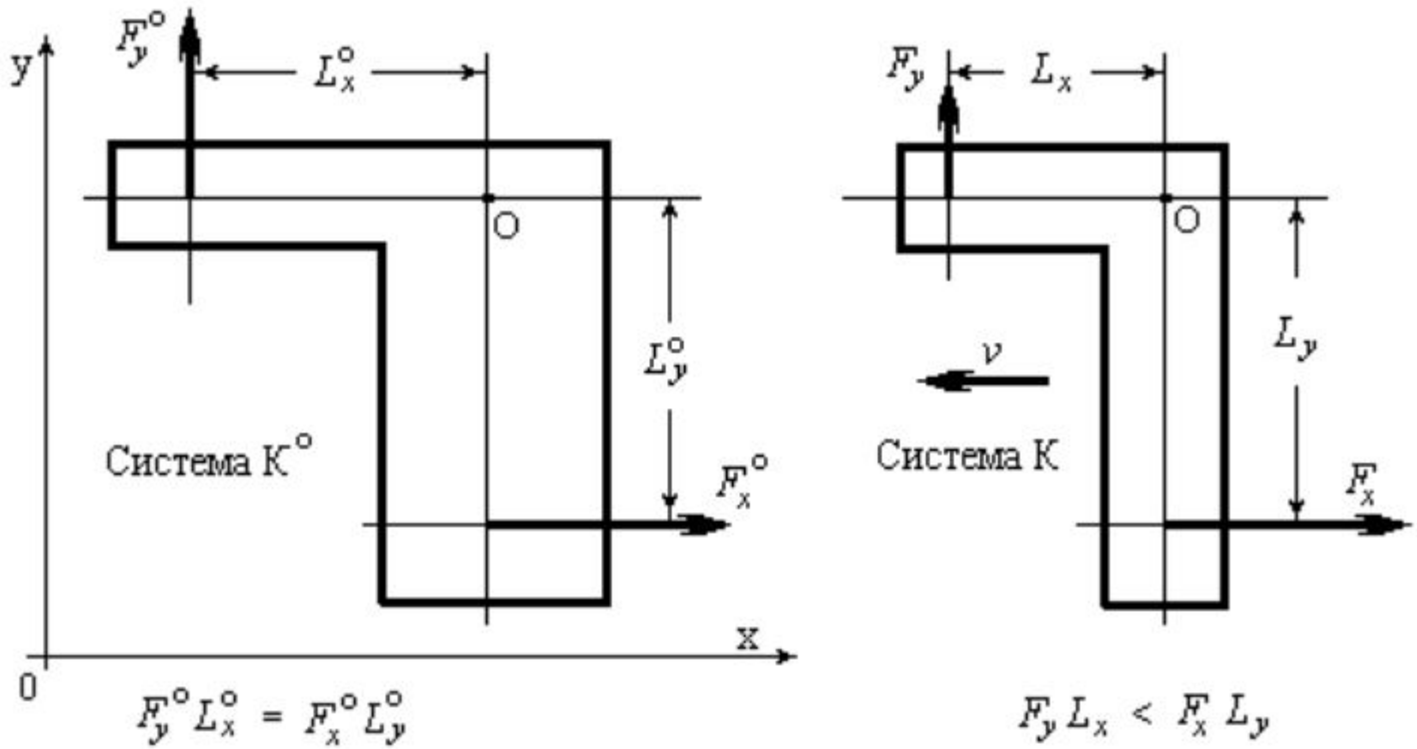
Для наблюдателя на пластине движущаяся линейка сократилась. Пластина обязательно замкнет цепь. Лампочка вспыхнет.

Для наблюдателя на линейке движущаяся пластина сократилась Замыкание цепи невозможно. Лампочка не загорится.



Парадокс распиленной линейки.

Если куски транспортируются по отдельности, то сокращение их произойдет так, как показано на Финише (*а*) и (*б*). Совместная транспортировка этих кусков ничего не изменит и на Финише между кусками будет виден просвет (*в*). Однако транспортировка целой линейки приведет к сокращению типа (*г*). Значит, между кусками не должен наблюдаться просвет (*д*) — ведь линейка «не знает», что она распилена. Итак, неясно, как будет в действительности происходить сокращение транспортируемых кусков линейки — по варианту (*в*) или же по варианту (*д*)?



Парадокс рычага Повернется ли рычаг?

КОНЕЦ ЛЕКЦИИ 8