

Многочлены от одной переменной

Литература: А.Г.Курош Курс высшей алгебры (9-е изд.). М.: Наука, 1968.

Определения

Одночлен (моном): число, переменная, произведение числа и степени переменной.

Примеры: 2 , x , $4x^2$

Определения

Бином: многочлен, состоящий из ровно двух одночленов.

Примеры: $x+2$, $3x^3 - 8$

Определения

Трином: многочлен ровно из трех одночленов.

Пример: $5x^2 + 2x - 14$

Определения

Многочлен: одночлен или сумма одночленов.

$$3x^3 - 5x^2 + 10x - 3$$

Коэффициенты многочлена: числовые множители в одночленах.

$$3x^3 - 5x^2 + 10x - 3$$

коэффициенты: 3, -5, 10, -3

Определения

Степень многочлена: наибольшая из степеней одночленов, входящих в многочлен (обозначение **deg**)

2 многочлен нулевой степени ($\deg 2 = 0$)

$4x + 1$ многочлен первой степени (**линейный** многочлен)
 $\deg(x+1) = 1$

$5x^2 + 2x - 14$ многочлен степени 2 (**квадратичный** многочлен).

$3x^3 - 8$ многочлен степени 3 (**кубический** многочлен)

Замечание

0 - многочлен степени ∞ ,

0 - многочлен степени ∞ .

Определения

Стандартная форма представления многочлена: одночлены приведены и упорядочены по убыванию их степеней.

$$3x^3 - 5x^2 + 10x - 3$$

Старший коэффициент многочлена: коэффициент самого первого одночлена в стандартном представлении многочлена.

старший коэффициент равен 3

Общий вид многочлена степени n

$$f(x) = f_n x^n + f_{n-1} x^{n-1} + \dots + f_1 x + f_0$$

$$f_n \neq 0, \quad \deg f(x) = n,$$

f_n – старший коэффициент,

f_0 – свободный (младший) коэффициент,

если $f_n = 1$, то многочлен – **приведенный**

Равенство многочленов

Два многочлена **равны** тогда и только тогда, когда они составлены из одних и тех же одночленов.

$$f(x) = f_n x^n + f_{n-1} x^{n-1} + \dots + f_1 x + f_0,$$

$$g(x) = g_n x^n + g_{n-1} x^{n-1} + \dots + g_1 x + g_0$$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow f_i = g_i, i = 1, \dots, n.$$

Операции над многочленами - сложение

$$\begin{aligned}(2x^2 + 3x - 7) + (3x^2 - 4x - 10) &= \\= 2x^2 + 3x^2 + 3x - 4x - 7 - 10 &= \\= 5x^2 - x - 17 &\end{aligned}$$

Операции над многочленами - вычитание

$$(5x^2 - 12x + 1) - (2x^2 + 3x - 7) =$$

$$= 5x^2 - 12x + 1 - 2x^2 - 3x + 7 =$$

$$= 3x^2 - 15x + 8$$

Операции над многочленами - умножение

$$(-2x^2y)(5xy^7) = -2 \cdot 5x^2 \cdot x \cdot y \cdot y^7 = -10x^3y^8$$

$$\begin{aligned} -2x(x^2 + 3x - 8) &= -2x(x^2) - 2x(3x) - 2x(-8) = \\ &= -2x^3 + 6x^2 + 16x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x + 2)(x - 3) &= x(x) + x(-3) + 2(x) + 2(-3) = \\ &= x^2 - 3x + 2x - 6 = x^2 - x - 6 \end{aligned}$$

При сложении многочленов степень результата не выше степеней слагаемых (степень не увеличивается)

$$\deg(g(x) + f(x)) \leq \deg g(x)$$

$$\deg(g(x) + f(x)) \leq \deg f(x)$$

При умножении многочленов степень результата равна сумме степеней исходных многочленов:

$$\deg(g(x) \cdot f(x)) = \deg g(x) + \deg f(x)$$

Деление многочленов

$$\begin{array}{r} 3x^3 - 5x^2 + 10x - 3 \mid 3x + 1 \\ \underline{3x^3 + x^2} \\ -6x^2 + 10x \\ \underline{-6x^2 - 2x} \\ 12x - 3 \\ \underline{12x + 4} \\ -7 \end{array}$$

$x^2 - 2x + 4 + \frac{-7}{3x+1}$

частное

остаток