

*Самостоятельная  
работа №3  
По математике.*

Выполняли работу: Нюшкин Владислав  
и Хромцов Никита. Группа «1А1».

# Содержание.

- 0 1. Физический (механический) смысл производных.
- 0 2. Использование производной физике, механике и т.д.

# Физический (механический) смысл производных.

- Рассмотрим движение материальной точки вдоль координатной оси, причём задан закон движения функцией  $x(t)$  времени  $t$ . В течение интервала времени от  $t_0$  до  $t_0 + \Delta t$  материальная точка перемещается на расстояние  $\Delta x = x(t_0 + \Delta t) - x(t_0)$ , а её средняя скорость равна:

$$\left( v_{\text{ср}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \right)$$

- При  $\Delta t \rightarrow 0$  значение средней скорости стремится к определенной величине, которая называется мгновенной скоростью  $v(t_0)$  материальной точки в момент времени  $t_0$ , то есть:

$$v(t_0) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

- А по определению производной, величина, стоящая в правой части, равна  $x'(t_0)$ , то есть:

$$v(t_0) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = x'(t_0)$$

Итак, механический смысл производной:  
скорость – это производная координаты по  
времени:

0

$$v(t_0) = x'(t_0)$$

Пример:

**Задание:** Чему равна скорость тела, двигающегося по  
закону:

$$s(t) = t^3 - 3t + 4 \text{ в момент времени } t_0 = 1.$$

**Решение:** Находим первую производную от пути:

$$\begin{aligned} v(t) = s'(t) &= (t^3 - 3t + 4)' = (t^3)' - 3 \cdot (t)' + (4)' \\ &= 3t^2 - 3 \end{aligned}$$

В заданный момент времени имеем:

$$v(1) = 3 \cdot 1^2 - 3 = 3 - 3 = 0.$$

Ответ:  $v(1) = 0$ .

# *Использование производной физике, механике и т.д.*

*О Производная характеризует скорость изменения функции по отношению к изменению независимой переменной, и, следовательно, в математике она характеризует крутизну графика, в механике – скорость неравномерного прямолинейного движения, в экономике – отзывчивость производственной функции (выход продукта на единицу затрат), в биологии – скорость размножения микроорганизмов, в химии – скорость химической реакции.*

# Применение производной в физике.

- Зависимость  $x = x(t)$  называется, законом движения точки.
- Средней скоростью движения материальной точки называется отношение длины пути, пройденного телом, ко времени, за которое этот путь был пройден:

$$v_{\text{ср}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t}$$

Мгновенной скоростью в момент времени называется предел средней скорости движения за промежутки времени  $[t; t + \Delta t]$ , когда  $\Delta t \rightarrow 0$ :

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{x(t + \Delta t) - x(t)}{\Delta t} = x'(t).$$

То есть мгновенная скорость прямолинейно движущейся точки есть производная пути по времени – механический смысл производной.

*Всем спасибо за внимание.*

*Конец.*

