

**Лекция 39. Теорема Гаусса-Остроградского. Поток вектора напряжённости электростатического поля. Электрические поля равномерно заряженных шара, бесконечной плоскости, бесконечной**



**ГАУСС**  
**Карл Фридрих**  
**1777-1855**

**Карл Фридрих Гаусс (1777-1855) — немецкий математик, астроном, геодезист и физик. Считается одним из величайших математиков всех времён, «королём математиков». Лауреат медали Копли (1838), иностранный член Шведской (1821) и Российской (1824) Академий наук, английского Королевского общества.**

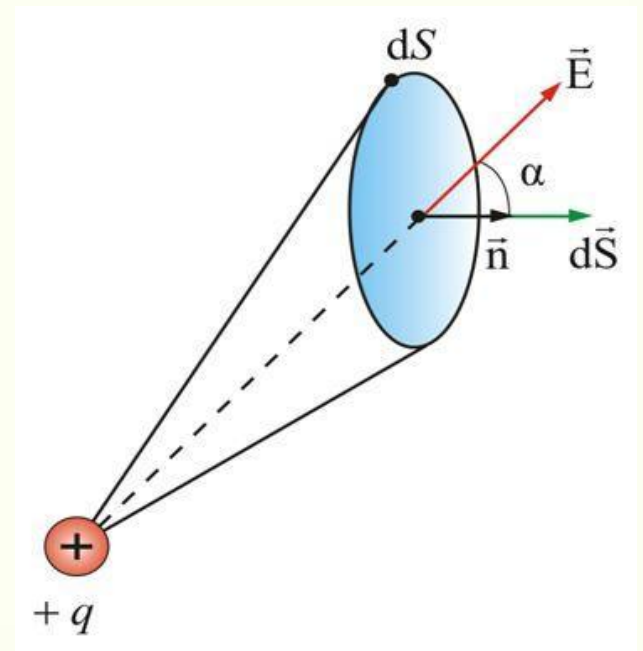
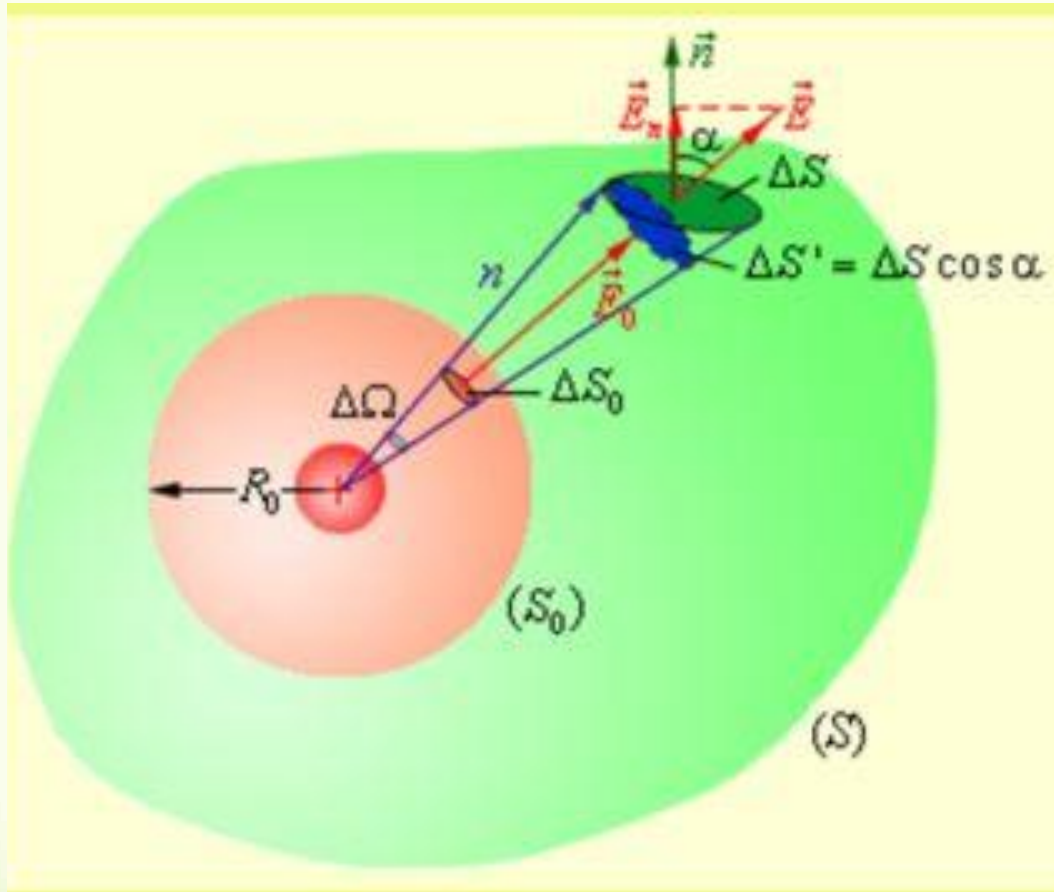
**Карл Гаусс родился 30 апреля 1777 года в Брауншвейге, ныне Германия. Еще при жизни он был удостоен почетного титула «принц математиков». Он был единственным сыном бедных родителей.**

**Школьные учителя были так поражены его математическими и лингвистическими способностями, что обратились к герцогу Брауншвейгскому с просьбой о поддержке, и герцог дал деньги на продолжение обучения в школе и в Геттингенском университете (в 1795-98). Степень доктора Гаусс получил в 1799 в университете Хельмштедта.**

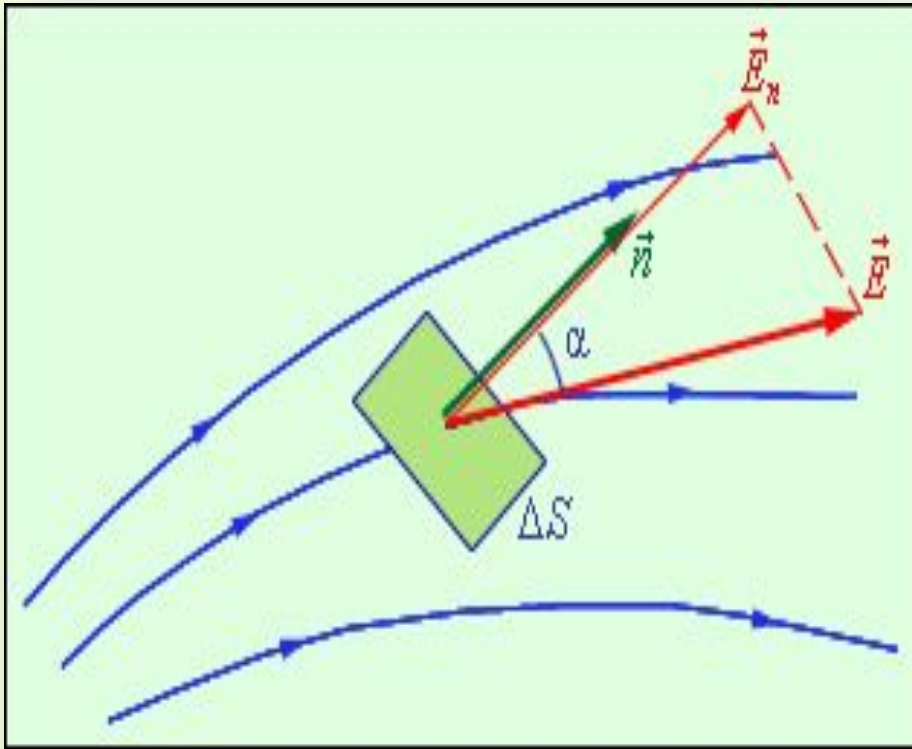


- Закон Кулона- основной закон электростатики.
- Из него следует основная теорема электростатики – теорема Гаусса.
- Введем новую величину – поток напряженности электрического поля. Выбираем в поле элемент площадью  $\Delta S$  такой малый, чтобы напряженность поля была во всех точках одинакова.

Расчёт электрических полей значительно упрощается если использовать теорему Гаусса, определяющую поток вектора напряжённости электрического поля.



Теорема Гаусса для вектора напряжённости.



$$\Delta\Phi = E\Delta S \cos \alpha = E_n \Delta S$$

$\Phi$  - поток вектора напряженности электрического поля.

$$\Phi = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum q_{\text{внутри}}$$

**Теорема Гаусса утверждает:**

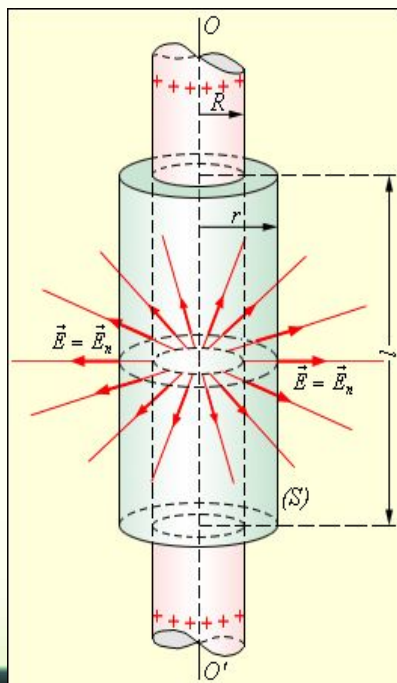
**Поток вектора напряженности электростатического поля через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме зарядов, расположенных внутри этой поверхности, деленной на электрическую постоянную  $\varepsilon_0$ .**

**Внимание! Знак  $\Sigma$  - означает сумму!**

Используя теорему Гаусса, можно в ряде случаев легко вычислить напряженность электрического поля вокруг заряженного тела, если заданное распределение зарядов обладает какой-либо симметрией и общую структуру поля можно заранее угадать

*Задача о вычислении поля тонкостенного полого однородно заряженного длинного цилиндра радиуса  $R$ .*

Эта задача имеет осевую симметрию. Из соображений симметрии, электрическое поле должно быть направлено по радиусу. Поэтому для применения теоремы Гаусса целесообразно выбрать замкнутую поверхность  $S$  в виде соосного цилиндра некоторого радиуса  $r$  и длины  $l$ , закрытого с обоих торцов



При  $r \geq R$  весь поток вектора напряженности будет проходить через боковую поверхность цилиндра, площадь которой равна  $2\pi r l$ , так как поток через оба основания равен нулю.

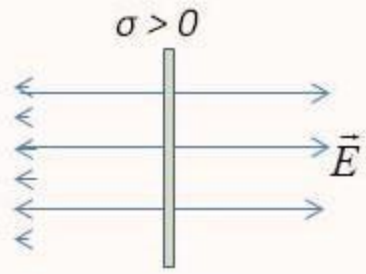
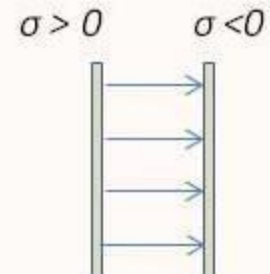
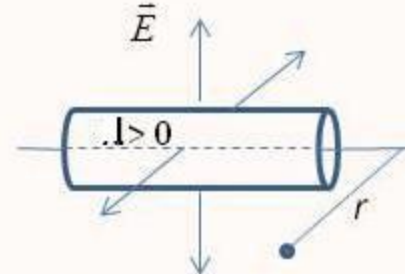
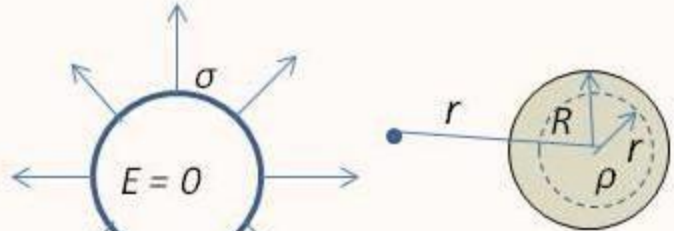
$$\Phi = E 2\pi r l = \frac{\tau l}{\epsilon_0},$$

где  $\tau$  – заряд единицы длины цилиндра. Отсюда

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r}.$$

# Электростатика

## Применение теоремы Гаусса к расчету напряженности поля

<p>Бесконечная плоскость</p> 	<p>Две разноименных плоскости</p> 	<p>Бесконечная нить (цилиндр)</p> 	<p>Заряженная сфера</p> 	
$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$	$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$	$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$	$E = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 r^2}$	$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^3} r = \frac{\rho r}{3\epsilon_0}$

При расчетах: *расстояние r – от центра (оси) сферы, шара (цилиндра) до точки наблюдения*

$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2}$	$E = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r_1^2}$
--	--

$r \geq R$  (вне шара),



- **Напряженность поля шара**, вычисленная с помощью теоремы Остроградского-Гаусса:

$$\vec{E} = \begin{cases} \frac{qr}{4\pi\epsilon_0 R^3} = \frac{\rho r}{3\epsilon_0} - \text{внутри шара} (r < R) \\ \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2} - \text{на поверхности шара} (r = R) \\ \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} - \text{вне шара} (r > R). \end{cases}$$