

# Основные понятия теории вероятностей. Классическое определение вероятности и ее свойства. Правила сложения и умножения вероятностей

# Сложение несовместных событий

Два события называются **несовместными**, если появление одного из них исключает появление другого в одном и том же испытании.

*Суммой* событий  $A$  и  $B$  называется событие  $A + B$ , которое наступает тогда и только тогда, когда наступает хотя бы одно из событий:  $A$  или  $B$ .

**Теорема.** *Вероятность появления одного из двух несовместных событий, безразлично какого, равна сумме вероятностей этих событий:  $P(A+B) = P(A) + P(B)$ .*

# Сложение совместных событий

Два события называются **совместными**, если появление одного из них не исключает появления другого в одном и том же испытании.

**Теорема.** Вероятность появления одного из двух совместных событий, безразлично какого, равна сумме вероятностей этих событий минус их произведение:  $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A*B)$ .

$$P(A \cup B) = 1 - P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B})$$

$$P(A + B) = P(A) \cdot P(\bar{B}) + P(\bar{A}) \cdot P(B) + P(A) \cdot P(B)$$

# Произведение зависимых событий

Условная вероятность события  $B$  при условии, что событие  $A$  наступило

$$P_A(B) = P(B / A)$$

$$P(A \cap B) = P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B / A)$$

# Произведение независимых событий

Событие  $B$  называют **независимым** от события  $A$ , если появление события  $A$  не изменяет вероятности события  $B$ .

**Теорема.** *Вероятность совместного появления двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий.*  $P(AB) = P(A) P(B)$

**Пример.** В двух коробках лежат карандаши одинаковой величины и формы, но разного цвета. В первой коробке 4 красных и 6 черных, а во второй 3 красных, 5 синих и 2 черных. Из обеих коробок вынимается наугад по одному карандашу. Какова вероятность того, что оба карандаша окажутся красными?

Ответ:

$$0,4 * 0,3 = 0,12$$

## Формула Бернулли для $n$

независимых испытаний

$A$ - событие в том, что оно произойдет

ровно (или точно)  $k$  раз:

$$P(A) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$$

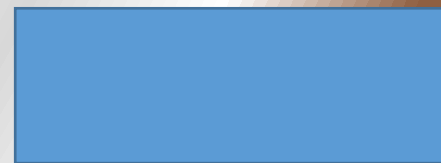
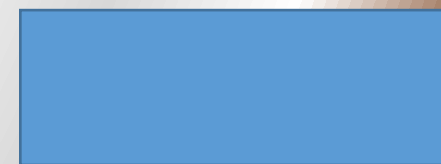
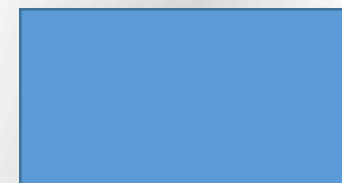
Вероятность того, что стрелок попадет в мишень равна 0,8. Найдите вероятность, что в серии из пяти выстрелов, он попадет в мишень ровно 3 раза

**46.** На стеллаже библиотеки в случайном порядке расставлено 15 учебников, причем пять из них в переплете. Библиотекарь берет наудачу три учебника. Найти вероятность того, что хотя бы один из взятых учебников окажется в переплете (событие  $A$ ).



51. Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,7, а для второго — 0,8. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадает только один из стрелков.

56. Устройство состоит из трех элементов, работающих независимо. Вероятности безотказной работы (за время  $t$ ) первого, второго и третьего элементов соответственно равны 0,6; 0,7; 0,8. Найти вероятности того, что за время  $t$  безотказно будут работать: а) только один элемент; б) только два элемента; в) все три элемента.







Букмекеры оценили победу туринцев в матче серии А как 2:1, а на победу римлян принимались ставки 5:1. Найдите вероятность ничьи



В матче за титул чемпиона мира по версии WBA *GGG vs Saul Alvarez (Canelo)* букмекеры принимали ставки: на победу Головкина 2,5:1, на ничью 4:1. Найти вероятность, что победит Канело и ставку букмекеров



**ГОСЛОТО**



Оцените, где выше вероятность выигрыша: в лотерее «5» из «36», где нужно угадать 5 выпавших чисел или в лотерее «5» из «20», где нужно угадать тех же 5 чисел в порядке возрастания номеров

## Задания

1. Школьный комитет, состоящий из  $4$  студентов, избирается из  $8$  мальчиков и  $3$  девочек.

- Сколькими способами можно выбрать членов комитета?
- Сколькими способами можно выбрать членов комитета так, чтобы в нем было не менее  $2$  мальчиков?
- Найдите вероятность того, что в комитете будет не менее  $6$  мальчиков.

2. Производители деталей выявили, что на одной из сборочных линий  $20\%$  производимых деталей имеют дефект. Во время очередной проверки инспектор выбирает  $5$  деталей из этой сборочной линии. Найдите вероятность того, что инспектору попадутся  $3$  детали с дефектом. Ответ округлите до тысячных.

3. Мешок  $A$  содержит  $4$  белых и  $10$  черных шара. Мешок  $B$  содержит  $6$  белых и  $4$  черных шара. С каждого мешка вытаскивают по одному шару, затем возвращают.

- Вычислите вероятность того, оба шара белые.
- Из мешка  $B$  извлекают по очереди два шара, не возвращая их. Найдите вероятность того, что оба шара будут черными.

