

ПРОСТЕЙШИЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

$$\sin x = 0$$

$$x = \pi n$$

$$\sin x = -1$$

$$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$$

$$\sin x = 1$$

$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$$

$$\sin x = a, |a| \leq 1$$

$$x = (-1)^k \cdot \arcsin a + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\cos x = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n$$

$$\cos x = -1$$

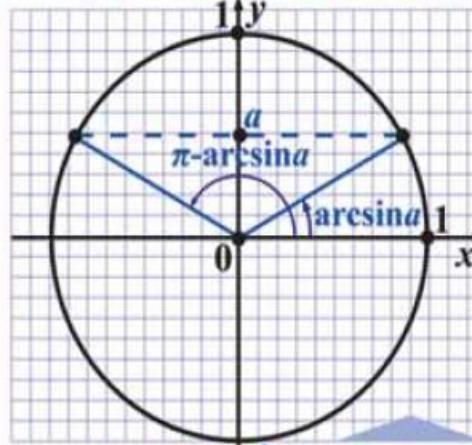
$$x = \pi + 2\pi n$$

$$\cos x = 1$$

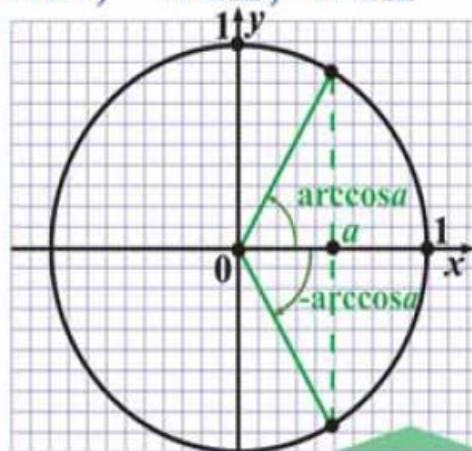
$$x = 2\pi n$$

$$\cos x = a, |a| \leq 1$$

$$x = \pm \arccos a + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}, \quad n \in \mathbb{Z}$$



$$\begin{cases} x = \arcsin a + 2\pi n \\ x = \pi - \arcsin a + 2\pi n \end{cases}$$



$$\begin{cases} x = \arccos a + 2\pi k \\ x = -\arccos a + 2\pi k \end{cases}$$

Решить уравнения:

a) $\sin 2x = \frac{1}{2}$

Введем новую переменную $t = 2x$.

$$\sin t = \frac{1}{2} \quad t = (-1)^n \arcsin \frac{1}{2} + \pi n$$

$$\arcsin \frac{1}{2} = \frac{\pi}{6} \quad t = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$$

$$2x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n \quad x = (-1)^n \frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2}$$

Решение простейших уравнений

1) $\operatorname{tg} 2x = -1$

$$2x = \operatorname{arctg}(-1) + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$2x = -\pi/4 + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\pi/8 + \pi k/2, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $-\pi/8 + \pi k/2, k \in \mathbb{Z}$.

2) $\cos(x + \pi/3) = 1/2$

$$x + \pi/3 = \pm \arccos 1/2 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x + \pi/3 = \pm \pi/3 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\pi/3 \pm \pi/3 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $-\pi/3 \pm \pi/3 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

3) $\sin(\pi - x/3) = 0$

упростим по формулам

приведения

$$\sin(x/3) = 0$$

частный случай

$$x/3 = \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = 3\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $3\pi k, k \in \mathbb{Z}$.

Найдите корни уравнения: $\cos \frac{\pi(x-7)}{3} = \frac{1}{2}$. В ответ запишите наибольший отрицательный корень.

Решение.

Последовательно получаем:

$$\cos \frac{\pi(x-7)}{3} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{\pi(x-7)}{3} = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n \Leftrightarrow x-7 = \pm 1 + 6n \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 + 6n; \\ x = 6 + 6n, \quad n \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

Значениям $n \geq 0$ соответствуют положительные корни.

Если $n = -1$, то $x = 2$ и $x = 0$.

Если $n = -2$, то $x = 8 - 12 = -4$ и $x = 6 - 12 = -6$.

Значениям $n \leq -3$ соответствуют меньшие значения корней.

Следовательно, наибольшим отрицательным корнем является число -4 .

Ответ: -4 .

Решите уравнение $\sin \frac{\pi x}{3} = 0,5$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

Решен

Решим

Решение.

Решим уравнение:

$$\sin \frac{\pi x}{3} = 0,5 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi x}{3} = \frac{\pi}{6} + 2\pi k; \\ \frac{\pi x}{3} = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} + 6k; \\ x = \frac{5}{2} + 6k, k \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

Значен

Если k

Если k

Значен

Значениям $k \leq -1$ соответствуют отрицательные корни.

Если $k = 0$, то $x = 0,5$ и $x = 2,5$.

Если $k = 1$, то $x = 6,5$ и $x = 8,5$.

Значениям $k \geq 2$ соответствуют большие положительные корни.

Наиме

Наименьшим положительным решением является 0,5.

Ответ: 0,5.

Ответ: 0,5.

Решение примеров

1. Решите уравнение:

а) $\cos 2x = 1;$

в) $\sin \frac{x}{2} = -1;$

д) $\cos \frac{x}{4} = 0;$

б) $\cos 3x = -1;$

г) $\sin \frac{2x}{3} = 1;$

е) $\sin 5x = 0.$

2. Решите уравнение:

а) $\cos \left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1;$

в) $\sin \left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1;$

д) $\sin \left(2x + \frac{\pi}{5}\right) = 0;$

б) $\cos \left(x + \frac{\pi}{4}\right) = -1;$

г) $\sin \left(x - \frac{3\pi}{4}\right) = -1;$

е) $\cos \left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{12}\right) = 0.$