МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА 2
Основные темы

- Проверка статистических гипотез
- Критерии согласия:
- Критерий Пирсона (хи-квадрат),
- Критерий Колмогорова.
- Параметрические критерии:
- Критерий Фишера (сравнение дисперсий);
- Сравнение математических ожиданий
- при больших и малых объёмах выборок.
- Ранговые критерии
- Однофакторный дисперсионный анализ
- Элементы теории корреляции

Проверка статистических гипотез

§ Основные сведения

Статистической гипотезой называется любое предположение о виде или параметрах неизвестного закона распределения.

Проверяемую гипотезу называют ***нулевой (основной)***, обозначают её H_0.

Конкурирующей (альтернативной) называют гипотезу, которая противоречит нулевой, обозначают её H_1.

Задача: проверить, верна ли нулевая гипотеза H_0 при альтернативной гипотезе H_1?

Гипотеза H_0	Принимается	Отвергается
Верна	Правильное решение	Ошибка 1-го рода
Неверна	Ошибка 2-го рода	Правильное решение

Обозначим через α – вероятность допустить ошибку 1-го рода, через β – вероятность ошибки 2-го рода.

Вероятность α допустить ошибку 1-го рода, то есть отвергнуть верную гипотезу H_0, называют ***уровнем значимости***.

1. Задаём уровень значимости α .

2. Строим случайную величину K, называемую ***статистическим критерием***, для которой выполняются следующие условия:

1) она является функцией от выборочных данных: $K=K(x_1,x_2,\ldots,x_n)$;

2) её значения позволяют судить о «расхождении выборки с гипотезой H_0», то есть о том, надо принимать или отвергать гипотезу H_0;

3) распределение этой величины известно.

3. Вычисляем значения критерия, подставляя в него выборочные данные. Это число называют ***наблюдаемым значением критерия*** и обозначают $K_{набл}$.

4. Находим ***критическую область*** данного критерия, то есть совокупность значений критерия, при которых нулевую гипотезу отвергают.

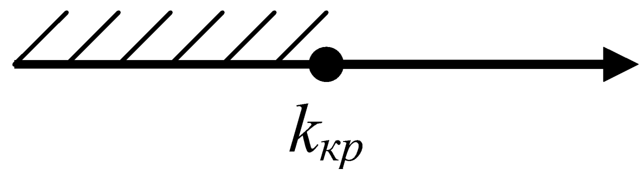
Все остальные значения критерия образуют область, называемую ***областью принятия нулевой гипотезы***.

5. Если наблюдаемое значение критерия попадает в критическую область, то нулевую гипотезу отвергаем, в противном случае нулевую гипотезу принимаем.

Точки, которые отделяют критическую область от области принятия гипотезы, называют ***критическими точками***.

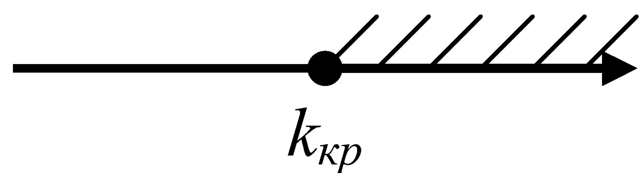
Чаще всего встречаются следующие виды критических областей:

а) левосторонняя



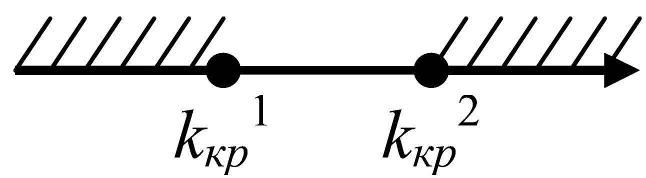
$K < k_{кр}$

б) правосторонняя



$K > k_{кр}$

в) двусторонняя



$K < k_{кр}^1$

$K > k_{кр}^2$

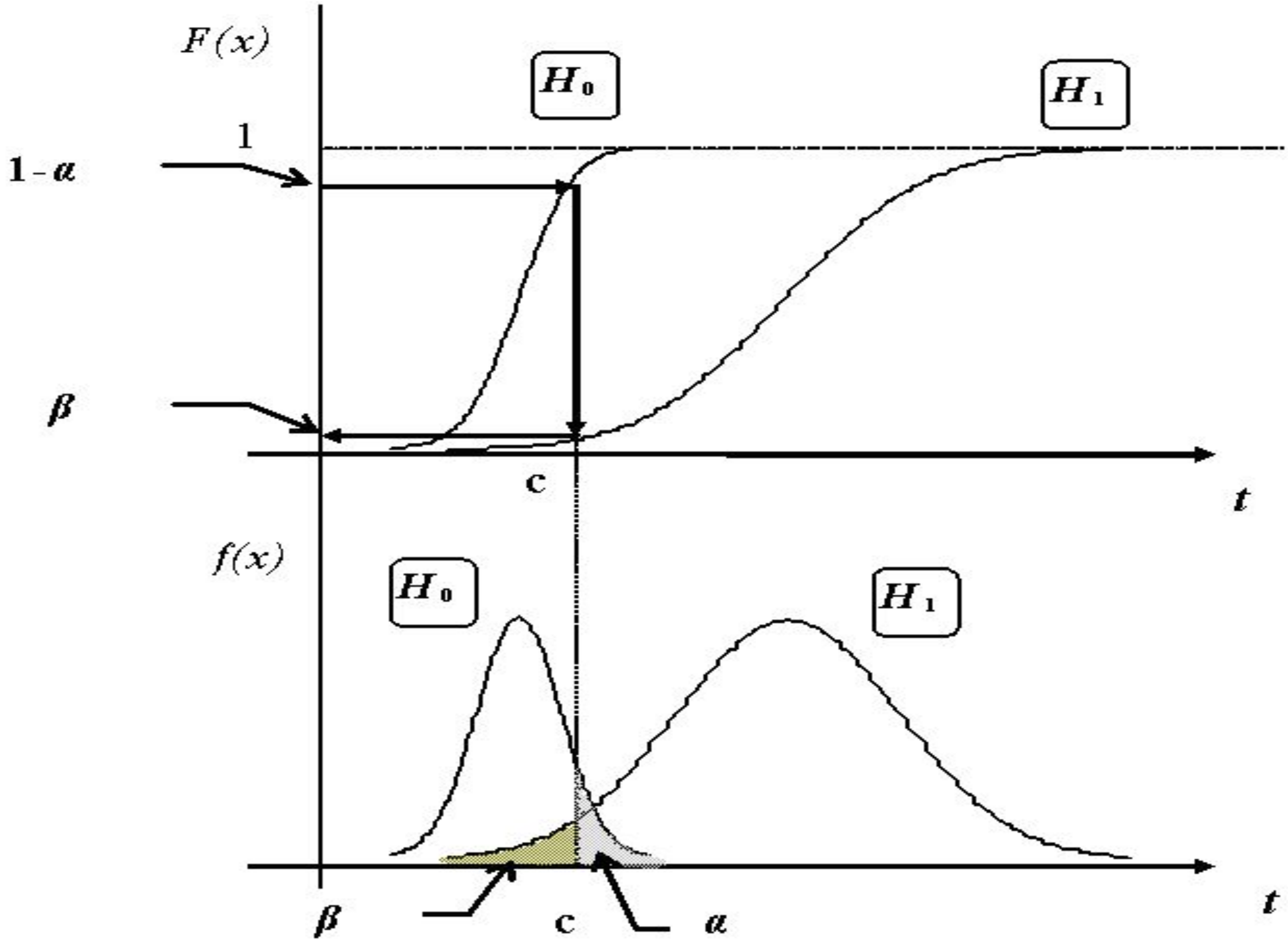
Критическую область W целесообразно находить согласно следующим требованиям:

1. $p(K \in W) = \alpha$
2. вероятность β ошибки 2-го рода – минимальная, то есть вероятность $(1-\beta)$ – максимальная

Вероятность $(1-\beta)$ не допустить ошибку 2-го рода, то есть отвергнуть гипотезу H_0, когда она неверна, называется ***мощностью*** критерия.

Мощность критерия – максимальная.

- При разработке статистического критерия невозможно одновременно минимизировать обе ошибки. Поэтому поступают следующим образом: при заданном числе испытаний ***n*** устанавливается верхняя граница для ошибки первого рода.
- Выбирается тот критерий, у которого наименьшая ошибка второго рода.



F(x)
H0
H1
1
1 - α
β
c
t
f(x)
H0
H1
β
c
α
t

Пять шагов проверки гипотезы

1. Сформулировать нулевую $\boldsymbol{H_0}$ и альтернативную $\boldsymbol{H_1}$ гипотезы.
2. Выбрать статистику критерия $\boldsymbol{T}(\boldsymbol{X})$ и уяснить её закон распределения.
3. Задать уровень значимости критерия. По таблицам квантилей распределения статистики найти **критические точки** и указать критическую область.
4. Подсчитать **наблюдаемое значение статистики критерия** и проверить условие его попадания в критическую область.
5. Сделать вывод о принятии нулевой или альтернативной гипотезы.

Критерии, с помощью которых проверяется гипотеза о теоретическом законе распределения, называются ***критериями согласия.***

H_0: генеральная совокупность имеет некоторое определённое распределение

Параметрические критерии тестируют гипотезы о <u>параметрах</u> некоторого <u>распределения :</u>

1. Генеральная совокупность имеет биномиальное распределение с параметрами $m = 10$ и $p = 0.4$.

2. Генеральная совокупность распределена нормально с математическим ожиданием, равным 5 и дисперсией, равной 4.

§ Критерий согласия Колмогорова

Нулевая гипотеза: исследуемая случайная величина имеет заданный закон распределения.

$F(x)$ – теоретическая функция распределения

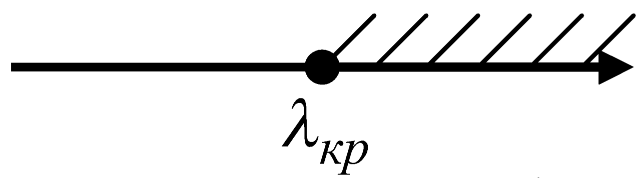
$F_n(x)$ – эмпирическая функция распределения

Обозначим $D = \max\left|F_n(x) - F(x)\right|$

– ***статистика*** критерия Колмогорова

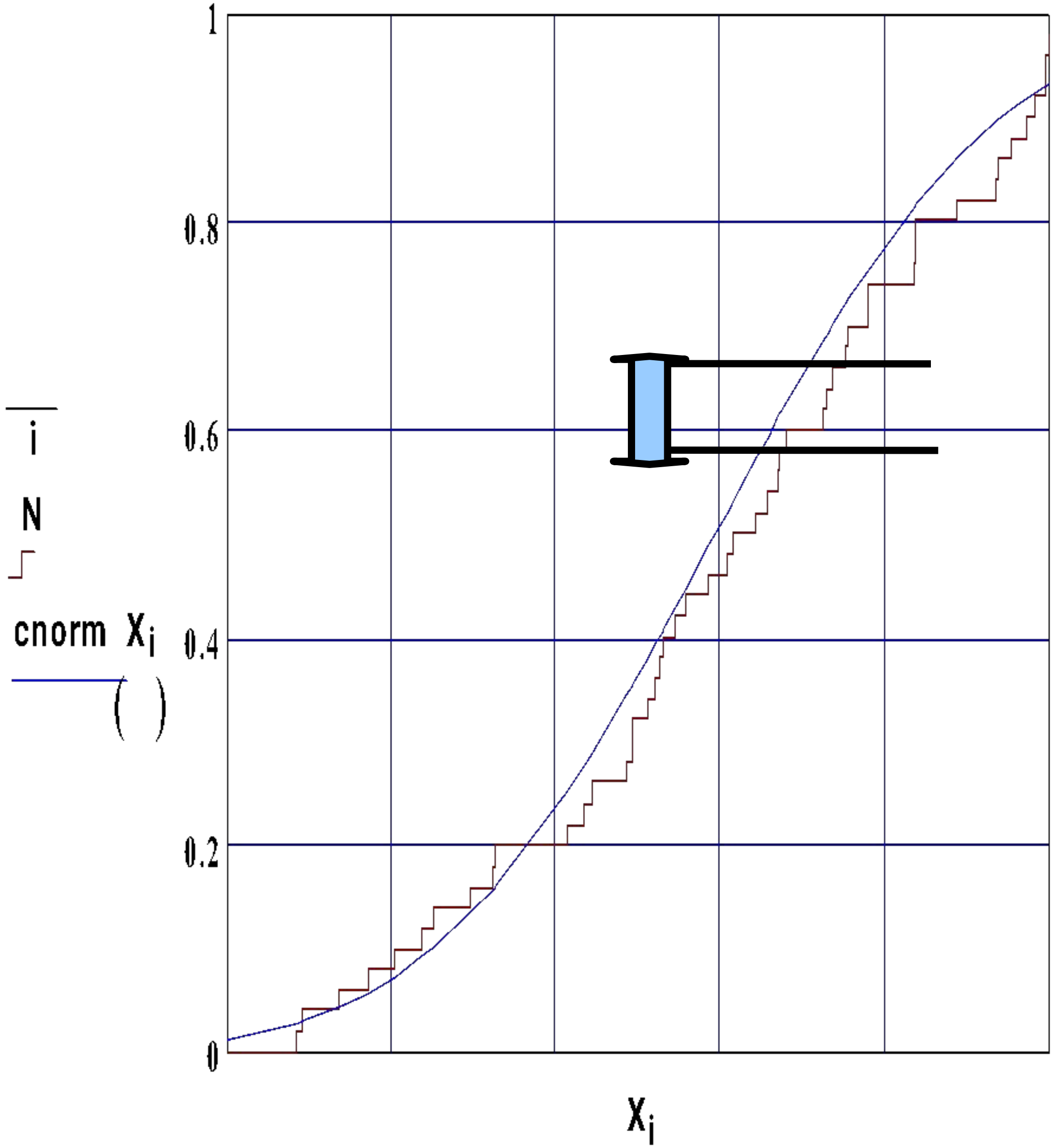
<u>Критерий:</u> $\lambda = D\sqrt{n}$

Критическая область W – правосторонняя:



Из требования для критической области:

$$p(\lambda \in W) = \quad p(\lambda > \lambda_{кр}) = \quad p(D\sqrt{n} > \lambda_{кр}) = \quad \alpha$$


1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
i
N
cnorm
( )
X_i
X_i

Можно доказать, что при $n \to \infty$

$$p(D\sqrt{n} > \lambda_{кр}) \to p(\lambda_{кр}) = 1 - \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (-1)^k e^{-2k^2 \lambda_{кр}{}^2}$$

$$\Rightarrow \quad 1 - \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (-1)^k e^{-2k^2 \lambda_{кр}{}^2} = \alpha \quad \Rightarrow \quad \lambda_{кр}$$

α	0.4	0.3	0.2	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005	0.001	0.0005
$\lambda_{кр}$	0.89	0.97	1.07	1.22	1.36	1.48	1.63	1.73	1.95	2.03

$$K(t) := \sum_{i=-2001}^{2001} \left[\left[(-1)^{-i} \right] \cdot e^{-\left(2 \cdot i^2 \cdot t^2\right)} \right] \qquad t := 0, 0.1 .. 2$$

Расчет квантилей распределения Колмогорова

$$qK(t, alfa) := root(K(t) - alfa, t) \qquad qK(1, 0.95) = 1.358099$$

§ Критерий согласия Пирсона (хи-квадрат) χ^2

Найдём ***теоретические частоты*** вариант.

1. Распределение дискретное $\Rightarrow$ $p(x)$.

x_i	x_1	x_2	…	x_{l-1}	x_l
p_i	$p_1=p(x_1)$	$p_2=p(x_2)$	…	$p_{l-1}=p(x_{l-1})$	$p_l=1-p_1-p_2-\ldots-p_{l-1}$

Теоретическая частота появления варианты x_i – это np_i.

2. Распределение непрерывное $\Rightarrow$ $F(x)$.

x_i	(x_1, x_2)	(x_2, x_3)	…	(x_{l-1}, x_l)	(x_l, x_{l+1})
p_i	$p_1=p(X< x_2)$ $=F(x_2)$	$p_2=p(x_2<X<x_3)$ $=F(x_3)- F(x_2)$	…	$p_{l-1}=p(x_{l-1}<X<x_l)$ $=F(x_l)- F(x_{l-1})$	$p_l=1-p_1-p_2-$ $\ldots-p_{l-1}$

Теоретическая частота попадания в интервал (x_i, x_{i+1}) – это np_i.

Критерий: $$\chi^2 = \sum_{i=1}^{l} \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$$

n_i – эмпирические частоты

np_i – теоретические частоты

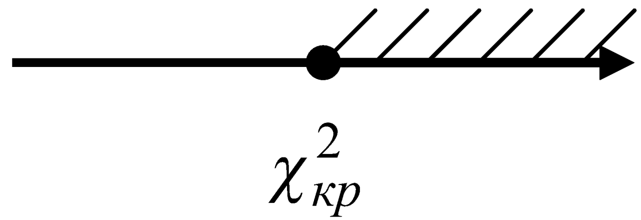
При $n \to \infty$ случайная величина χ^2 имеет распределение Пирсона с k степенями свободы, где

$$k = l - r - 1,$$

l – число вариант (интервалов),

r – число параметров предполагаемого распределения, оцениваемых по выборке.

Критическая область W – правосторонняя:



Из требования для критической области:

$$p(\chi^2 \in W) = \alpha \quad \Rightarrow \quad p(\chi^2 > \chi^2_{кр}) = \alpha$$

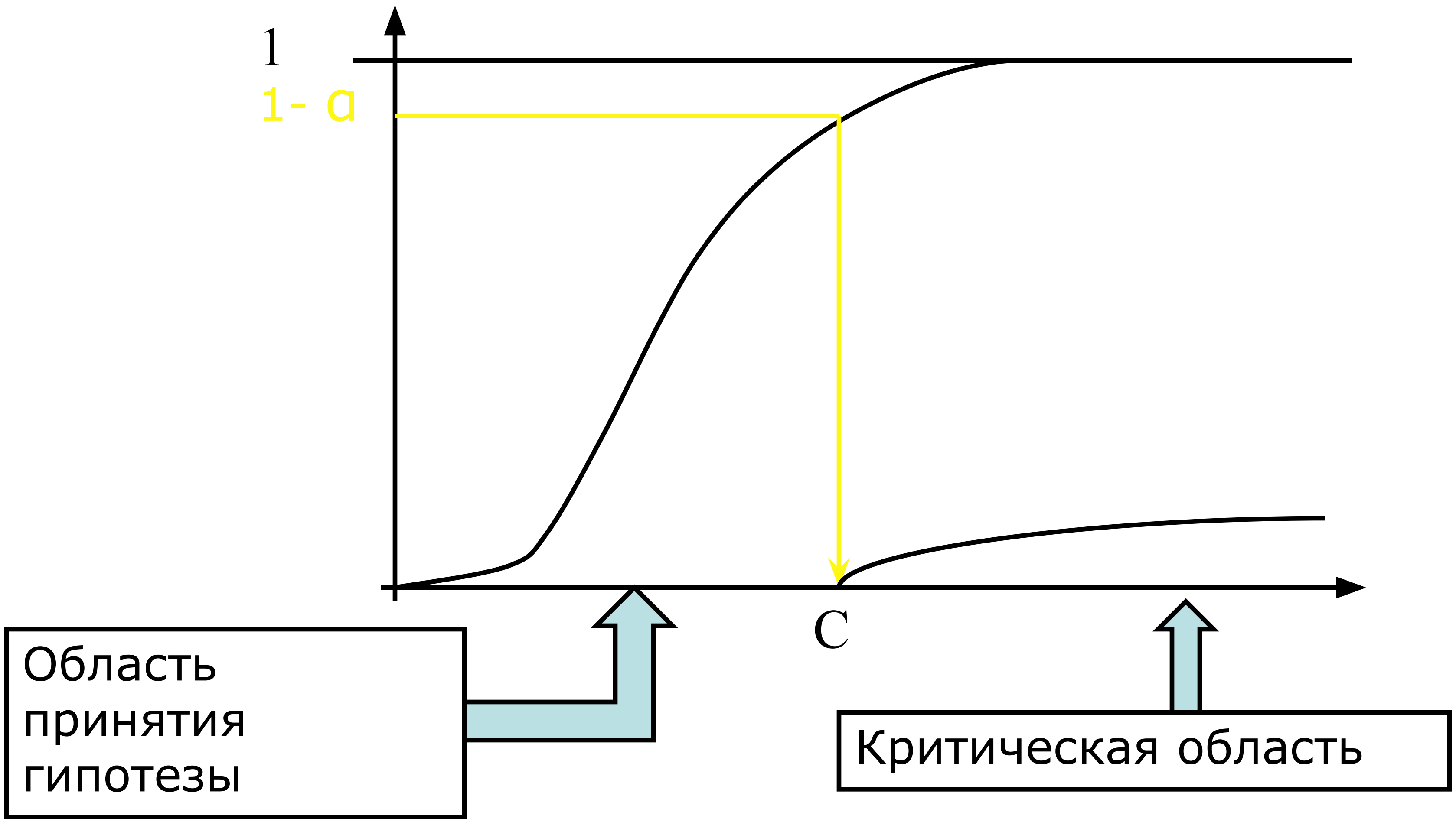
$$p(\chi^2 < \chi^2_{кр}) = 1 - p(\chi^2 > \chi^2_{кр}) = 1 - \alpha$$

$p(\chi^2 < \chi^2_{кр}) = F(\chi^2_{кр})$, $F(x)$ – функция распределения χ^2

$$F(\chi^2_{кр}) = 1 - \alpha \quad \Rightarrow \quad \chi^2_{кр} = F^{-1}(1 - \alpha)$$

$F(x)$ – функция распределения Пирсона с $k = l - r - 1$ степенями свободы, l – число вариант (интервалов), r – число параметров, оцениваемых по выборке.

Для нахождения критической области необходимо по заданной вероятности ошибки первого рода (уровню значимости критерия) α найти квантиль хи-квадрат распределения на уровне $1 - \alpha$.



Алгоритм применения критерия согласия Пирсона

Подсчитываем значение статистики критерия и сравниваем его с критической точкой. Если статистика критерия попадает в критическую область, $\chi^2 > C$

то нулевая гипотеза: исследуемая случайная величина имеет заданный закон распределения отвергается.

В противном случае она принимается на уровне значимости α

Критерий легко приспосабливается и для непрерывных распределений путем их *дискретизации*.

Проверку гипотезы удобно совмещать с построением гистограмм.

§ Критерий Фишера

Две генеральные совокупности X и Y распределены нормально.

Проверить гипотезу: $H_0 : D(X) = D(Y)$

Обозначим n_X – объём выборки из совокупности X,
n_Y – объём выборки из совокупности Y,
s^2_X и s^2_Y – исправленные выборочные дисперсии.

<u>Критерий:</u>

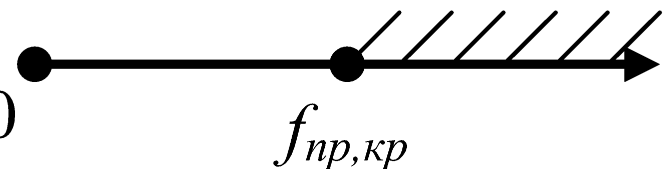
$$F = \frac{s_X^2}{s_Y^2}$$

F имеет распределение Фишера с $(n_X - 1)$ и $(n_Y - 1)$ степенями свободы

Критическая область строится в зависимости от вида конкурирующей гипотезы.

1. $H_1 : D(X) > D(Y)$

Критическая область W – правосторонняя:



Так как $s^2_X > 0$ и $s^2_Y > 0$, то $F > 0$ $\Rightarrow$ положительная часть

Из требования 1 для критической области:

$$p(F \in W) = \alpha \quad \Rightarrow \quad p(F > f_{пр,кр}) = \alpha$$

$$p(F < f_{пр,кр}) = 1 - p(F > f_{пр,кр}) = 1 - \alpha$$

$p(F < f_{пр,кр}) = F(f_{пр,кр})$, $F(x)$ – функция распределения F

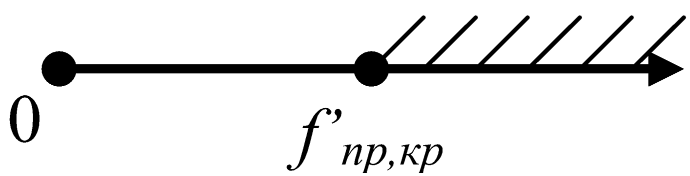
$$F(f_{пр,кр}) = 1 - \alpha \quad \Rightarrow \quad f_{пр,кр} = F^{-1}(1 - \alpha)$$

$F(x)$ – функция распределения Фишера с $(n_X - 1)$ и $(n_Y - 1)$ степенями свободы

2. $H_1 : D(X) < D(Y)$

Обозначим $F' = \dfrac{1}{F} = \dfrac{s_Y^2}{s_X^2}$, *F'* имеет распределение Фишера с $(n_Y - 1)$ и $(n_X - 1)$ степенями свободы

$H_1 : D(Y) > D(X) \quad \Rightarrow$ предыдущий случай:



$f'_{пр,кр} = F^{-1}(1-\alpha)$, где $F(x)$ – функция распределения *F'*

$$p(F' > f'_{пр,кр}) = \alpha$$

$$p(F' > f'_{пр,кр}) = p(1/F > f'_{пр,кр}) = p(F < 1/f'_{пр,кр})$$

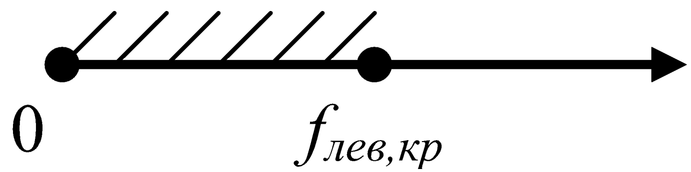
$$\Rightarrow \quad p(F < 1/f'_{пр,кр}) = \alpha$$

$$p(F < 1/f'_{пр,кр}) = \alpha$$

Обозначим $f'_{лев,кр} = 1/f'_{пр,кр}$, тогда

$$p(F < f_{лев,кр}) = \alpha$$

Таким образом, критическая область для критерия F имеет вид:

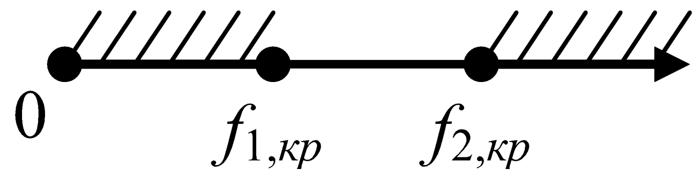


$$f'_{лев,кр} = \frac{1}{f'_{пр,кр}} = \frac{1}{F^{-1}(1-\alpha)},$$

где $F(x)$ – функция распределения Фишера с $(n_Y - 1)$ и $(n_X - 1)$ степенями свободы

3. $H_1 : D(X) \neq D(Y)$

Критическая область W – двусторонняя:



Пусть $p(F < f_{1,кр}) = p(F > f_{2,кр}) = \alpha / 2$

Аналогично пунктам **1** и **2** получаем:

$$f_{2,кр} = F_1^{-1}(1 - \alpha / 2)$$

где $F_1(x)$ – функция распределения Фишера с $(n_X - 1)$ и $(n_Y - 1)$ степенями свободы

$$f_{1,кр} = \frac{1}{f'_{2,кр}} = \frac{1}{F_2^{-1}(1 - \alpha / 2)}$$

где $F_2(x)$ – функция распределения Фишера с $(n_Y - 1)$ и $(n_X - 1)$ степенями свободы

§ Критерий Стьюдента (*t*-критерий)

Генеральная совокупность распределена нормально.

Проверить гипотезу: $H_0 : a = a_0$

a_0 – некоторое число

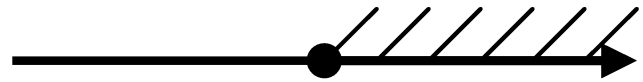
<u>Критерий:</u> $$T = \frac{\overline{x_в} - a}{s} \cdot \sqrt{n}$$

T имеет распределение Стьюдента с (n-1) степенями свободы

Критическая область строится в зависимости от вида конкурирующей гипотезы.

1. $H_1 : a > a_0$

Критическая область W – правосторонняя:



$t_{пр,кр}$

Из требования 1 для критической области:

$$p(T \in W) = \alpha \quad \Rightarrow \quad p(T > t_{пр,кр}) = \alpha$$

$$p(T < t_{пр,кр}) = 1 - p(T > t_{пр,кр}) = 1 - \alpha$$

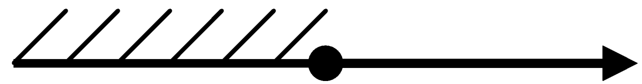
$p(T < t_{пр,кр}) = F(t_{пр,кр})$, $F(x)$ – функция распределения T

$$F(t_{пр,кр}) = 1 - \alpha \quad \Rightarrow \quad t_{пр,кр} = F^{-1}(1 - \alpha)$$

$F(x)$ – функция распределения Стьюдента с (n-1) степенями свободы

2. $H_1 : a < a_0$

Критическая область W – левосторонняя:



$t_{лев,кр}$

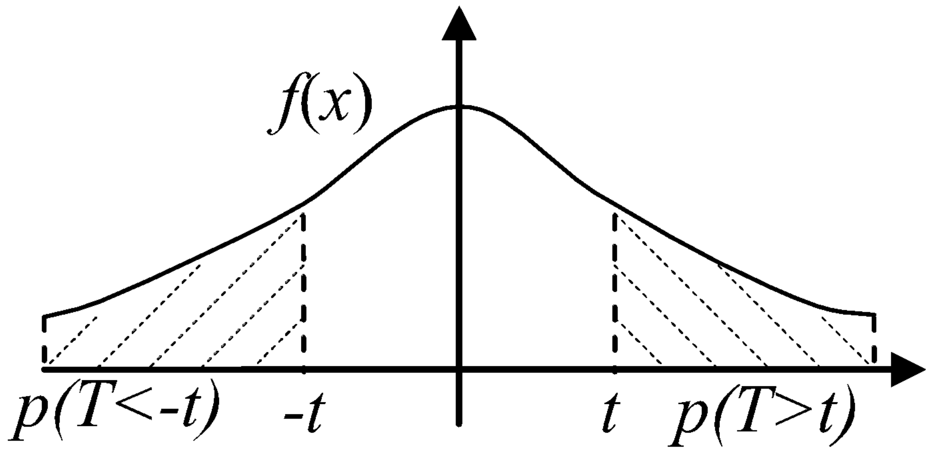
Из требования 1 для критической области:

$$p(T \in W) = \alpha \quad \Rightarrow \quad p(T < t_{лев,кр}) = \alpha$$

$p(T < t_{лев,кр}) = F(t_{лев,кр}) = \alpha$, $F(x)$ – функция распределения T

$\Rightarrow \ t_{лев,кр} = F^{-1}(\alpha)$, $F(x)$ – функция распределения Стьюдента с (n-1) степенями свободы

Плотность распределения Стьюдента – чётная функция



$$\Rightarrow \quad p(T > t) = p(T < -t)$$

Критическая точка $t_{пр,кр}$ находится из требования:

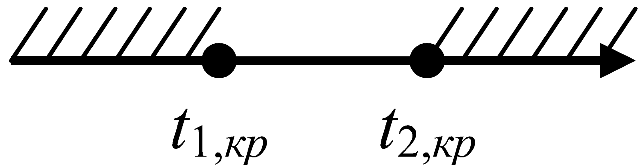
$$p(T > t_{пр,кр}) = \alpha \quad \Rightarrow \quad p(T < -t_{пр,кр}) = \alpha \quad \Rightarrow$$

$-t_{пр,кр}$ является критической точкой для левосторонней области:

$$t_{лев,кр} = -t_{пр,кр}$$

3. $H_1 : a \neq a_0$

Критическая область W – двусторонняя:



Пусть $p(T < t_{1,кр}) = p(T > t_{2,кр}) = \alpha / 2$

В силу чётности плотности распределения Стьюдента:

$$t_{1,кр} = -t_{2,кр}$$

Аналогично пунктам **1** и **2** получаем:

$$t_{2,кр} = F^{-1}(1 - \alpha / 2), \quad t_{1,кр} = -t_{2,кр}$$

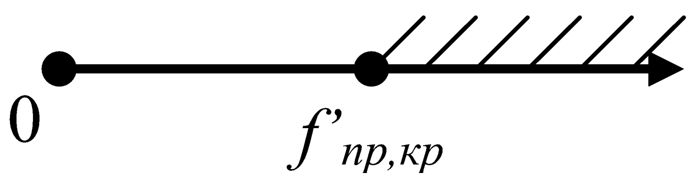
или

$$t_{1,кр} = F^{-1}(\alpha / 2), \qquad t_{2,кр} = -t_{1,кр}$$

2. $H_1 : D(X) < D(Y)$

Обозначим $F' = \dfrac{1}{F} = \dfrac{s_Y^2}{s_X^2}$, F' имеет распределение Фишера с $(n_Y - 1)$ и $(n_X - 1)$ степенями свободы

$H_1 : D(Y) > D(X) \quad \Rightarrow$ предыдущий случай:



$f'_{пр,кр} = F^{-1}(1-\alpha)$, где $F(x)$ – функция распределения F'

$$p(F' > f'_{пр,кр}) = \alpha$$

$$p(F' > f'_{пр,кр}) = p(1/F > f'_{пр,кр}) = p(F < 1/f'_{пр,кр})$$

$$\Rightarrow \quad p(F < 1/f'_{пр,кр}) = \alpha$$

Однофакторный дисперсионный анализ

Пример: выявить зависимость объёма выполненных на стройке работ за смену от работающей бригады.

Номер бригады / Номер наблюдения	1	2	3	4
1	20	27	18	23
2	25	31	19	23
3	22	22	29	21
4	24	32	26	20
5	30		28	26
6	23			25
Средний объём	24	28	24	23

X – случайная величина

F – фактор, воздействующий на случайную величину X

$F_1, F_2, \ldots, F_p$ – уровни фактора

$a_1, a_2, \ldots, a_p$ – математические ожидания на уровнях $F_1, F_2, \ldots, F_p$ соответственно

$$H_0: a_1 = a_2 = \ldots = a_p$$

Дисперсионным анализом называется статистический метод, предназначенный для выявления влияния отдельных факторов на результат эксперимента, а также для последующего планирования эксперимента.

Критерий Бартлетта

H_0: $D_1(X) = D_2(X) = \ldots = D_p(X)$
гипотеза о равенстве дисперсий на каждом уровне

$q_1, q_2, \ldots, q_p$ – количество наблюдений на уровнях $F_1, F_2, \ldots, F_p$ соответственно

$s_1^{\,2}, s_2^{\,2}, \ldots, s_p^{\,2}$ – исправленные выборочные дисперсии на уровнях $F_1, F_2, \ldots, F_p$ соответственно

$$s_0^2 = \frac{\sum\limits_{i=1}^{p}(q_i - 1)s_i^2}{\sum\limits_{i=1}^{p}(q_i - 1)}, \qquad Q = \left(1 + \frac{1}{3(p-1)}\left[\sum_{i=1}^{p}\frac{1}{q_i - 1} - \frac{1}{\sum\limits_{i=1}^{p}(q_i - 1)}\right]\right)^{-1}$$

Критерий: $$\varphi = Q \cdot \sum_{i=1}^{p} \left((q_i - 1) \cdot \ln \frac{s_0^2}{s_i^2} \right)$$

Если q_1, q_2, …, $q_p > 3$, то критерий имеет распределение, близкое к распределению Пирсона с (p-1) степенями свободы.

Критическая область – правосторонняя.

$$p(\varphi \in W) = p(\varphi > \varphi_{кр}) = \alpha \quad \Rightarrow \quad p(\varphi < \varphi_{кр}) = 1 - \alpha$$

$$p(\varphi < \varphi_{кр}) = F(\varphi_{кр})$$

$$F(\varphi_{кр}) = 1 - \alpha \quad \Rightarrow \quad \varphi_{кр} = F^{-1}(1 - \alpha) \ ,$$

где $F(x)$ – функция распределения Пирсона с (p–1) степенями свободы.

Уровень фактора F / Номер наблюдения	F_1	F_2	…	F_p
1	x_{11}	x_{12}	…	x_{1p}
2	x_{21}	x_{22}	…	x_{2p}
…				
Число наблюдений	q_1	q_2	…	q_p
Среднее значение	y_1	y_2	…	y_p

$$H_0\colon a_1 = a_2 = \ldots = a_p$$

Объём выборки: $n = q_1 + q_2 + \ldots + q_p$

Уровень фактора F / Номер наблюдения	F_1	F_2	…	F_p
1	x_{11}	x_{12}	…	x_{1p}
2	x_{21}	x_{22}	…	x_{2p}
…				
Число наблюдений	q_1	q_2	…	q_p
Среднее значение	y_1	y_2	…	y_p

1-ая группа – уровень F_1: $x_{11}, x_{21}, \ldots, x_{q_1 1}$

2-ая группа – уровень F_2: $x_{21}, x_{22}, \ldots, x_{q_2 2}$

…

p-ая группа – уровень F_p: $x_{1p}, x_{2p}, \ldots, x_{q_p p}$

$$D_в = D_{межгр} + D_{внгр}$$

1-ая группа – уровень F_1: $x_{11}, x_{21}, \ldots, x_{q_1 1}$

2-ая группа – уровень F_2: $x_{21}, x_{22}, \ldots, x_{q_2 2}$

…

p-ая группа – уровень F_p: $x_{1p}, x_{2p}, \ldots, x_{q_p p}$

1. $$D_{межгр} = \frac{\sum_{i=1}^{p} q_i (y_i - \bar{x}_в)^2}{n}$$

Факторная сумма: $$\boxed{S_{факт} = \sum_{i=1}^{p} q_i (y_i - \bar{x}_в)^2}$$

2. $$D_{внгр} = \frac{\sum_{i=1}^{p} q_i D_{i\,гр}}{n}$$, где $D_{iгр}$ – дисперсия i–той группы

i-тая группа: $x_{1i}, x_{2i}, \ldots, x_{q_i i}$, групповая средняя: y_i

$$D_{iгр} = \frac{\sum_{j=1}^{q_i} (x_{ji} - y_i)^2}{q_i}$$

$$D_{внгр} = \frac{\sum_{i=1}^{p} q_i D_{iгр}}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{p} q_i \left(\sum_{j=1}^{q_i} (x_{ji} - y_i)^2 / q_i \right)}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{q_i} (x_{ji} - y_i)^2}{n}$$

Остаточная сумма: $\boxed{S_{ост} = \sum_{i=1}^{p} \sum_{j=1}^{q_i} (x_{ji} - y_i)^2}$

Факторная дисперсия: $$s_{факт}^2 = \frac{S_{факт}}{p-1}$$

Остаточная дисперсия: $$s_{ост}^2 = \frac{S_{ост}}{n-p}$$

$D(x) \approx s_{ост}^2$ – всегда

$D(x) \approx s_{факт}^2$ – если несущественно влияние фактора

$$H_0\!: a_1 = a_2 = \ldots = a_p$$

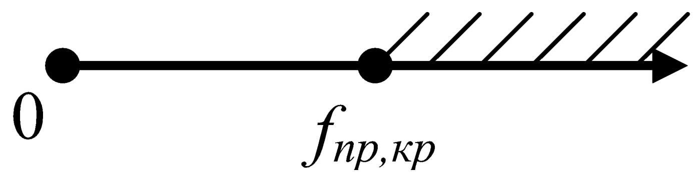
$$H_0 : S_{ост}^2 = S_{факт}^2$$

$$H_0 : S^2_{ост} = S^2_{факт}$$

<u>Критерий:</u> $F = \dfrac{s^2_{факт}}{s^2_{ост}}$ имеет распределение Фишера с (p–1) и (n–p) степенями свободы

$$H_1 : S^2_{факт} > S^2_{ост}$$

Критическая область W – правосторонняя:



Из требования 1 для критической области:

$$p(F \in W) = \alpha \quad \Rightarrow \quad p(F > f_{пр,кр}) = \alpha \quad \Rightarrow \quad f_{пр,кр} = F^{-1}(1-\alpha)$$

$F(x)$ – функция распределения Фишера с (p–1) и (n –p) степенями свободы

Элементы теории корреляции

Зависимость величины Y от X называется ***функциональной***, если каждому значению величины X соответствует единственное значение величины Y.

Зависимость величины Y от X называется ***статистической*** **(*вероятностной, стохастической*)**, если каждому значению величины X соответствует не одно, а множество значений величины Y, причём сказать заранее, какое именно значение примет величина Y невозможно.

Среднее значение, которое принимает величина Y при $X=x$, называется математическим ожиданием случайной величины Y, вычисленным при условии, что $X=x$, или ***условным математическим ожиданием***:

$$\boxed{M(Y|X=x)}$$

Если при изменении x условные математические ожидания $M(Y|X=x)$ изменяются, то говорят, что имеет место ***корреляционная зависимость*** величины Y от X.

При этом функцию $\boxed{f(x)=M(Y|X=x)}$ называют ***функцией регрессии***.

$$f(x)=M(Y|X=x) - ?$$

$f(x)=M(Y|X=x)$ – ?

Условным средним $\bar{y}_x$ называют среднее арифметическое наблюдавшихся значений Y, соответствующих $X=x$.

Условное среднее является оценкой условного математического ожидания: $\boxed{M(Y|X=x) \approx \bar{y}_x}$

Каждому x соответствует своё значение $\bar{y}_x$, следовательно, $\bar{y}_x$ – есть функция от x:

$$\bar{y}_x = f^*(x)$$

это уравнение называется ***выборочным уравнением регрессии***, а функция $f^*(x)$ – ***выборочной функцией регрессии.***

$$f(x) \approx f^*(x)$$

$f(x)=M(Y|X=x)$ – ?

Если функция регрессии – линейная:

$$f(x) = M(Y|X=x) = ax+b,$$

то выборочное уравнение регрессии имеет вид:

$$\overline{y}_x = \overline{y} + r_в \frac{\sigma_Y}{\sigma_X}(x - \overline{x}),$$ где $$r_в = \frac{\sum\limits_{x,y} n_{xy}xy - n\overline{x}\,\overline{y}}{n\sigma_X\sigma_Y}$$ – ***выборочный коэффициент корреляции***

$\overline{x}, \overline{y}$ – выборочные средние

σ_X, σ_Y – выборочные средние квадратические отклонения

n_{xy} – частота пары вариант (x, y)

Корреляционная таблица

$Y \backslash X$	10	20	30	40	n_Y
0.4	5	–	7	14	26
0.6	–	2	6	4	12
0.8	3	19	–	–	22
n_X	8	21	13	18	n=60