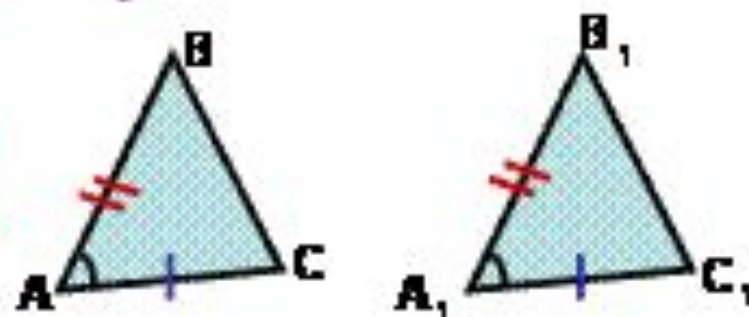


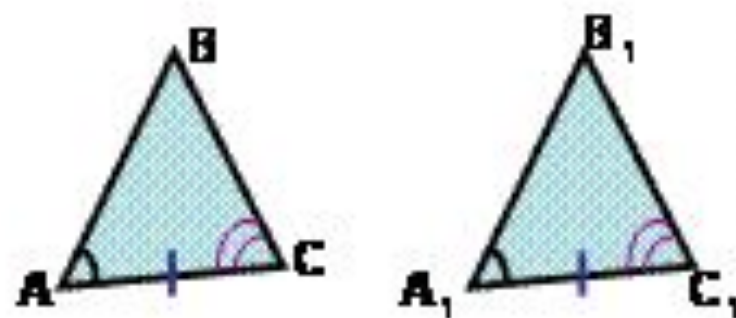
1.

Признаки равенства треугольников.

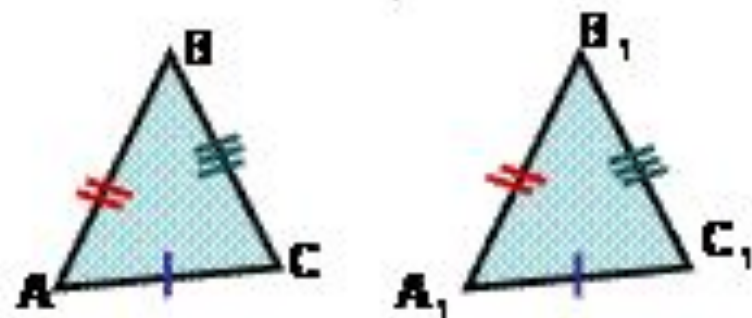
Теорема. Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.



Теорема. Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны.



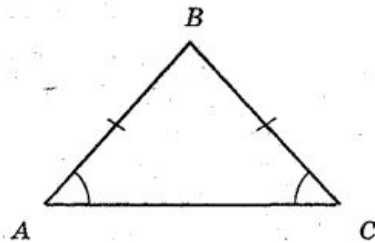
Теорема. Если три стороны одного треугольника соответственно равны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.



2. Равнобедренный и равносторонний.

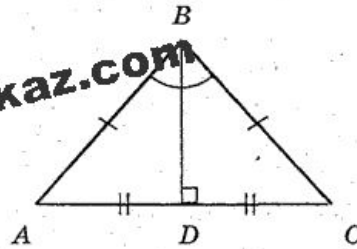
Свойства равнобедренного треугольника

В равнобедренном треугольнике углы при основании равны
 $\angle A = \angle C$



В равнобедренном треугольнике медиана, проведенная к основанию, является биссектрисой и высотой.

BD — медиана, биссектриса, высота



Равнобедренный треугольник имеет одну ось симметрии

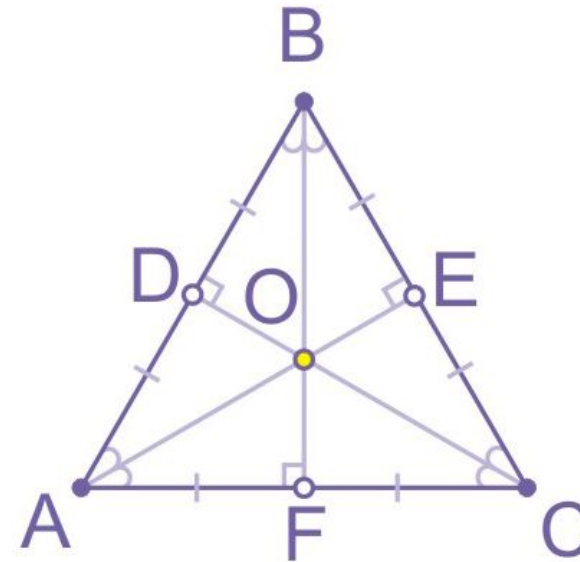
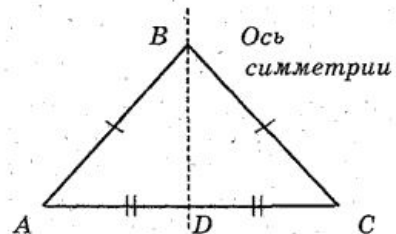
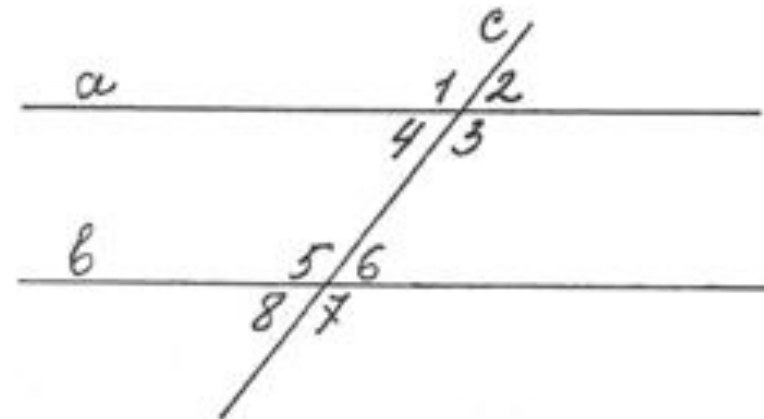


Рис. 2

3. Признаки параллельности прямых

Признаки параллельности двух прямых:

- 1. Если при пересечении двух прямых секущей накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны.
- 2. Если при пересечении двух прямых секущей соответственные углы равны, то прямые параллельны.
- 3. Если при пересечении двух прямых секущей сумма односторонних углов равна 180° , то прямые параллельны.



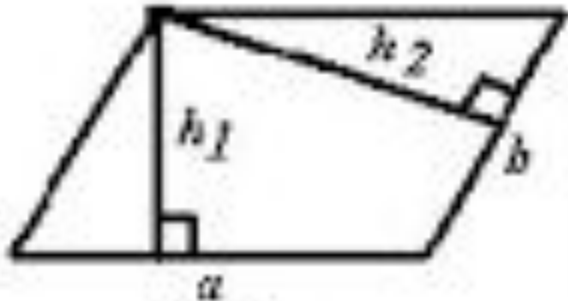
$a \parallel b$
 c - секущая.

Накрест лежащие углы: 3 и 5, 4 и 6.

Односторонние углы: 4 и 5, 3 и 6.

Соответственные углы: 1 и 5, 4 и 8, 2 и 6, 3 и 7.

4. Площади фигур.

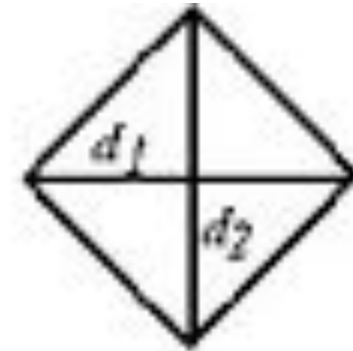


$$S = a \cdot h_1$$
$$S = b \cdot h_2$$

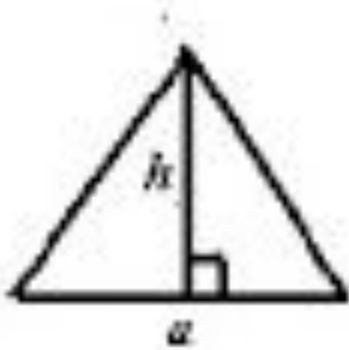


$$S = a \cdot b$$

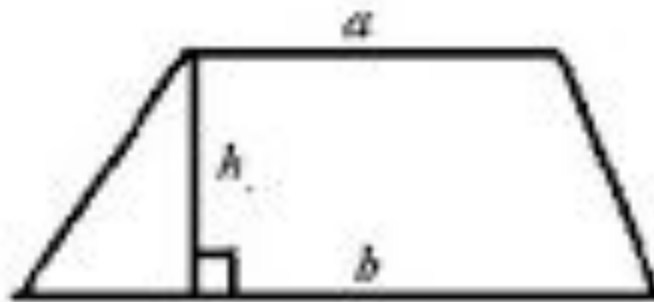
$$S = a^2$$



$$S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$

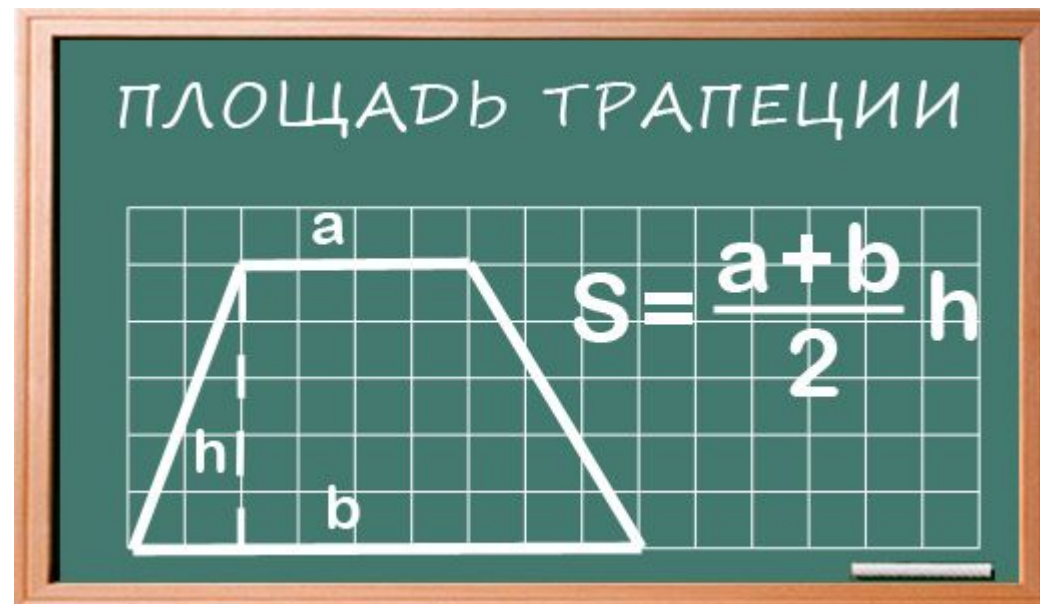


$$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$$



$$S = \frac{a + b}{2} \cdot h$$

5. Виды трапеций



Трапеция обычная



Трапеция
прямоугольная



Трапеция
равнобедренная

ПАРАЛЛЕЛОГРАММ


Определение	Свойства	Признаки	Формула площади
<p>Четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны</p> 	<ol style="list-style-type: none">1. Противоположные стороны и углы соответственно равны.2. Диагонали точкой пересечения делятся пополам.	<ol style="list-style-type: none">1. Если в четырехугольнике две стороны равны и параллельны.2. Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны.3. Если в четырехугольнике диагонали пересекаются и делятся точкой пересечения пополам.	<p>$S=ah$,</p> <p>a- основание</p> <p>h-высота</p>

7. ромб, прямоугольник, квадрат.

Квадрат

Определение	Свойства	Признаки	Формула площади
<p>1. Ромб с прямыми углами.</p> <p>2. Прямоугольник, у которого все стороны равны.</p> 	<p>1. Все углы равны.</p> <p>2. Диагонали квадрата равны, взаимно перпендикулярны, точкой пересечения делятся пополам и делят углы пополам.</p>	<p>1. Если в ромбе диагонали равны.</p> <p>2. Если в прямоугольнике диагонали взаимно перпендикулярны.</p>	<p>1. $S=a^2$, a-сторона</p> <p>2. $S=\frac{d^2}{2}$</p> <p>d-диагональ</p>

Ромб

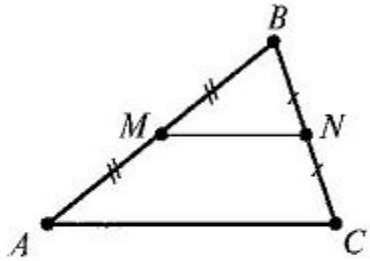
Определение	Свойства	Признаки	Формула площади
<p>Параллелограмм, у которого все стороны равны</p> 	<p>1. Свойства параллелограмма.</p> <p>2. Диагонали взаимно перпендикулярны, точкой пересечения делятся пополам и делят углы пополам.</p>	<p>Если в параллелограмме диагонали взаимно перпендикулярны и делят его углы пополам.</p>	<p>1. $S=ah$, a-основание h-высота</p> <p>2. $S=\frac{d_1 \cdot d_2}{2}$</p> <p>d₁, d₂-диагонали</p>

ПРЯМОУГОЛЬНИК

Определение	Свойства	Признаки	Формула площади
<p>Параллелограмм, у которого все углы прямые.</p> 	<p>1. Свойства параллелограмма.</p> <p>2. Диагонали равны.</p>	<p>Если в параллелограмме диагонали равны.</p>	<p>$S=ab$, a-ширина, b-длина.</p>

8. Средние линии

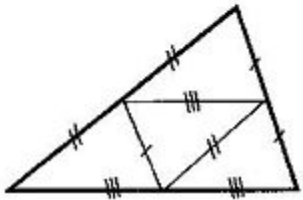
СВОЙСТВА СРЕДНЕЙ ЛИНИИ



Средняя линия параллельна одной из сторон треугольника и равна ее половине:

$$MN \parallel AC; MN = \frac{1}{2} AC.$$

Она отсекает треугольник, подобный данному, с коэффициентом подобия $1/2$.

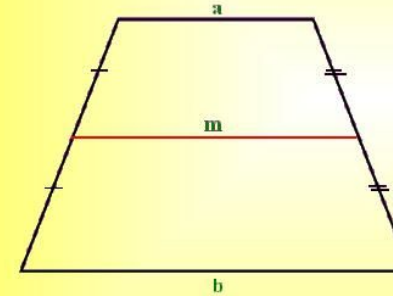


Три средние линии треугольника делят его на 4 равных треугольника, подобных данному, с коэффициентом подобия $1/2$.

Формула для нахождения средней линии трапеции

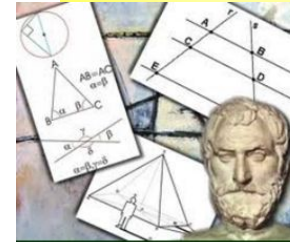
8

$$m = \frac{a + b}{2}$$

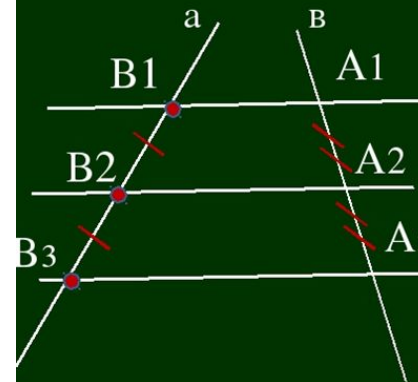


Элементы формулы:

- m** – средняя линия трапеции;
- a** – верхнее основание трапеции;
- b** – нижнее основание трапеции.



Теорема Фалеса

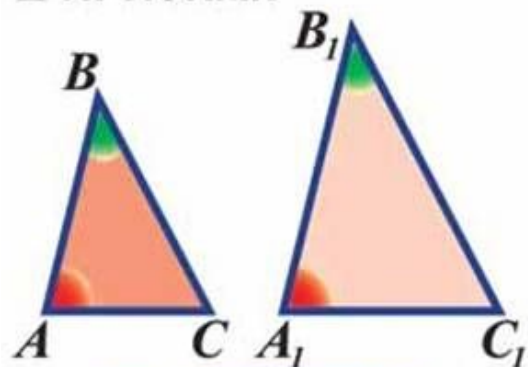


Если на одной из двух прямых отложить равные отрезки и через их концы провести параллельные прямые, то и на другой прямой отложатся равные отрезки



Признаки подобия треугольников

I ПРИЗНАК

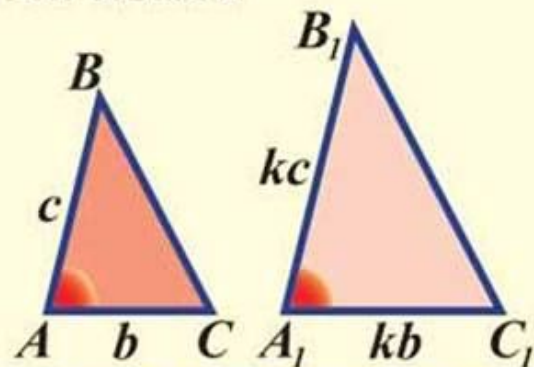


(по двум углам)

$$\angle A = \angle A_1$$

$$\angle B = \angle B_1$$

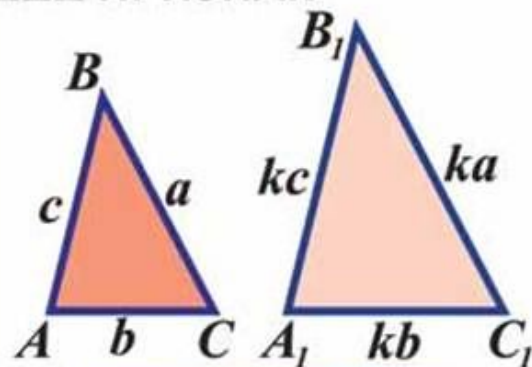
II ПРИЗНАК



(по двум пропорциональным
сторонам и углу между ними)

$$\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{A_1C_1}{AC} = k; \angle A = \angle A_1$$

III ПРИЗНАК

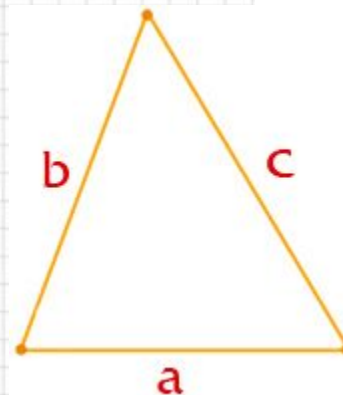
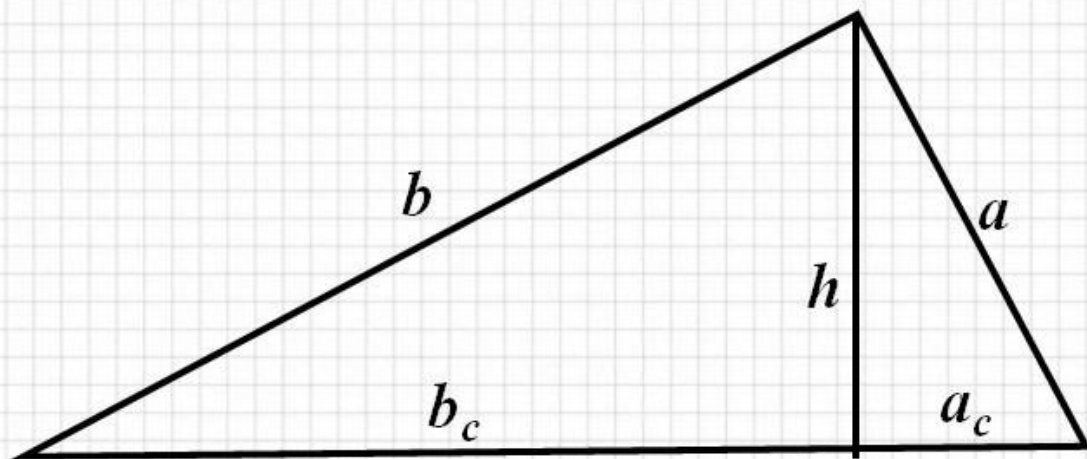


(по трем пропорциональным
сторонам)

$$\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{B_1C_1}{BC} = \frac{A_1C_1}{AC} = k$$



Пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике



Формула Герона:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

$$h = \sqrt{a_c \cdot b_c} \quad \text{или} \quad h^2 = a_c \cdot b_c;$$

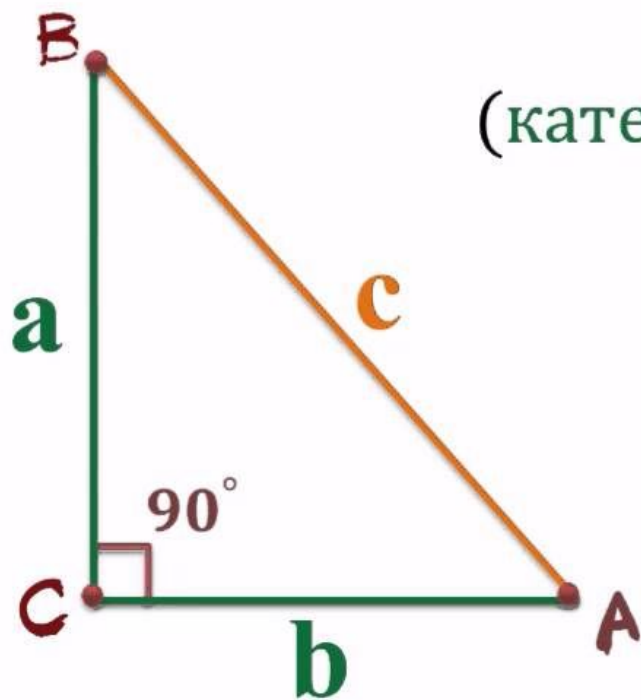
$$b = \sqrt{c \cdot b_c} \quad \text{или} \quad b^2 = c \cdot b_c;$$

$$a = \sqrt{c \cdot a_c} \quad \text{или} \quad a^2 = c \cdot a_c;$$

ТЕОРЕМА ПИФАГОРА

11

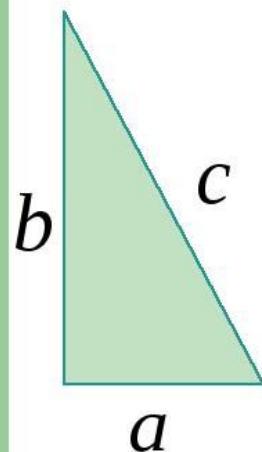
В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ СУММА КВАДРАТОВ КАТЕТОВ РАВНА
КВАДРАТУ ГИПОТЕНУЗЫ



$$(\text{катет}_1)^2 + (\text{катет}_2)^2 = (\text{гипотенуза})^2$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Теорема, обратная теореме Пифагора

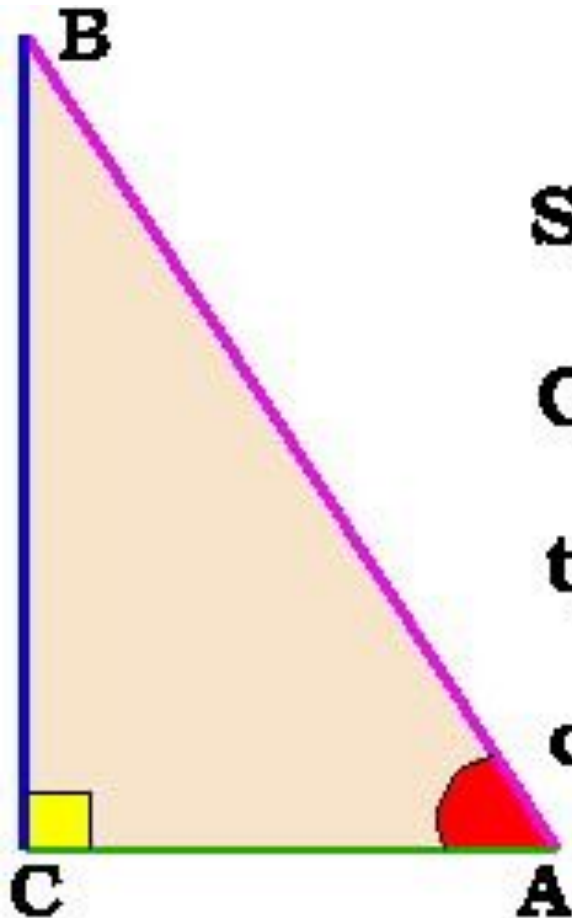
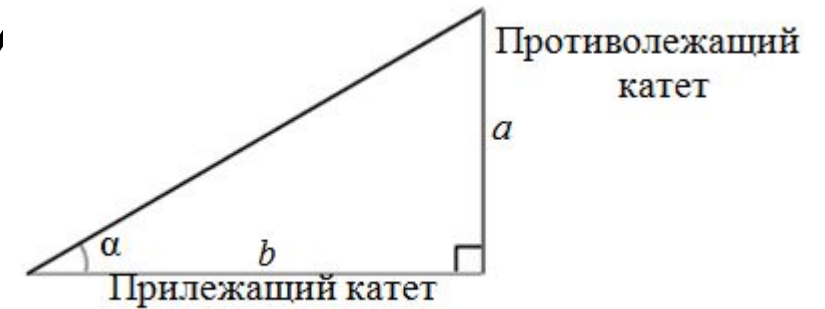


- Если в треугольнике квадрат одной стороны равен сумме квадратов двух других сторон, то такой треугольник является прямоугольным.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

- Теорема помогает определить является ли данный треугольник прямоугольным.

12. Тригонометрические функции острого угла прямоугольного треугольника



$$\sin A = \frac{\text{противлежащий катет}}{\text{гипотенуза}} = \frac{BC}{AB}$$

$$\cos A = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{гипотенуза}} = \frac{AC}{AB}$$

$$\operatorname{tg} A = \frac{\text{противлежащий катет}}{\text{прилежащий катет}} = \frac{BC}{AC}$$

$$\operatorname{ctg} A = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{противлежащий катет}} = \frac{AC}{BC}$$

φ	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \varphi$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \varphi$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \varphi$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	-
$\operatorname{ctg} \varphi$	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

13 вопрос. Связь между синусом и косинусом, тангенсом и котангенсом.

Основное
тригонометрическое
тождество

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha$$

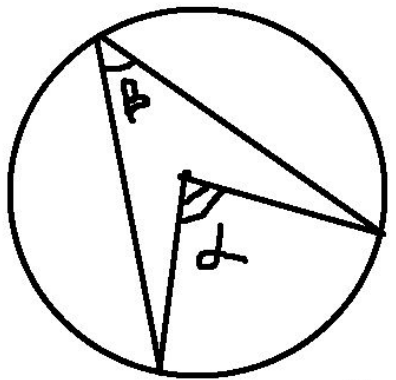
$$\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha$$

The diagram illustrates the trigonometric identities using rectangles with diagonal lines. The first identity, $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$, is shown as a large rectangle divided into two smaller rectangles, with the sum of their areas equal to the area of the large rectangle. The second identity, $\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha$, is shown as a large rectangle divided into two smaller rectangles, with the area of the large rectangle equal to the sum of the areas of the two smaller rectangles. The third identity, $\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha$, is shown as a large rectangle divided into two smaller rectangles, with the area of the large rectangle equal to the sum of the areas of the two smaller rectangles.

$$\frac{\text{Area of } \sin^2\alpha + \text{Area of } \cos^2\alpha}{\text{Area of } 1} = 1$$

Вопрос 14.

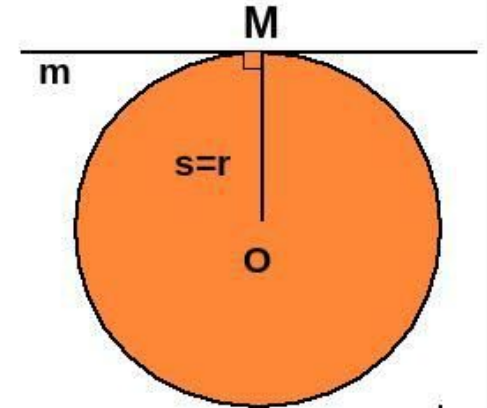
α является центральным углом.
Он равен угловой величине дуги,
на которую опирается.



$\beta = \frac{1}{2} \alpha$
 β является вписанным углом.
Его величина равна половине
центрального угла, опирающегося
на ту же дугу.

КАСАТЕЛЬНАЯ К ОКРУЖНОСТИ

Определение: Прямая,
имеющая с окружностью
только одну общую
точку, называется
касательной к
окружности, а их общая
точка называется
точкой касания прямой и
окружности.

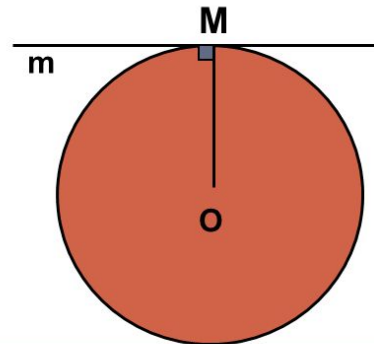


Свойство касательной:

Касательная к окружности
перпендикулярна к радиусу, проведенному в
точку касания.

m – касательная к
окружности с
центром O
 M – точка касания
 OM – радиус

$$m \perp OM$$

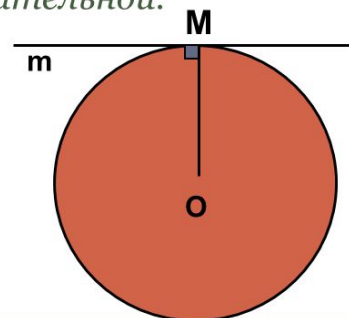


Признак касательной:

Если прямая проходит через конец
радиуса, лежащий на окружности, и
перпендикулярна радиусу, то она
является касательной.

окружность с центром O
радиуса OM
 m – прямая, которая
проходит через точку M
и $m \perp OM$

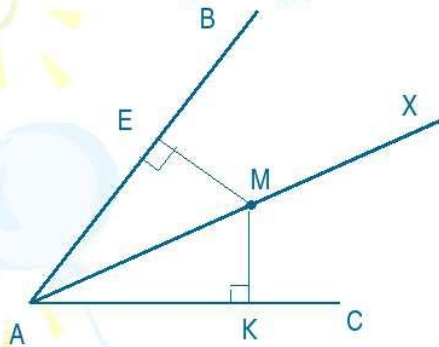
m – касательная



Вопрос 15.

Свойство биссектрисы неразвёрнутого угла

Теорема 1. Каждая точка биссектрисы неразвёрнутого угла равноудалена от его сторон.



Дано: $\angle BAC$, AX – биссектриса,

$M \in AX$, $ME \perp AB$, $MK \perp AC$

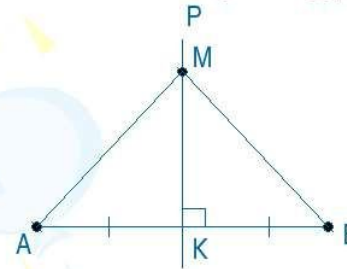
Доказать: $ME = MK$

Теорема 2 (обратная). Точка, лежащая внутри неразвёрнутого угла и равноудалённая от его сторон, лежит на биссектрисе этого угла.

Обобщённая теорема: биссектриса неразвёрнутого угла – множество точек плоскости, равноудалённых от сторон этого угла.

Серединный перпендикуляр к отрезку

Теорема 1. Каждая точка серединного перпендикуляра к отрезку равноудалена от его концов.



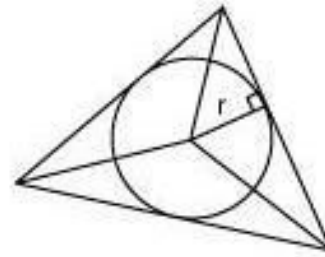
Дано: AB – отрезок,
 PK – серединный перпендикуляр,
 $M \in PK$

Доказать: $MA = MB$

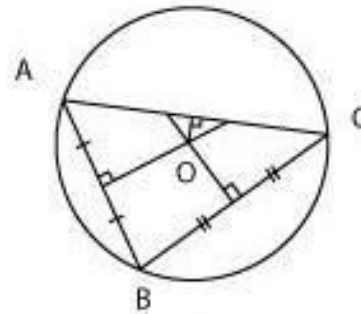
Теорема 2. Точка, равноудалённая от концов отрезка, лежит на серединном перпендикуляре к нему.

Обобщённая теорема: серединный перпендикуляр к отрезку – множество точек плоскости, равноудалённых от его концов.

Вопрос 15 продолжение

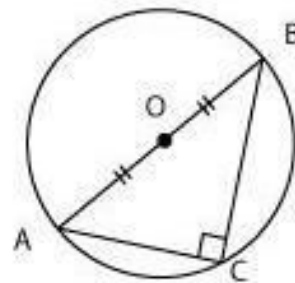


В любой треугольник можно вписать окружность. Ее центром является точка пересечения биссектрис треугольника.



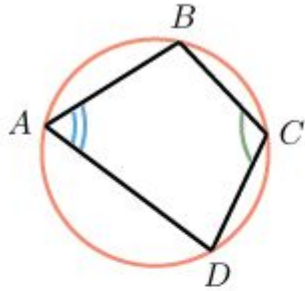
Вокруг любого треугольника можно описать окружность. Ее центр - точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника.

Иногда говорят еще, что окружность описана **около** треугольника. Это означает то же самое - все вершины треугольника лежат на окружности.



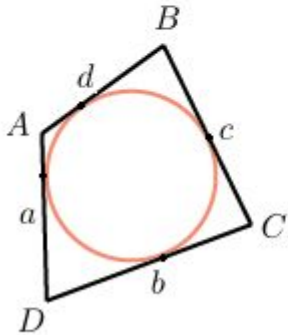
У прямоугольного треугольника центр описанной окружности лежит на середине гипотенузы.

Вопрос 15 (продолжение)



$$\angle A + \angle C = 180^\circ$$

Четырёхугольник можно **вписать** в окружность тогда и только тогда, когда суммы его противоположных углов равны 180° .



$$a + c = b + d$$

Четырёхугольник можно **описать** вокруг окружности тогда и только тогда, когда суммы длин его противоположных сторон равны.

Всё! Учите!

Алгебру через час скину.

Алгебра. 1,2,3 вопрос

Формулы сокращенного умножения **М-19**

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

КВАДРАТ СУММЫ

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

КВАДРАТ РАЗНОСТИ

$$a^2 - b^2 = (a + b) * (a - b)$$

РАЗНОСТЬ КВАДРАТОВ

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

КУБ СУММЫ

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \\ = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$$

КУБ РАЗНОСТИ

$$a^3 + b^3 = (a + b) * (a^2 - ab + b^2)$$

СУММА КУБОВ

$$a^3 - b^3 = (a - b) * (a^2 + ab + b^2)$$

РАЗНОСТЬ КУБОВ

4. Понятие множеств N , Z , R и I . Связь между ними. Определение рационального числа.



Числа, которые не являются рациональными, то есть не являются ни целыми, ни представимыми в виде

дроби вида $\frac{m}{n}$, где m – целое число, а n – натуральное,

называются **иррациональными**.

Изученные множества чисел обозначаются следующим образом:

N – множество натуральных чисел;

Z – множество целых чисел;

Q – множество рациональных чисел;

I – множество иррациональных чисел;

R – множество действительных чисел.

5. Свойства чисел

1. Если $a > 0$ и $b > 0$, то
 $a + b > 0$, $ab > 0$, $\frac{a}{b} > 0$.

2. Если $a < 0$ и $b < 0$, то
 $a + b < 0$, $ab > 0$, $\frac{a}{b} > 0$,
 $\frac{b}{a} > 0$.

3. Если $a > 0$ и $b < 0$, то $ab < 0$,
 $\frac{a}{b} < 0$, $\frac{b}{a} < 0$.

4. Если $ab > 0$, то или $a > 0$ и
 $b > 0$, или $a < 0$ и $b < 0$.
Если $\frac{a}{b} > 0$, то или $a > 0$ и
 $b > 0$, или $a < 0$ и $b < 0$.

5. Если $ab < 0$, то
или $a > 0$ и $b < 0$,
или $a < 0$ и $b > 0$.

Если $\frac{a}{b} < 0$, то
или $a > 0$ и $b < 0$,
или $a < 0$ и $b > 0$.

6. Если $ab = 0$, то
или $a = 0$, $b \neq 0$,
или $a \neq 0$, $b = 0$,
или $a = 0$, $b = 0$.

7. Если $\frac{a}{b} = 0$, то
 $a = 0$, $b \neq 0$.

6. Определение числового неравенства. Что значит сравнить два числа? Перечислите свойства числовых неравенств.

Определение неравенства

- **Неравенство** – это два числа или выражения, соединенные одним из знаков: $>$ (больше), $<$ (меньше), \geq (больше или равно), \leq (меньше или равно), \neq (не равно).
- Поставить один из этих знаков между числами или выражениями – значит, **сравнить их**.
- Говорят, что число a больше числа b , если разность $a-b$ положительна, если же она отрицательна, то говорят, что число a меньше числа b .

Свойства числовых неравенств

Свойства:

- 1) если $a > b$, $b > c$, то $a > c$
- 2) если $a > b$, то $a + c > b + c$
- 3) если $a > b$ и $m > 0$, то $am > bm$
- 4) если $a > b$ и $m < 0$, то $am < bm$
- 5) если $a > b$, то $-a < -b$

Например:

- 1) если $5 > 3$, $3 > -4$, то $5 > -4$
- 2) если $5 > 3$, то $5 + 2 > 3 + 2$
- 3) если $5 > 3$ и $10 > 0$, то $5 \cdot 10 > 3 \cdot 10$, т.е. $50 > 30$
- 4) если $5 > 3$ и $-2 < 0$, то $5 \cdot (-2) < 3 \cdot (-1)$, т.е. $-10 < -3$

7. Виды числовых промежутков. Отрезки, интервалы и полуотрезки (полуинтервалы)

$a < x < b$ $(a; b)$ — интервал



$a \leq x < b$ $[a; b)$ — полуинтервал



$a < x \leq b$ $(a; b]$ — полуинтервал



$a \leq x \leq b$ $[a; b]$ — отрезок



$x \geq a$ $[a; +\infty)$ — луч



$x \leq a$ $(-\infty; a]$ — луч



$x > a$ $(a; +\infty)$ — открытый луч



$x < a$ $(-\infty; a)$ — открытый луч



8.0

Основные свойства степени

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

$$1) a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$2) a^n : a^m = a^{n-m}$$

$$3) (a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

$$4) (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$5) \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

9. Квадратный корень из степени, произведения, дроби.

$$\sqrt{(a)^2} = a$$

Свойства арифметического квадратного корня:

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} &= \sqrt{a \cdot b} \\ \sqrt{a \cdot b} &= \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \end{aligned} \right\} \text{если } a \geq 0, b \geq 0$$
$$\left. \begin{aligned} \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} &= \sqrt{\frac{a}{b}} \\ \sqrt{\frac{a}{b}} &= \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \end{aligned} \right\} \text{если } a \geq 0, b > 0$$

10. Вычисление корней квадратного уравнения через дискриминант.

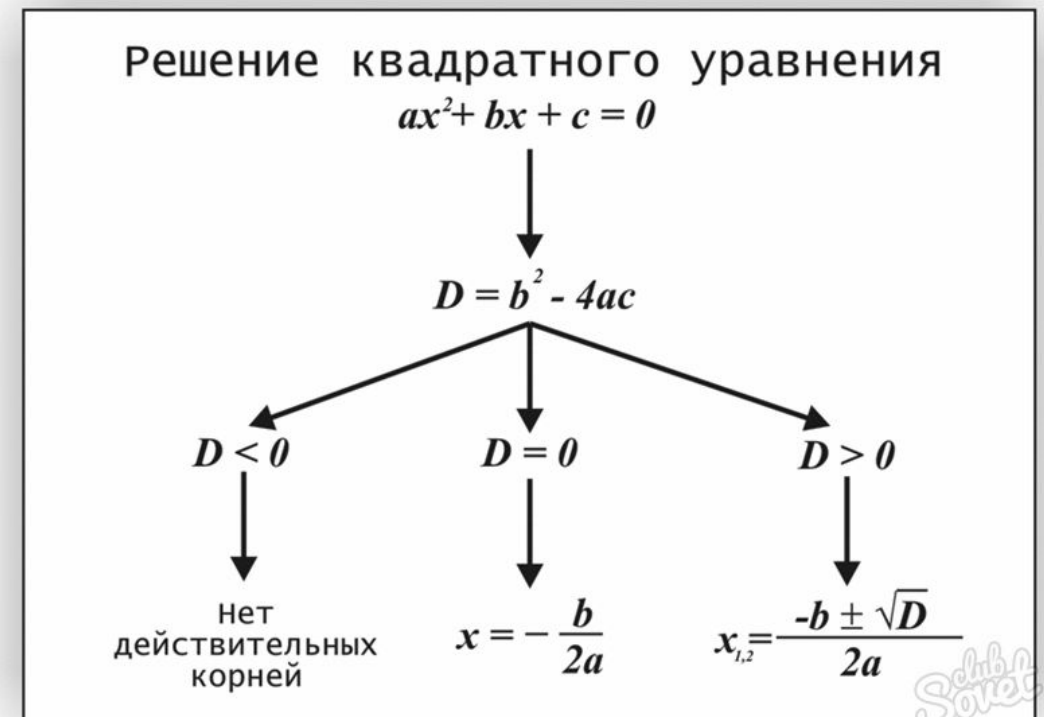
Формула корней квадратного уравнения

Корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$

можно найти по формуле

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac -$$

дискриминант квадратного уравнения.



11. Вычисление корней квадратного уравнения по теореме Виета.

Теорема Виета:

Сумма корней приведенного квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену.

$$x^2 + px + q = 0$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -p; \\ x_1 \cdot x_2 = q. \end{cases}$$



12. Разложение квадратного трёхчлена на множители.

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2),$$

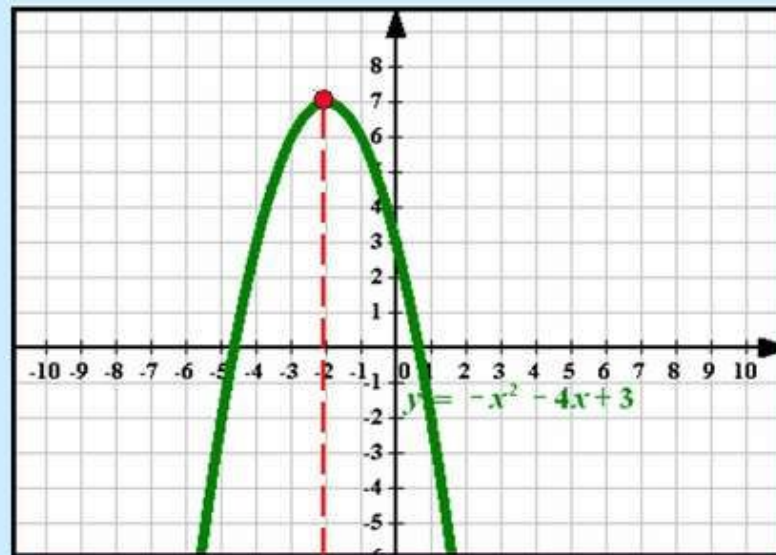
где x_1, x_2 — корни уравнения $ax^2 + bx + c = 0$.

13. Вычисление координат вершины параболы.

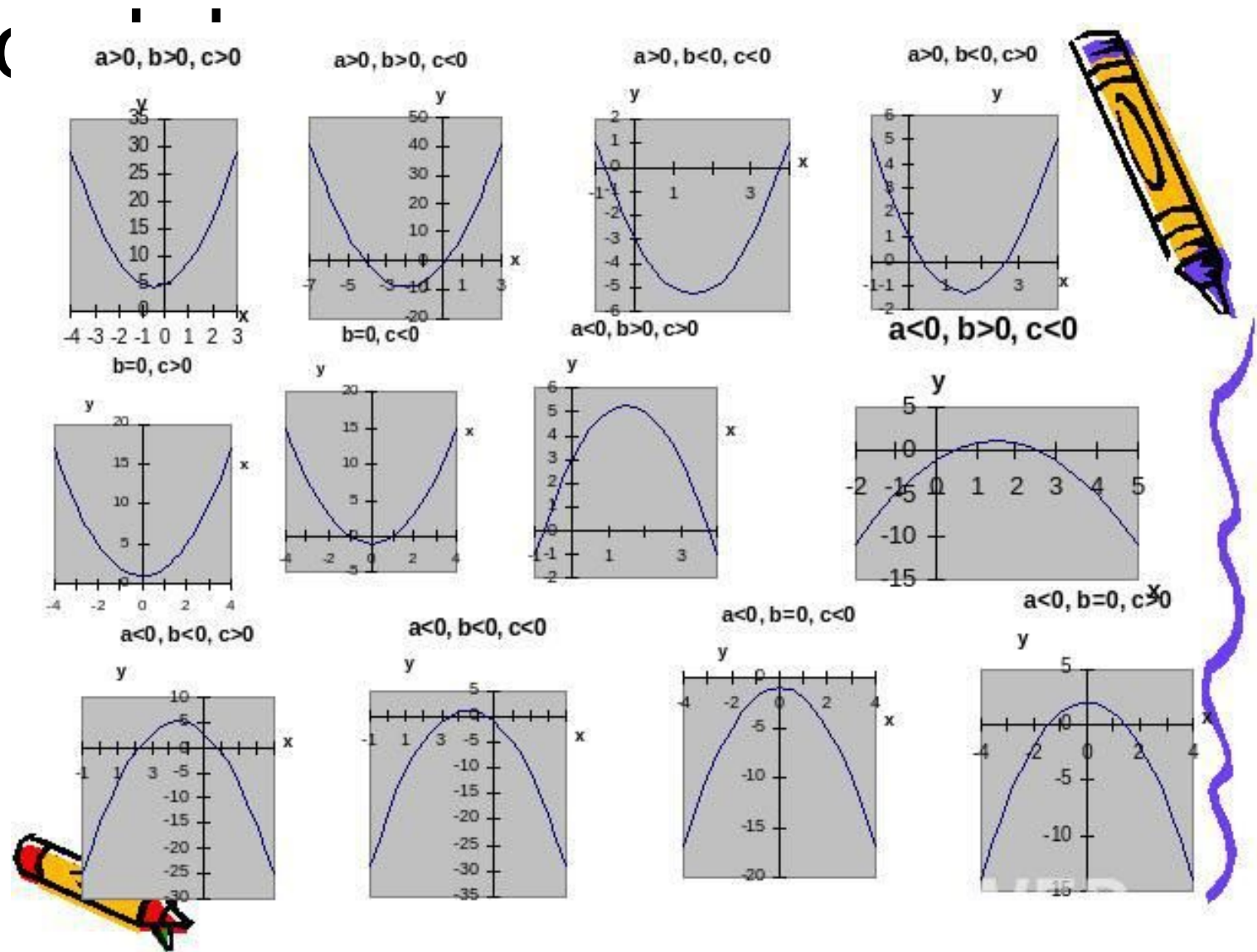
Координаты вершины параболы

$$x_0 = -\frac{b}{2a}$$

$$y_0 = \frac{4ac - b^2}{4a}$$



14. Зависимость вида графика параболы от k



15. Решение неравенств методом интервалов.

Алгоритм выполнения метода интервалов:

- 1. Разложить на множители квадратный трехчлен, используя формулу $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$, где x_1, x_2 - корни квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0$.
- 2. Отметить на числовой прямой корни x_1 и x_2 .
- 3. Определить знак выражения $a(x-x_1)(x-x_2)$ на каждом из получившихся промежутков.
- 4. Записать ответ, выбрав промежутки с соответствующим знаком неравенства знаком (если знак неравенства $<$, то выбираем промежутки со знаком «-», если знак неравенства $>$, то выбираем промежутки со знаком «+»).

Алгоритм решения неравенств методом интервалов.

- Вводим функцию $f(x)$.
- Область определения $f(x)$
- Нули функции: $f(x)=0$
- На числовой оси отмечаем найденные нули и исключенные точки.
- Определяем знак функции на каждом интервале.
- Выбираем нужные интервалы.

Ну теперь всё.