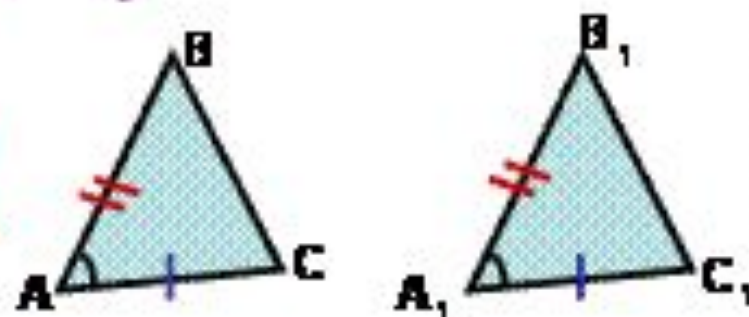


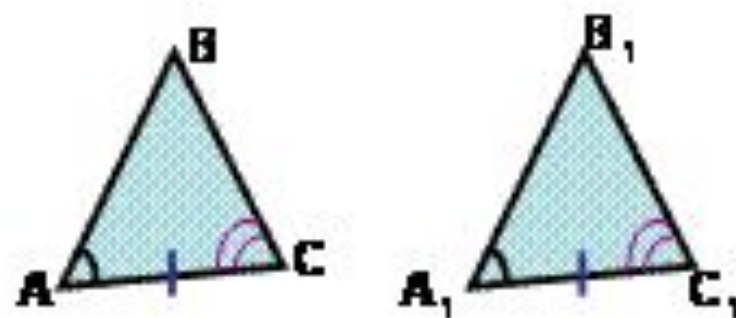
1.

# Признаки равенства треугольников.

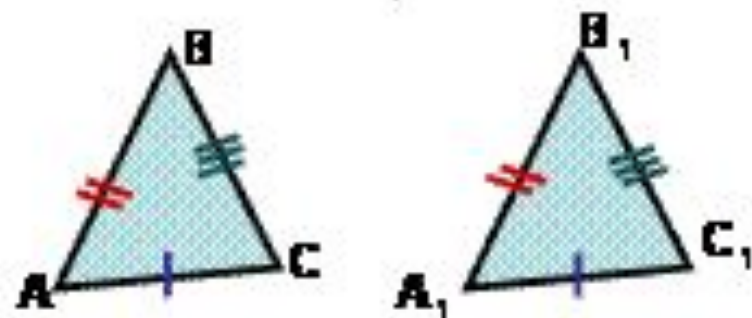
**Теорема.** Если две стороны и угол между ними одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.



**Теорема.** Если сторона и два прилежащих к ней угла одного треугольника соответственно равны стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны.



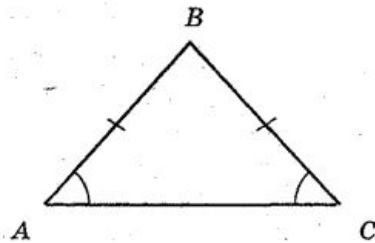
**Теорема.** Если три стороны одного треугольника соответственно равны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.



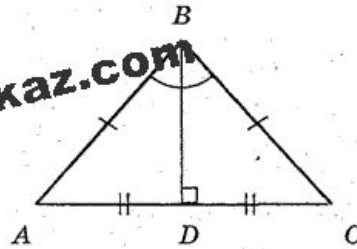
## 2. Равнобедренный и равносторонний.

Свойства равнобедренного треугольника

В равнобедренном треугольнике углы при основании равны  
 $\angle A = \angle C$



В равнобедренном треугольнике медиана, проведенная к основанию, является биссектрисой и высотой.  
 $BD$  — медиана, биссектриса, высота



Равнобедренный треугольник имеет одну ось симметрии

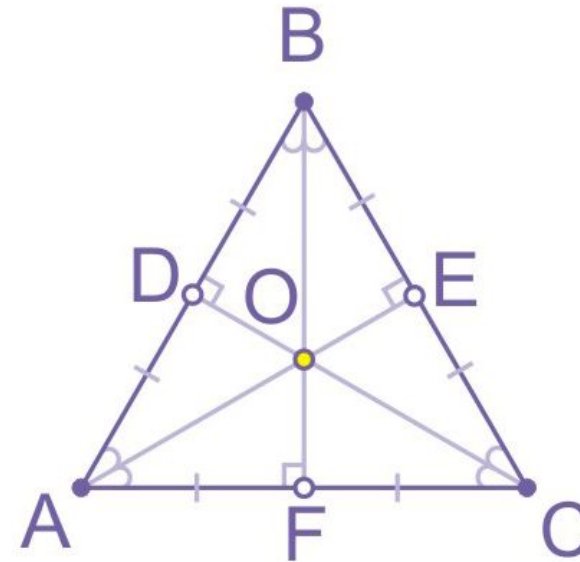
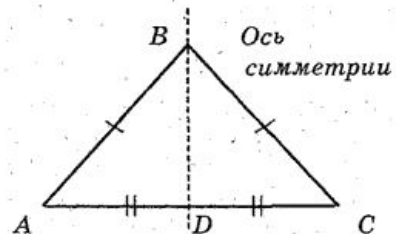
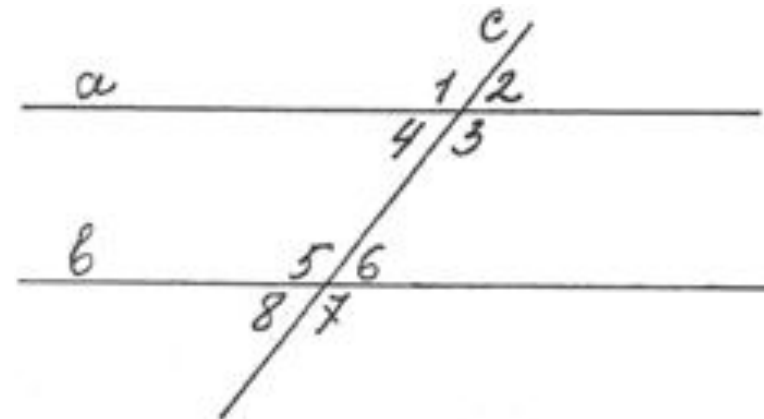


Рис. 2

# 3. Признаки параллельности прямых

## Признаки параллельности двух прямых:

- 1. Если при пересечении двух прямых секущей накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны.
- 2. Если при пересечении двух прямых секущей соответственные углы равны, то прямые параллельны.
- 3. Если при пересечении двух прямых секущей сумма односторонних углов равна  $180^\circ$ , то прямые параллельны.



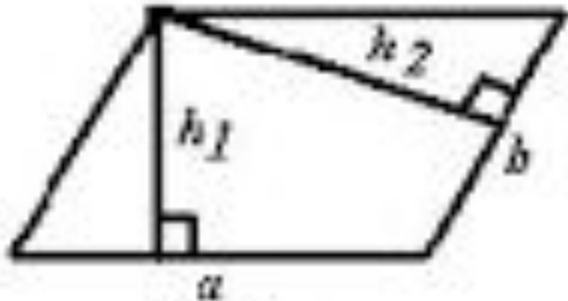
$a \parallel b$   
 $c$  - секущая.

Накрест лежащие углы: 3 и 5, 4 и 6.

Односторонние углы: 4 и 5, 3 и 6.

Соответственные углы: 1 и 5, 4 и 8, 2 и 6, 3 и 7.

# 4. Площади фигур.

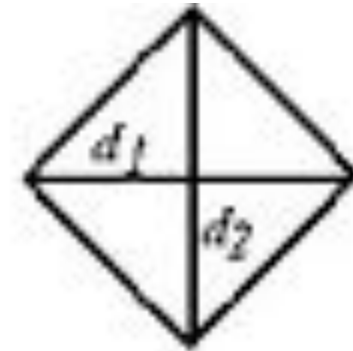


$$S = a \cdot h_1$$
$$S = b \cdot h_2$$

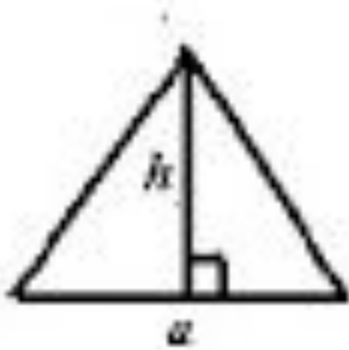


$$S = a \cdot b$$

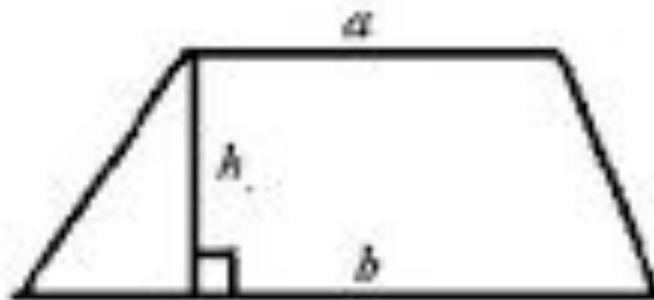
$$S = a^2$$



$$S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$

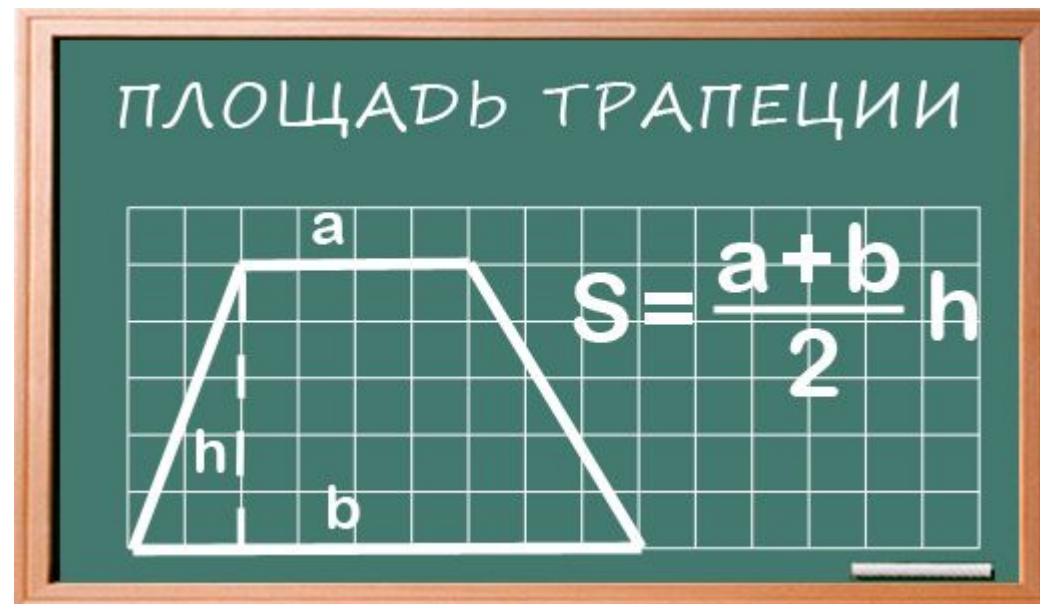


$$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$$



$$S = \frac{a + b}{2} \cdot h$$

# 5. Виды трапеций



Трапеция обычная



Трапеция  
прямоугольная




Трапеция  
равнобедренная

# ПАРАЛЛЕЛОГРАММ


Определение	Свойства	Признаки	Формула площади
<p>Четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны</p> 	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Противоположные стороны и углы соответственно равны.</li><li>2. Диагонали точкой пересечения делятся пополам.</li></ol>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Если в четырехугольнике две стороны равны и параллельны.</li><li>2. Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны.</li><li>3. Если в четырехугольнике диагонали пересекаются и делятся точкой пересечения пополам.</li></ol>	<p><b><math>S=ah</math>,</b></p> <p><b>a-</b> основание</p> <p><b>h-</b>высота</p>

# 7. ромб, прямоугольник, квадрат.

## Квадрат

Определение	Свойства	Признаки	Формула площади
<p>1. Ромб с прямыми углами.</p> <p>2. Прямоугольник, у которого все стороны равны.</p> 	<p>1. Все углы равны.</p> <p>2. Диагонали квадрата равны, взаимно перпендикулярны, точкой пересечения делятся пополам и делят углы пополам.</p>	<p>1. Если в ромбе диагонали равны.</p> <p>2. Если в прямоугольнике диагонали взаимно перпендикулярны.</p>	<p>1. <math>S=a^2</math>, <b>a</b>-сторона</p> <p>2. <math>S=\frac{d^2}{2}</math></p> <p><b>d</b>-диагональ</p>

## Ромб

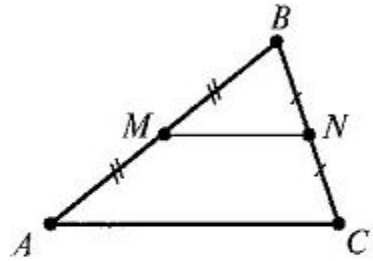
Определение	Свойства	Признаки	Формула площади
<p>Параллелограмм, у которого все стороны равны</p> 	<p>1. Свойства параллелограмма.</p> <p>2. Диагонали взаимно перпендикулярны, точкой пересечения делятся пополам и делят углы пополам.</p>	<p>Если в параллелограмме диагонали взаимно перпендикулярны и делят его углы пополам.</p>	<p>1. <math>S=ah</math>, <b>a</b>-основание <b>h</b>-высота</p> <p>2. <math>S=\frac{d_1 \cdot d_2}{2}</math></p> <p><b>d<sub>1</sub>, d<sub>2</sub></b>-диагонали</p>

## ПРЯМОУГОЛЬНИК

Определение	Свойства	Признаки	Формула площади
<p>Параллелограмм, у которого все углы прямые.</p> 	<p>1. Свойства параллелограмма.</p> <p>2. Диагонали равны.</p>	<p>Если в параллелограмме диагонали равны.</p>	<p><math>S=ab</math>, <b>a</b>-ширина, <b>b</b>-длина.</p>

# 8. Средние линии

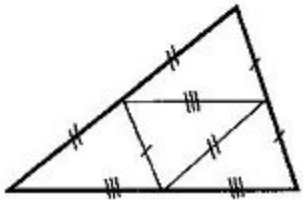
## СВОЙСТВА СРЕДНЕЙ ЛИНИИ



Средняя линия параллельна одной из сторон треугольника и равна ее половине:

$$MN \parallel AC; MN = \frac{1}{2} AC.$$

Она отсекает треугольник, подобный данному, с коэффициентом подобия  $1/2$ .

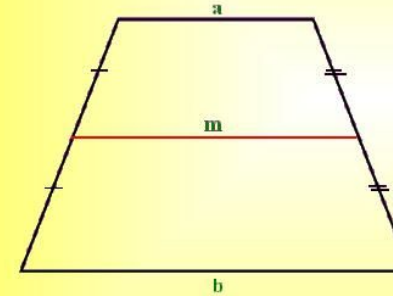


Три средние линии треугольника делят его на 4 равных треугольника, подобных данному, с коэффициентом подобия  $1/2$ .

Формула для нахождения средней линии трапеции

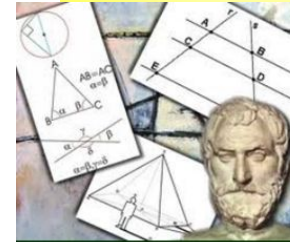
8

$$m = \frac{a + b}{2}$$

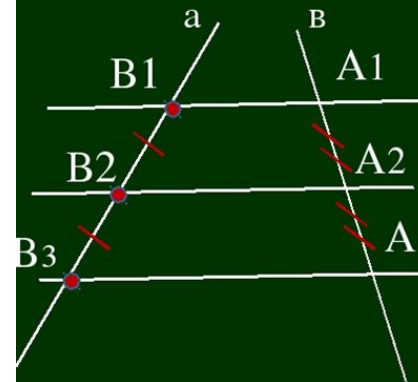


Элементы формулы:

- m** – средняя линия трапеции;
- a** – верхнее основание трапеции;
- b** – нижнее основание трапеции.



## Теорема Фалеса



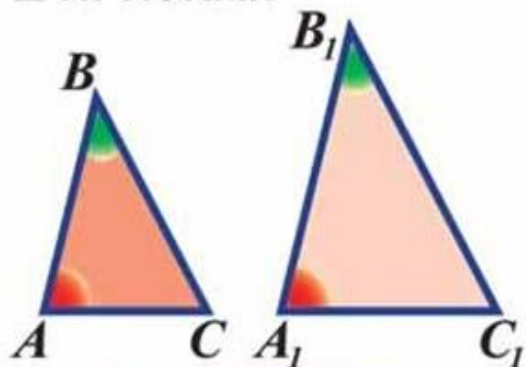
Если на одной из двух прямых отложить равные отрезки и через их концы провести параллельные прямые, то и на другой прямой отложатся равные отрезки





# Признаки подобия треугольников

## I ПРИЗНАК

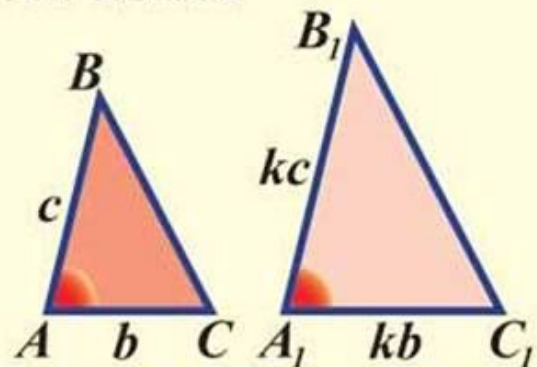


(по двум углам)

$$\angle A = \angle A_1$$

$$\angle B = \angle B_1$$

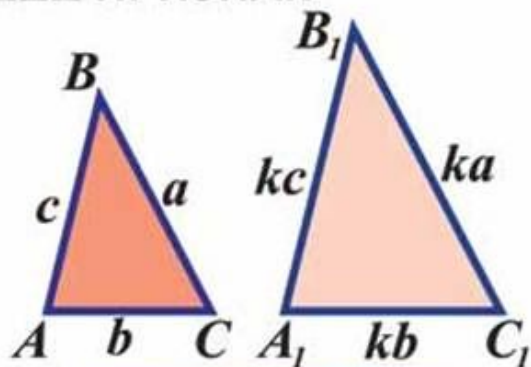
## II ПРИЗНАК



(по двум пропорциональным  
сторонам и углу между ними)

$$\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{A_1C_1}{AC} = k; \angle A = \angle A_1$$

## III ПРИЗНАК

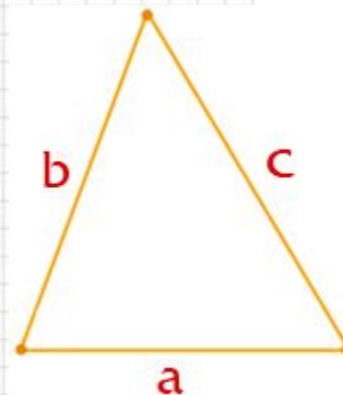
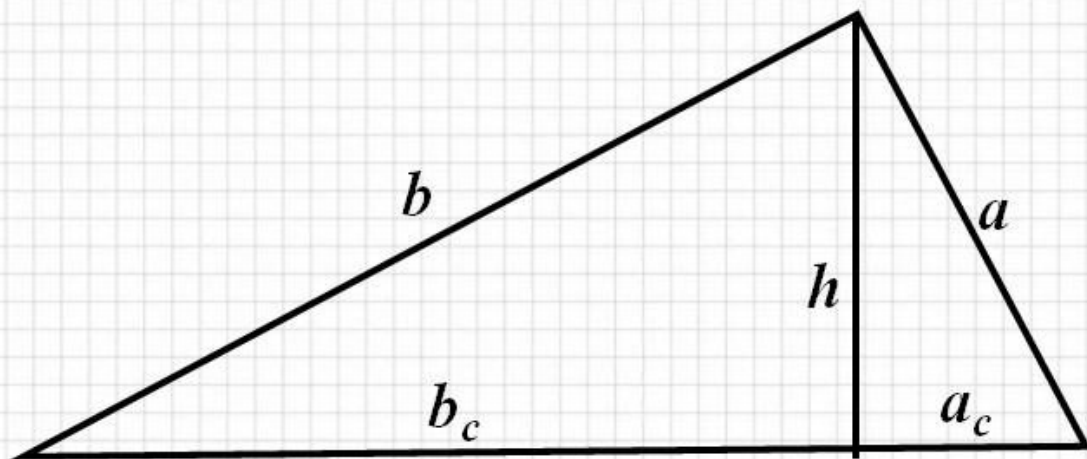


(по трем пропорциональным  
сторонам)

$$\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{B_1C_1}{BC} = \frac{A_1C_1}{AC} = k$$



## Пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике



Формула Герона:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$p = \frac{a+b+c}{2}$$

$$h = \sqrt{a_c \cdot b_c} \quad \text{или} \quad h^2 = a_c \cdot b_c;$$

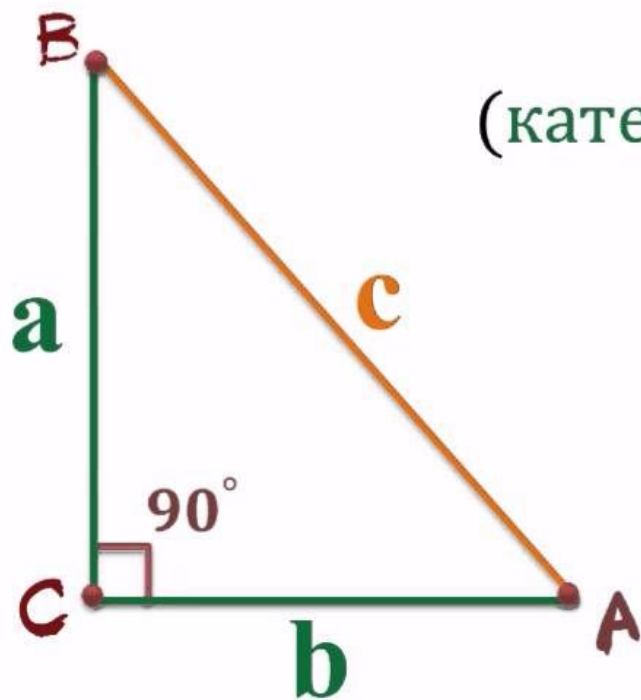
$$b = \sqrt{c \cdot b_c} \quad \text{или} \quad b^2 = c \cdot b_c;$$

$$a = \sqrt{c \cdot a_c} \quad \text{или} \quad a^2 = c \cdot a_c;$$

# ТЕОРЕМА ПИФАГОРА

11

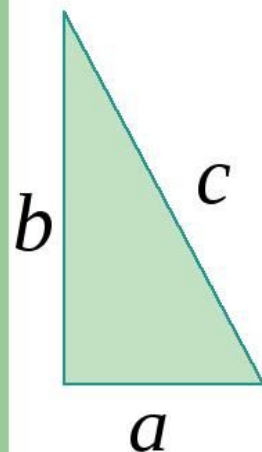
В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ СУММА КВАДРАТОВ КАТЕТОВ РАВНА  
КВАДРАТУ ГИПОТЕНУЗЫ



$$(\text{катет}_1)^2 + (\text{катет}_2)^2 = (\text{гипотенуза})^2$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

## Теорема, обратная теореме Пифагора

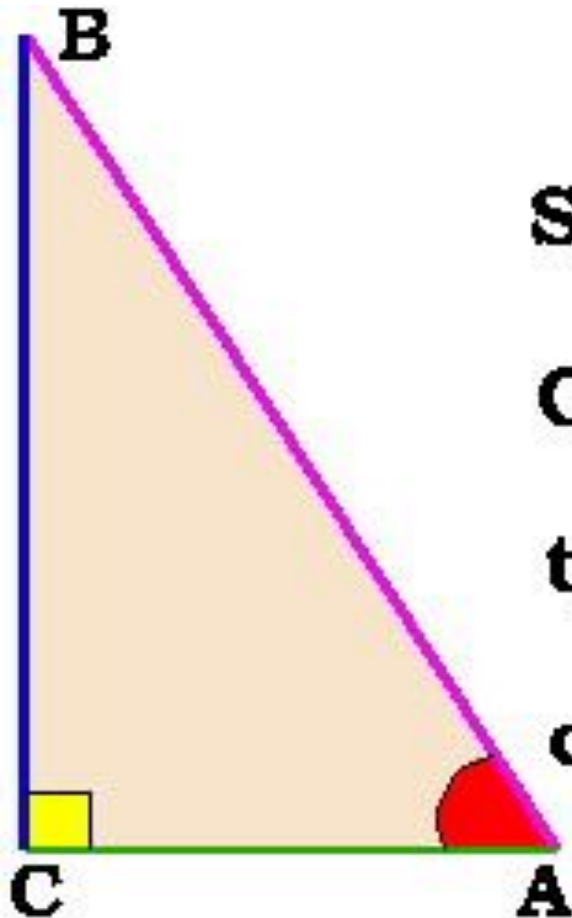
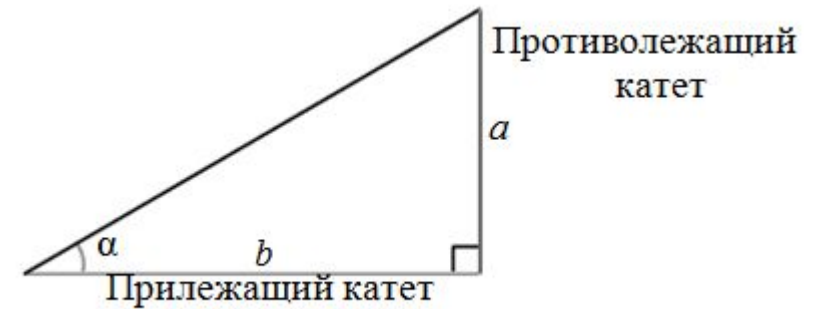


- Если в треугольнике квадрат одной стороны равен сумме квадратов двух других сторон, то такой треугольник является прямоугольным.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

- Теорема помогает определить является ли данный треугольник прямоугольным.

# 12. Тригонометрические функции острого угла прямоугольного треугольника



$$\sin A = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{гипотенуза}} = \frac{BC}{AB}$$

$$\cos A = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{гипотенуза}} = \frac{AC}{AB}$$

$$\operatorname{tg} A = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{прилежащий катет}} = \frac{BC}{AC}$$

$$\operatorname{ctg} A = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{противолежащий катет}} = \frac{AC}{BC}$$

$\varphi$	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$
$\sin \varphi$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \varphi$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \varphi$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	-
$\operatorname{ctg} \varphi$	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

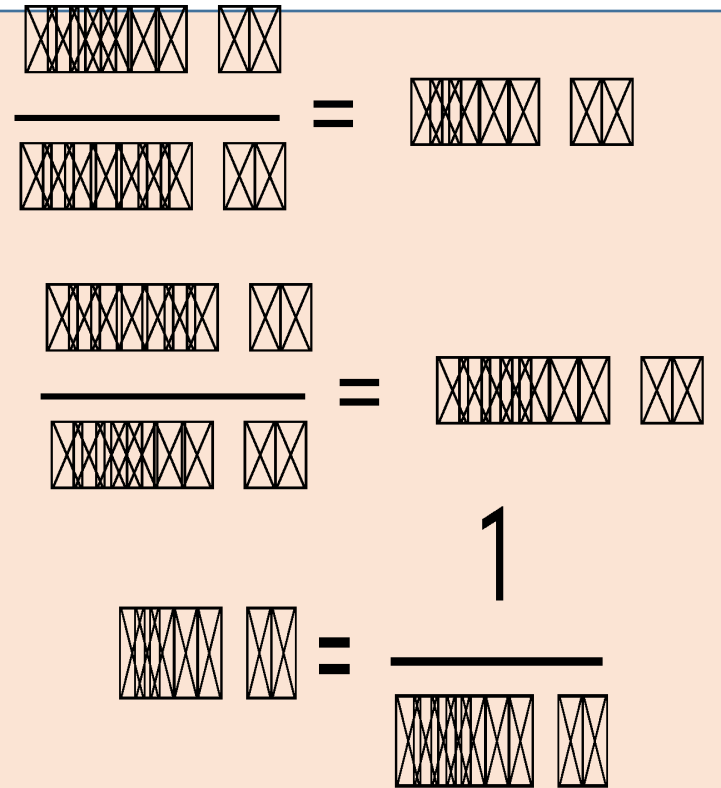
# 13 вопрос. Связь между синусом и косинусом, тангенсом и котангенсом.

Основное  
тригонометрическое  
тождество

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

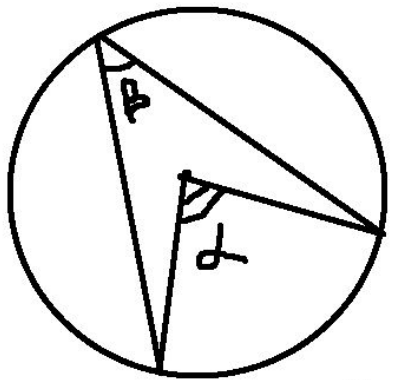
$$\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha$$

$$\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha$$


$$\frac{\text{10 vertical lines} + \text{2 diagonal rectangles}}{\text{10 vertical lines} + \text{2 diagonal rectangles}} = \frac{\text{10 vertical lines} + \text{2 diagonal rectangles}}{\text{10 vertical lines} + \text{2 diagonal rectangles}}$$
$$\frac{\text{10 vertical lines} + \text{2 diagonal rectangles}}{\text{10 vertical lines} + \text{2 diagonal rectangles}} = \frac{\text{10 vertical lines} + \text{2 diagonal rectangles}}{\text{10 vertical lines} + \text{2 diagonal rectangles}}$$
$$\text{10 vertical lines} + \text{2 diagonal rectangles} = \frac{1}{\frac{\text{10 vertical lines} + \text{2 diagonal rectangles}}{\text{10 vertical lines} + \text{2 diagonal rectangles}}}$$

# Вопрос 14.

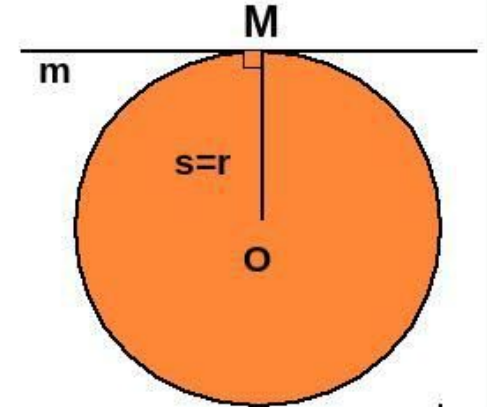
$\alpha$  является центральным углом.  
Он равен угловой величине дуги,  
на которую опирается.



$\beta = \frac{1}{2} \alpha$   
 $\beta$  является вписанным углом.  
Его величина равна половине  
центрального угла, опирающегося  
на ту же дугу.

## КАСАТЕЛЬНАЯ К ОКРУЖНОСТИ

**Определение:** Прямая,  
имеющая с окружностью  
только одну общую  
точку, называется  
касательной к  
окружности, а их общая  
точка называется  
точкой касания прямой и  
окружности.

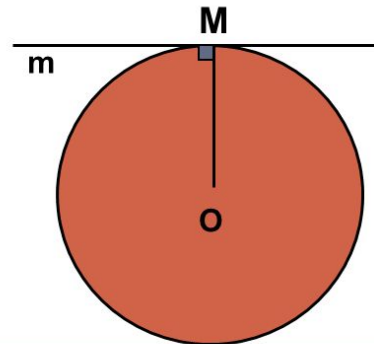


### Свойство касательной:

Касательная к окружности  
перпендикулярна к радиусу, проведенному в  
точку касания.

$m$  – касательная к  
окружности с  
центром  $O$   
 $M$  – точка касания  
 $OM$  – радиус

$$m \perp OM$$

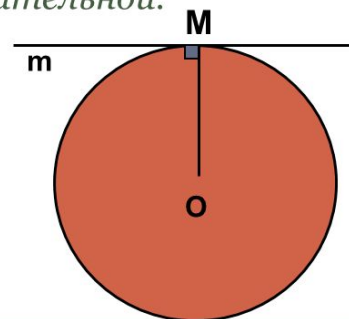


### Признак касательной:

Если прямая проходит через конец  
радиуса, лежащий на окружности, и  
перпендикулярна радиусу, то она  
является касательной.

окружность с центром  $O$   
радиуса  $OM$   
 $m$  – прямая, которая  
проходит через точку  $M$   
и  $m \perp OM$

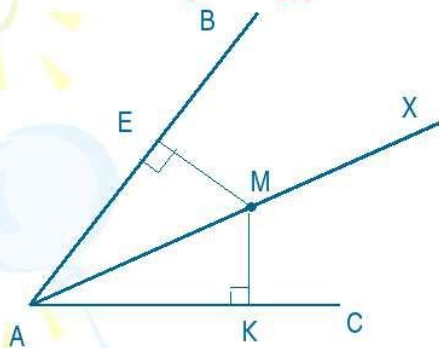
$m$  – касательная



# Вопрос 15.

## Свойство биссектрисы неразвёрнутого угла

Теорема 1. Каждая точка биссектрисы неразвёрнутого угла равноудалена от его сторон.



Дано:  $\angle BAC$ ,  $AX$  – биссектриса,

$M \in AX$ ,  $ME \perp AB$ ,  $MK \perp AC$

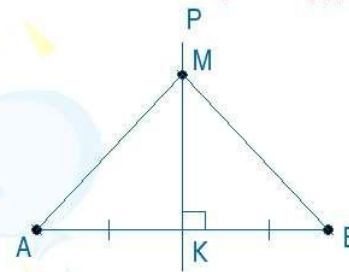
Доказать:  $ME = MK$

Теорема 2 (обратная). Точка, лежащая внутри неразвёрнутого угла и равноудалённая от его сторон, лежит на биссектрисе этого угла.

**Обобщённая теорема:** биссектриса неразвёрнутого угла – множество точек плоскости, равноудалённых от сторон этого угла.

## Серединный перпендикуляр к отрезку

Теорема 1. Каждая точка серединного перпендикуляра к отрезку равноудалена от его концов.



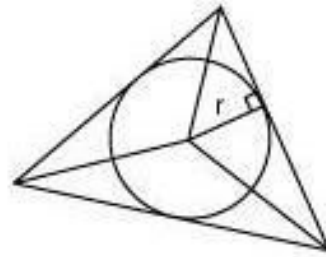
Дано:  $AB$  – отрезок,  
 $PK$  – серединный перпендикуляр,  
 $M \in PK$

Доказать:  $MA = MB$

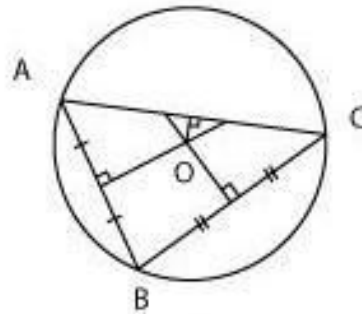
Теорема 2. Точка, равноудалённая от концов отрезка, лежит на серединном перпендикуляре к нему.

**Обобщённая теорема:** серединный перпендикуляр к отрезку – множество точек плоскости, равноудалённых от его концов.

# Вопрос 15 продолжение

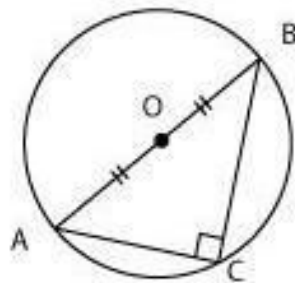


В любой треугольник можно вписать окружность. Ее центром является точка пересечения биссектрис треугольника.



Вокруг любого треугольника можно описать окружность. Ее центр - точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам треугольника.

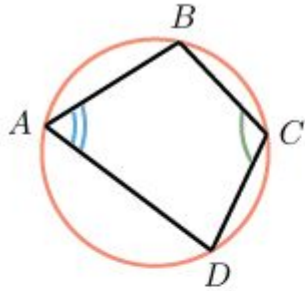
Иногда говорят еще, что окружность описана **около** треугольника. Это означает то же самое - все вершины треугольника лежат на окружности.



У прямоугольного треугольника центр описанной окружности лежит на середине гипотенузы.

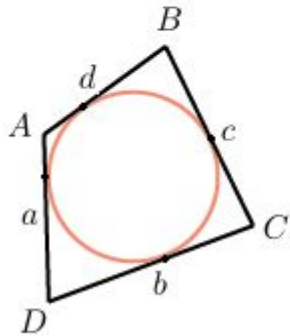


# Вопрос 15 (продолжение)



$$\angle A + \angle C = 180^\circ$$

Четырёхугольник можно **вписать** в окружность тогда и только тогда, когда суммы его противоположных углов равны  $180^\circ$ .



$$a + c = b + d$$

Четырёхугольник можно **описать** вокруг окружности тогда и только тогда, когда суммы длин его противоположных сторон равны.

# Всё! Учите!

Алгебру через час скину.

# Алгебра.

## 1,2,3 вопрос

### Формулы сокращенного умножения **М-19**

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

КВАДРАТ СУММЫ

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

КВАДРАТ РАЗНОСТИ

$$a^2 - b^2 = (a + b) * (a - b)$$

РАЗНОСТЬ КВАДРАТОВ

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$
$$= a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

КУБ СУММЫ

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$
$$= a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$$

КУБ РАЗНОСТИ

$$a^3 + b^3 = (a + b) * (a^2 - ab + b^2)$$

СУММА КУБОВ

$$a^3 - b^3 = (a - b) * (a^2 + ab + b^2)$$

РАЗНОСТЬ КУБОВ

## 4. Понятие множеств $N$ , $Z$ , $R$ и $I$ . Связь между ними. Определение рационального числа.



Числа, которые не являются рациональными, то есть не являются ни целыми, ни представимыми в виде

дроби вида  $\frac{m}{n}$ , где  $m$  – целое число, а  $n$  – натуральное,

называются **иррациональными**.

Изученные множества чисел обозначаются следующим образом:

**N** – множество натуральных чисел;

**Z** – множество целых чисел;

**Q** – множество рациональных чисел;

**I** – множество иррациональных чисел;

**R** – множество действительных чисел.

## 5. Свойства чисел

1. Если  $a > 0$  и  $b > 0$ , то  
 $a + b > 0$ ,  $ab > 0$ ,  $\frac{a}{b} > 0$ .

2. Если  $a < 0$  и  $b < 0$ , то  
 $a + b < 0$ ,  $ab > 0$ ,  $\frac{a}{b} > 0$ ,  
 $\frac{b}{a} > 0$ .

3. Если  $a > 0$  и  $b < 0$ , то  $ab < 0$ ,  
 $\frac{a}{b} < 0$ ,  $\frac{b}{a} < 0$ .

4. Если  $ab > 0$ , то или  $a > 0$  и  
 $b > 0$ , или  $a < 0$  и  $b < 0$ .  
Если  $\frac{a}{b} > 0$ , то или  $a > 0$  и  
 $b > 0$ , или  $a < 0$  и  $b < 0$ .

5. Если  $ab < 0$ , то  
или  $a > 0$  и  $b < 0$ ,  
или  $a < 0$  и  $b > 0$ .

Если  $\frac{a}{b} < 0$ , то  
или  $a > 0$  и  $b < 0$ ,  
или  $a < 0$  и  $b > 0$ .

6. Если  $ab = 0$ , то  
или  $a = 0$ ,  $b \neq 0$ ,  
или  $a \neq 0$ ,  $b = 0$ ,  
или  $a = 0$ ,  $b = 0$ .

7. Если  $\frac{a}{b} = 0$ , то  
 $a = 0$ ,  $b \neq 0$ .

# 6. Определение числового неравенства. Что значит сравнить два числа? Перечислите свойства числовых неравенств.

## Определение неравенства

- **Неравенство** – это два числа или выражения, соединенные одним из знаков:  $>$  (больше),  $<$  (меньше),  $\geq$  (больше или равно),  $\leq$  (меньше или равно),  $\neq$  (не равно).
- Поставить один из этих знаков между числами или выражениями – значит, **сравнить их**.
- Говорят, что число  $a$  больше числа  $b$ , если разность  $a-b$  положительна, если же она отрицательна, то говорят, что число  $a$  меньше числа  $b$ .

## Свойства числовых неравенств

### Свойства:

- 1) если  $a > b$ ,  $b > c$ , то  $a > c$
- 2) если  $a > b$ , то  $a + c > b + c$
- 3) если  $a > b$  и  $m > 0$ , то  $am > bm$
- 4) если  $a > b$  и  $m < 0$ , то  $am < bm$
- 5) если  $a > b$ , то  $-a < -b$

### Например:

- 1) если  $5 > 3$ ,  $3 > -4$ , то  $5 > -4$
- 2) если  $5 > 3$ , то  $5 + 2 > 3 + 2$
- 3) если  $5 > 3$  и  $10 > 0$ , то  $5 \cdot 10 > 3 \cdot 10$ , т.е.  $50 > 30$
- 4) если  $5 > 3$  и  $-2 < 0$ , то  $5 \cdot (-2) < 3 \cdot (-1)$ , т.е.  $-10 < -3$

# 7. Виды числовых промежутков. Отрезки, интервалы и полуотрезки (полуинтервалы)

$a < x < b$   $(a; b)$  — интервал



$a \leq x < b$   $[a; b)$  — полуинтервал



$a < x \leq b$   $(a; b]$  — полуинтервал



$a \leq x \leq b$   $[a; b]$  — отрезок



$x \geq a$   $[a; +\infty)$  — луч



$x \leq a$   $(-\infty; a]$  — луч



$x > a$   $(a; +\infty)$  — открытый луч



$x < a$   $(-\infty; a)$  — открытый луч



8.0

## Основные свойства степени

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

$$1) a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$2) a^n : a^m = a^{n-m}$$

$$3) (a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

$$4) (a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$5) \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$



# 9. Квадратный корень из степени, произведения, дроби.

$$\sqrt{(a)^2} = a$$

**Свойства арифметического квадратного корня:**

$$\left. \begin{aligned} \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} &= \sqrt{a \cdot b} \\ \sqrt{a \cdot b} &= \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \end{aligned} \right\} \text{если } a \geq 0, b \geq 0$$
$$\left. \begin{aligned} \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} &= \sqrt{\frac{a}{b}} \\ \sqrt{\frac{a}{b}} &= \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \end{aligned} \right\} \text{если } a \geq 0, b > 0$$

# 10. Вычисление корней квадратного уравнения через дискриминант.

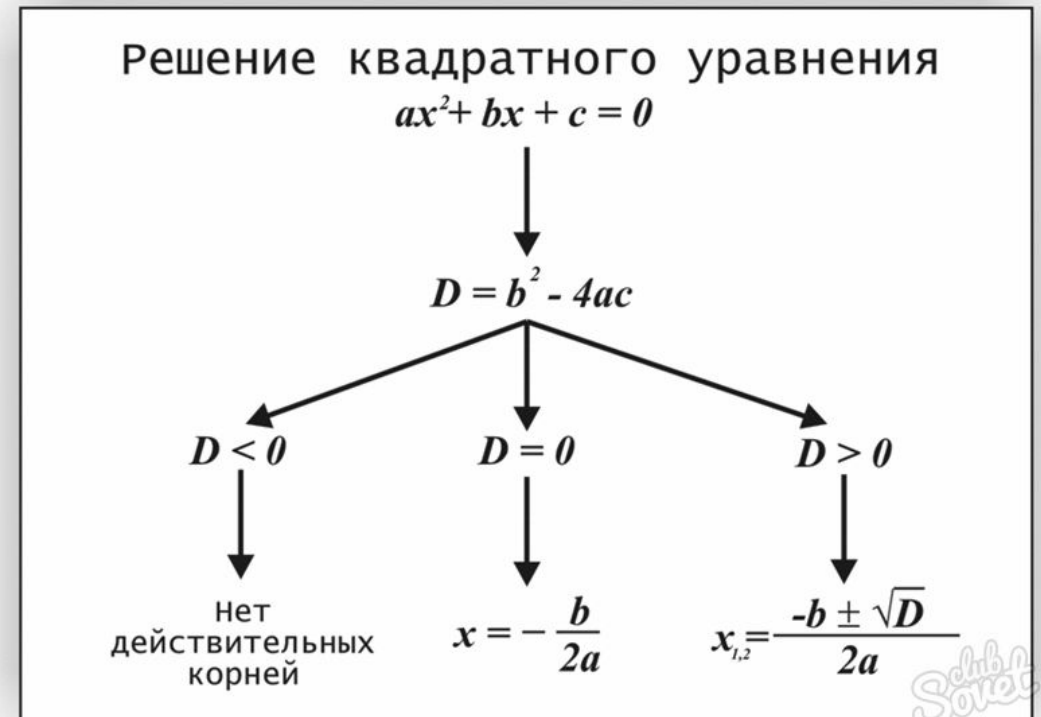
## Формула корней квадратного уравнения

Корни квадратного уравнения  $ax^2 + bx + c = 0$

можно найти по формуле

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac -$$

**дискриминант** квадратного уравнения.



# 11. Вычисление корней квадратного уравнения по теореме Виета.

## Теорема Виета:

*Сумма корней приведенного квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену.*

$$x^2 + px + q = 0$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -p; \\ x_1 \cdot x_2 = q. \end{cases}$$



12. Разложение квадратного трёхчлена на множители.

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2),$$

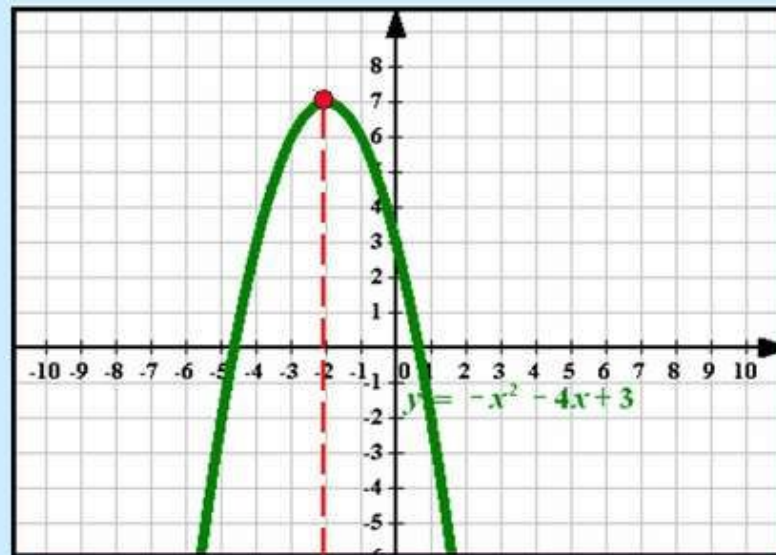
где  $x_1, x_2$  — корни уравнения  $ax^2 + bx + c = 0$ .

# 13. Вычисление координат вершины параболы.

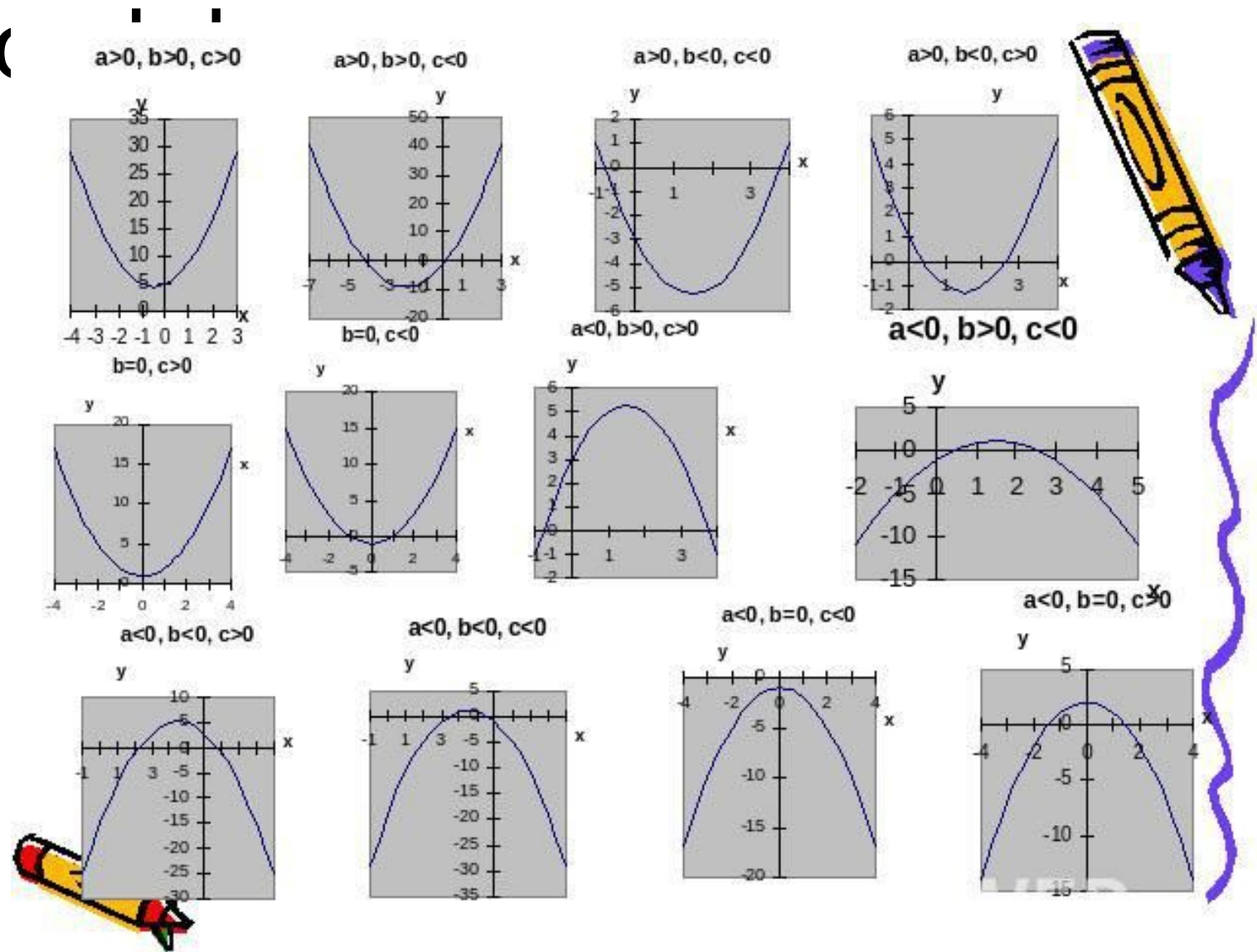
Координаты вершины параболы

$$x_0 = -\frac{b}{2a}$$

$$y_0 = \frac{4ac - b^2}{4a}$$



# 14. Зависимость вида графика параболы от $k$



# 15. Решение неравенств методом интервалов.

## Алгоритм выполнения метода интервалов:

- 1. Разложить на множители квадратный трехчлен, используя формулу  $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$ , где  $x_1, x_2$ - корни квадратного уравнения  $ax^2+bx+c=0$ .
- 2. Отметить на числовой прямой корни  $x_1$  и  $x_2$ .
- 3. Определить знак выражения  $a(x-x_1)(x-x_2)$  на каждом из получившихся промежутков.
- 4. Записать ответ, выбрав промежутки с соответствующим знаком неравенства знаком (если знак неравенства  $<$ , то выбираем промежутки со знаком «-», если знак неравенства  $>$ , то выбираем промежутки со знаком «+»).

## Алгоритм решения неравенств методом интервалов.

- Вводим функцию  $f(x)$ .
- Область определения  $f(x)$
- Нули функции:  $f(x)=0$
- На числовой оси отмечаем найденные нули и исключенные точки.
- Определяем знак функции на каждом интервале.
- Выбираем нужные интервалы.

Ну теперь всё.