

- **ИНТЕГРАЛ. ФОРМУЛА НЬЮТОНА-ЛЕЙБНИЦА**



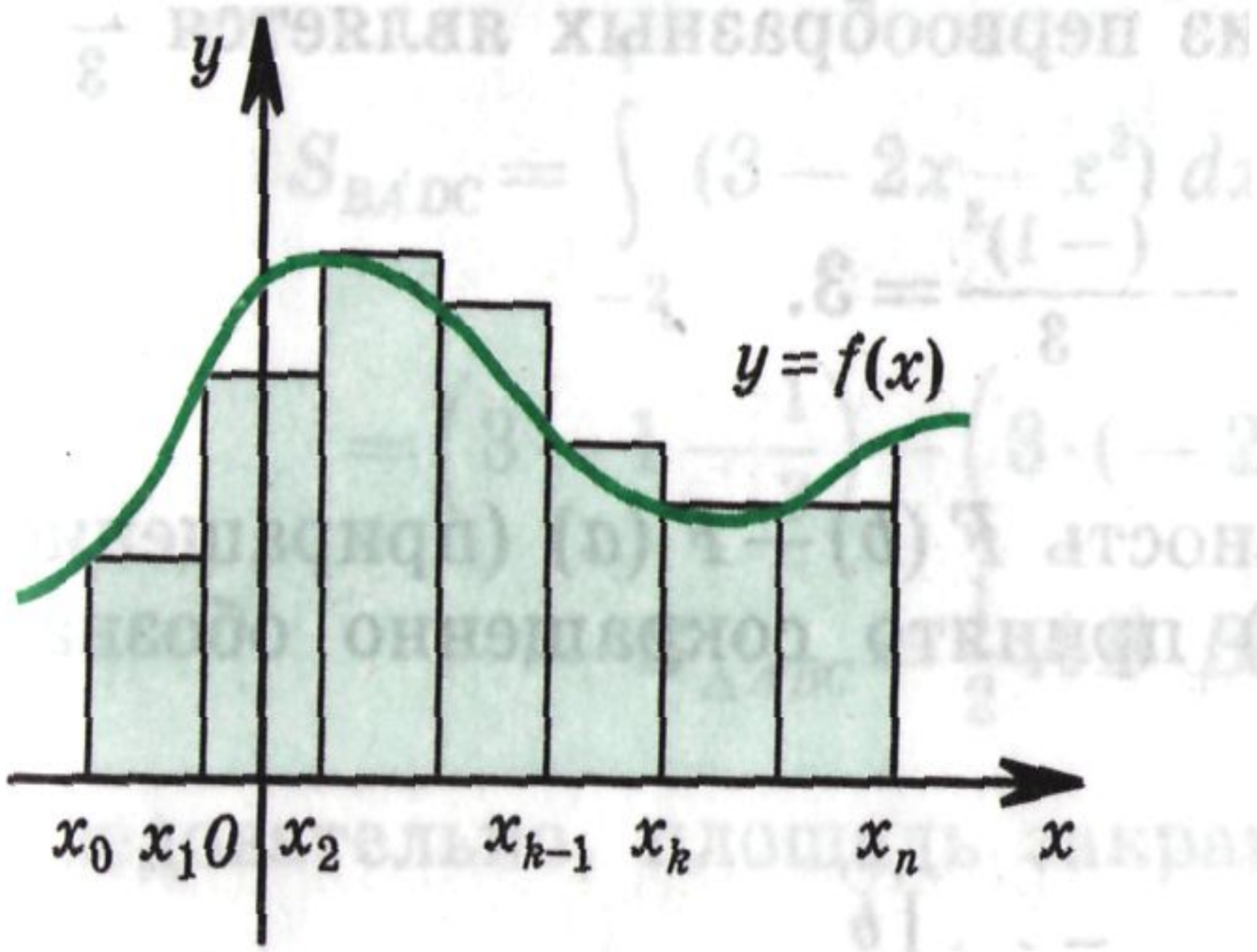


Вопросы для повторения

- **. Что называют криволинейной трапецией?**
- **2. Являются ли фигуры, изображённые на графиках криволинейными трапециями?**
- **3. Запишите формулу для вычисления площади криволинейной трапеции**

Рассмотрим другой подход к вычислению площади криволинейной трапеции

- Будем считать функцию f неотрицательной и непрерывной на отрезке $[a; b]$, тогда площадь S соответствующей криволинейной трапеции можно приближённо подсчитать следующим образом



$$S_{BADC} = \int (3 - 2x - x^2) dx$$

$$.8 = \frac{2(1-)}{8}$$

$$(3 - (-2$$

$$\text{НОСТР } \frac{1}{2} \text{ АТСОИ}$$

$$\text{ВЛЪ ПОДЪ ЛАНРАХ}$$

$$.81$$

Разобьём отрезок $[a; b]$ на n отрезков одинаковой длины точками

$$x_0 = a \boxtimes x_1 \boxtimes x_2 \boxtimes \dots \boxtimes x_{n-1} \boxtimes x^n = b$$

$$\Delta x = \frac{b - a}{n}$$

Рассмотрим

сумму

$$\begin{aligned} S_n &= f(x_0)\Delta x + f(x_1)\Delta x + f(x_2)\Delta x + \dots + f(x_{n-1})\Delta x = \\ &= (f(x_0) + f(x_1) + f(x_2) + \dots + f(x_{n-1}))\Delta x \end{aligned}$$

При $n \rightarrow \infty$

$S_n \rightarrow$ к некоторому числу

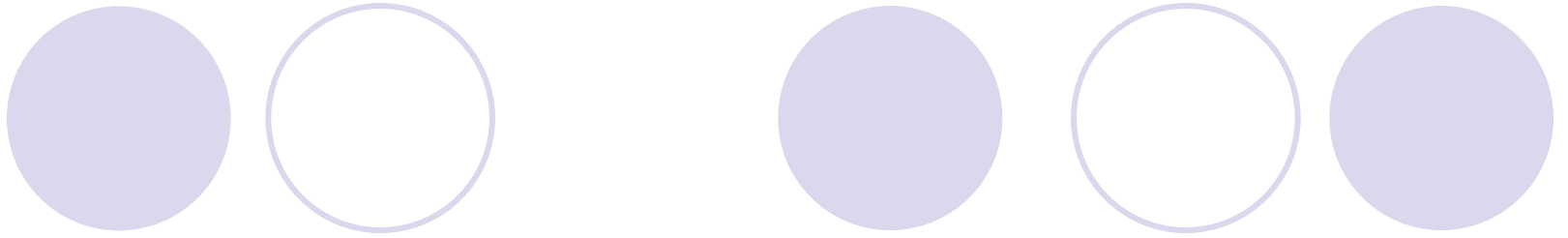
- Это число называют интегралом функции f от a до b и обозначают:

b

$$\int f(x) dx$$

a

- Числа a и b - называются **пределами интегрирования**, a – нижним пределом, b – верхним.
- Знак \int - называют **знаком интеграла**
- Функцию f называют **подынтегральной функцией**, а переменная x – **переменной интегрирования**
- df - знак дифференциала



Итак, если $f(x) \geq 0$ на отрезке $[a; b]$, то

- Площадь соответствующей криволинейной трапеции выражается формулой:

$$S = \int_a^b f(x) dx$$



- **Сравнивая формулы криволинейных трапеций :**

$$S = \int_a^b f(x)dx \text{ и } S = F(b) - F(a)$$

Делаем вывод:

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

- Формула Ньютона-Лейбница



**Исак Ньютон
(1643-1716)**

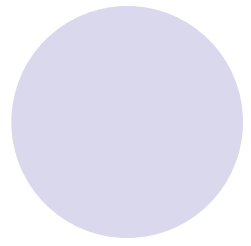
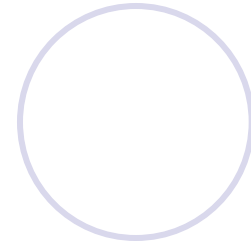
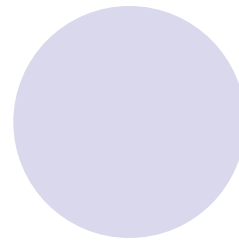
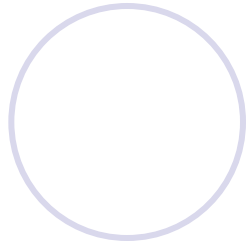


**Готфрид
Лейбниц(1646-1716).**

Функ ция f	К – ПОС ТОЯН ная	x^n (n-целое n≠1)	sin x	cos x	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\frac{1}{\sin^2 x}$	$\frac{1}{\sqrt{x}}$
Общи й вид пер- вообр аз ных F	кx + C	$\frac{x^{n+1}}{n+1}$ + C	-cosx +C	sin x +C	tgx +C	-ctgx +C	$2\sqrt{x}$

угол	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	∞	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
$\operatorname{ctg} \alpha$	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	∞

Пример:



$$\int_2^3 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_2^3 = \frac{3^3}{3} - \frac{2^3}{3} = 9 - \frac{8}{3} = 6\frac{1}{3}$$

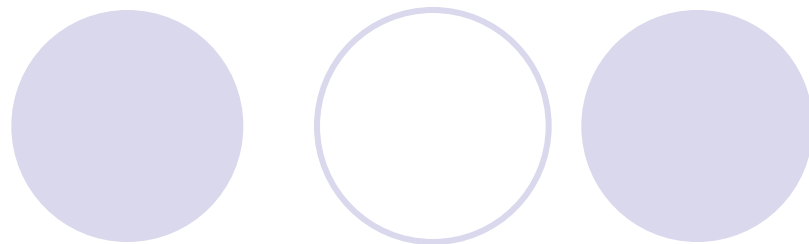
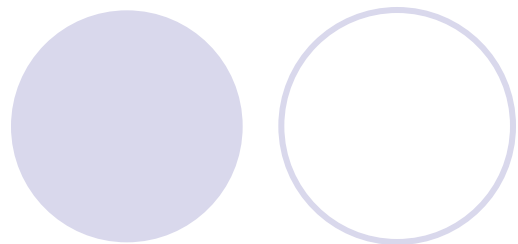
$$\int_1^2 (2x + 4) dx = \left(2\frac{x^2}{2} + 4x \right) \Big|_1^2 = (2^2 + 8) - (1^2 + 4) = 12 - 5 = 7$$

$$\int_0^2 x^2 dx \quad \int_1^2 x^3 dx$$


$$\int_1^4 (5x + 3) dx$$

$$\int_2^3 \frac{dx}{x^2}$$

$$\int_{\Pi}^0 \sin 5x dx$$



a) $\int_0^1 x dx$; б) $\int_0^2 \frac{x}{2} dx$; в) $\int_0^2 x^2 dx$; г) $\int_1^3 dx$.

$$\int_0^{\pi} \sin x dx =$$