

Завдання 1–4 і 5–16 мають відповідно по чотири та п'ять варіантів відповіді, з яких лише один правильний. Виберіть правильний, на Вашу думку, варіант відповіді, позначте його в бланку А згідно з інструкцією. Не робіть інших позначок у бланку А, тому що комп'ютерна програма реєструватиме їх як помилки!

Будьте особливо уважні під час заповнення бланка А!
Не погіршуйте власноручно свого результату неправильною формою запису відповідей

1.

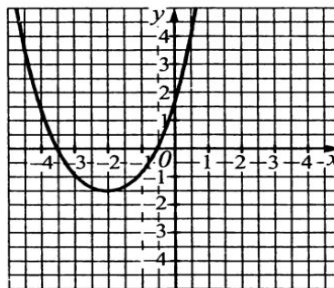
Яка найменша кількість метрів тканини може бути в рулоні, щоб його можна було продати без залишку по 6 м, по 8 м або по 10 м?

| А | Б | В | Г | Д |
|-----|----|-----|-----|------|
| 480 | 60 | 120 | 240 | 4800 |

| | | | | |
|--|--|--|--|--|
| | | | | |
|--|--|--|--|--|

2.

За ескізом графіка функції $y = ax^2 + bx + c$ знайти значення параметрів a , b і c .



| А | Б | В | Г | Д |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| $a > 0, b > 0, c > 0$ | $a > 0, b > 0, c < 0$ | $a > 0, b < 0, c < 0$ | $a > 0, b < 0, c > 0$ | $a < 0, b < 0, c < 0$ |

| | | | | |
|--|--|--|--|--|
| | | | | |
|--|--|--|--|--|

3. Довжина сторони AB паралелограма $ABCD$ дорівнює 10 см, а його периметр — 60 см. Визначте довжину сторони BC .

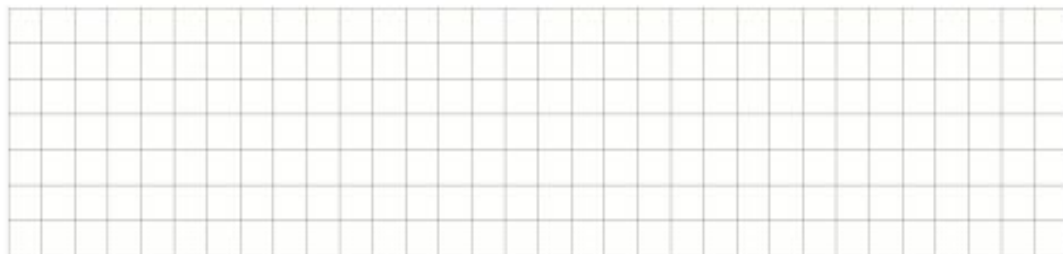
| А | Б | В | Г | Д |
|-------|-------|-------|-------|------|
| 50 см | 40 см | 25 см | 20 см | 6 см |

| | | | | |
|--|--|--|--|--|
| | | | | |
|--|--|--|--|--|

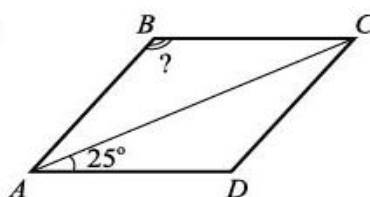
Укажіть число, що є коренем рівняння $\frac{8}{x} = \frac{2}{5}$

4.

| А | Б | В | Г | Д |
|----|----------------|----|----|----------------|
| 20 | $\frac{16}{5}$ | 10 | 80 | $\frac{1}{20}$ |



5. На рисунку зображено ромб $ABCD$. Знайдіть градусну міру кута ABC , якщо $\angle CAD = 25^\circ$.

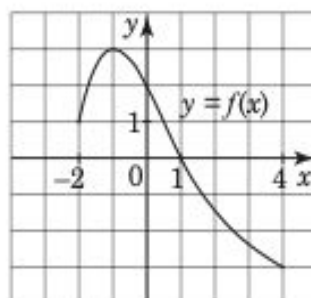


| А | Б | В | Г | Д |
|-------------|-------------|-------------|-------------|------------|
| 155° | 130° | 120° | 100° | 50° |



6. На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-2; 4]$. Укажіть точку екстремуму цієї функції.

| А | Б | В | Г | Д |
|------------|------------|-----------|-----------|-----------|
| $x_0 = -2$ | $x_0 = -1$ | $x_0 = 1$ | $x_0 = 3$ | $x_0 = 4$ |



Укажіть вираз, тотожно рівний виразу $x^2 + 4$.

7.

| А | Б | В | Г | Д |
|--------------|----------|----------------|-----------|----------------|
| $(x+2)(x-2)$ | $x(x+4)$ | $(x+2)^2 + 4x$ | $(x+2)^2$ | $(x-2)^2 + 4x$ |



8. Укажіть рівняння прямої, яка може бути дотичною до графіка функції $y = f(x)$ у точці з абсцисою $x_0 = 2$, якщо $f'(2) = -3$.

| А | Б | В | Г | Д |
|-------------------------|--------------|--------------|------------------------|---------------|
| $y = -\frac{3}{2}x + 1$ | $y = 3x - 2$ | $y = 2x + 3$ | $y = \frac{3}{2}x - 1$ | $y = -3x + 2$ |



9. $\sqrt{(-2)^2} + \sqrt[3]{(-3)^3} =$

| А | Б | В | Г | Д |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| -23 | -5 | -1 | 1 | 5 |



Які з наведених тверджень є правильними?

10.

- I. Протилежні сторони будь-якого паралелограма рівні.
II. Довжина сторони будь-якого трикутника менша за суму довжин двох інших його сторін.
III. Довжина сторони будь-якого квадрата вдвічі менша за його периметр.

| А | Б | В | Г | Д |
|--------|---------------|--------------|----------------|--------------|
| лише I | лише I та III | лише I та II | лише II та III | I, II та III |

11. $\frac{\lg 25}{\lg 5} =$

| А | Б | В | Г | Д |
|---------|---|----------|---|-----|
| $\lg 5$ | 5 | $\lg 20$ | 2 | 0,5 |

12. Укажіть похідну функції $f(x) = \frac{2x-3}{x}$.

А $f'(x) = \frac{3}{x^2}$

Б $f'(x) = \frac{3}{x}$

В $f'(x) = \frac{4x-3}{x^2}$

Г $f'(x) = -\frac{3}{x^2}$

Д $f'(x) = 2$

13. Якому з наведених проміжків належить корінь рівняння $2^{x+3} - 3 \cdot 2^x = 10\sqrt{2}$?

| А | Б | В | Г | Д |
|----------------|------------|------------|----------|----------------|
| $(-\infty; 0)$ | $[0; 0,5)$ | $[0,5; 1)$ | $[1; 2)$ | $[2; +\infty)$ |

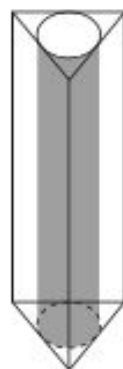
14. Обчисліть значення виразу $\frac{2 \operatorname{ctg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha}$, якщо $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{5}$.

| А | Б | В | Г | Д |
|----|---|---|---|----------------|
| 50 | 5 | 2 | 1 | $\frac{1}{50}$ |

15. Скільки вершин має правильний багатокутник, якщо його зовнішній кут дорівнює 20° ?

| А | Б | В | Г | Д |
|---|----|----|----|----|
| 9 | 12 | 16 | 18 | 20 |

16. Цукерку циліндричної форми висотою 10 см і радіусом основи 1 см запаковано в коробку, що має форму правильної трикутної призми (див. рисунок). Основи циліндра вписано у відповідні основи призми. Основи коробки (призми) виготовлено з поліетилену, а всі її бічні грані – з паперу. Визначте площу паперу, витраченого на виготовлення такої коробки. Укажіть відповідь, найближчу до точної. Витратами паперу на з'єднання граней коробки знехтуйте.



| А | Б | В | Г | Д |
|--------------------|--------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| 55 см ² | 75 см ² | 105 см ² | 115 см ² | 135 см ² |



У завданнях 17–20 до кожного з трьох рядків інформації, позначених цифрами, доберіть один правильний, на Вашу думку, варіант, позначений буквою. Поставте позначки в таблицях відповідей до завдань у бланку А на перетині відповідних рядків (цифри) і колонок (букви). Усі інші види Вашого запису в бланку А комп'ютерна програма реєструватиме як помилки!

Будьте особливо уважні під час заповнення бланку А!
Не погіршуйте власноручно свого результату неправильною формою запису відповідей

17. Установіть відповідність між твердженням (1–4) та функцією (А–Д), для якої це твердження є правильним.

Твердження

Функція

| | | | |
|----------|--|----------|--------------------|
| 1 | графік функції не перетинає жодну з осей координат | А | $y = -x + 2$ |
| 2 | областю значень функції є проміжок $(0; +\infty)$ | Б | $y = x^2 - 2$ |
| 3 | функція спадає на всій області визначення | В | $y = -\frac{1}{x}$ |
| 4 | на відрізку $[-1,5; 1,5]$ функція має два нулі | Г | $y = 3^x$ |
| | | Д | $y = \cos x$ |



18. Установіть відповідність між початком речення (1–3) і його закінченням (А – Д) так, щоб утворилося правильне твердження.

Початок речення

- 1 Трикутник, у якого центри вписаного й описаного кіл збігаються, зображено на
- 2 Трикутник, один із внутрішніх кутів якого дорівнює 30° , зображено на
- 3 Трикутник, у якого радіус описаного кола більший за 5 см, зображено на

Закінчення речення

- А рис. 1.
 Б рис. 2.
 В рис. 3.
 Г рис. 4.
 Д рис. 5.

| | А | Б | В | Г | Д |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | |
| 2 | | | | | |
| 3 | | | | | |

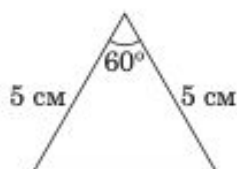


Рис. 1

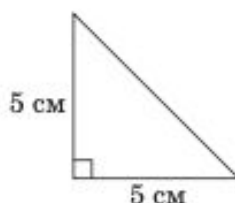


Рис. 2

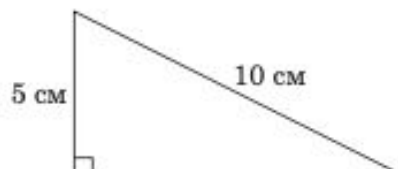


Рис. 3

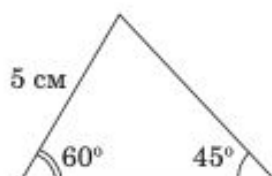


Рис. 4

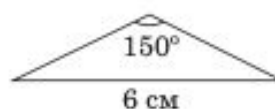
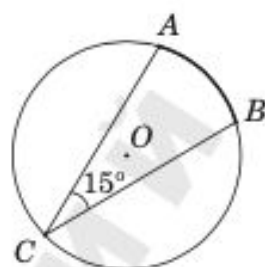


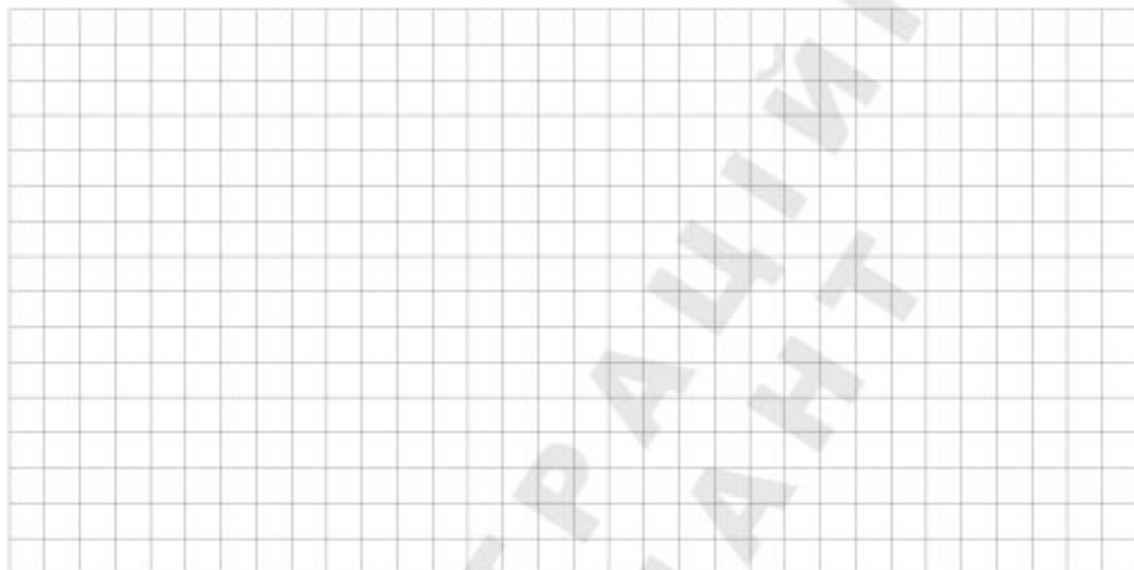
Рис. 5



22. На колі із центром у точці O вибрано точки A , B й C так, що $\angle ACB = 15^\circ$ (див. рисунок). Довжина меншої дуги AB кола дорівнює 8π см.

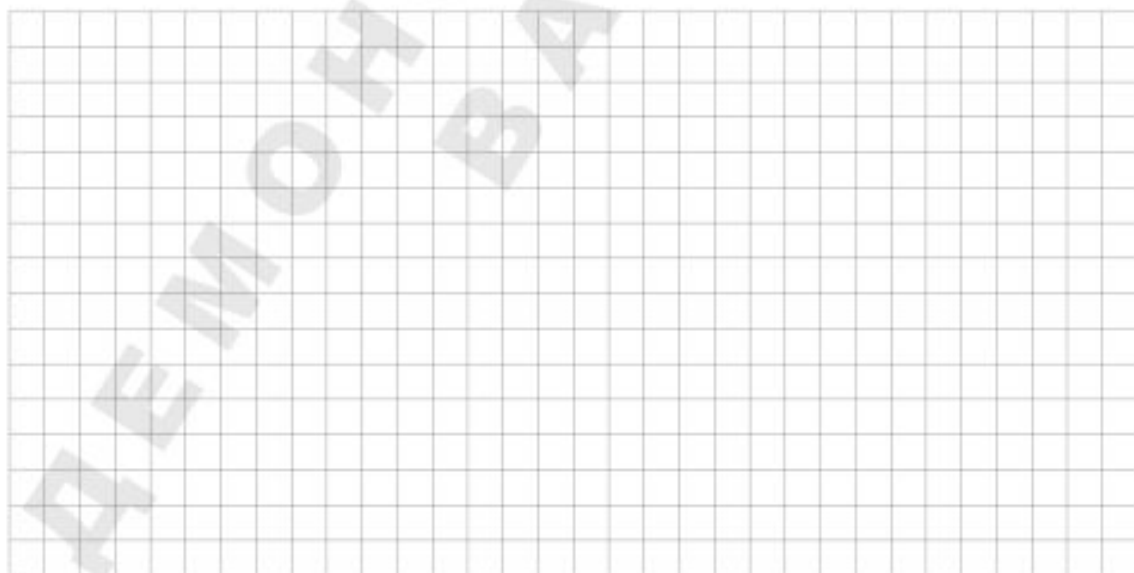


- Визначте градусну міру центрального кута AOB , що спирається на меншу дугу AB .



Відповідь: ,

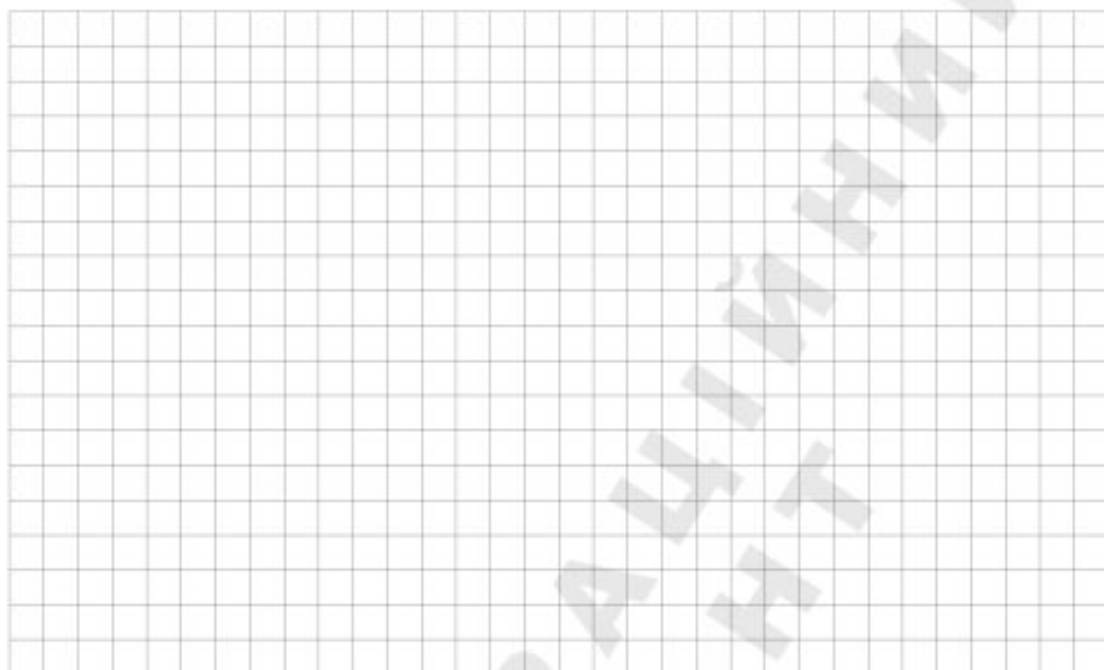
- Визначте радіус цього кола (у см).



Відповідь: ,

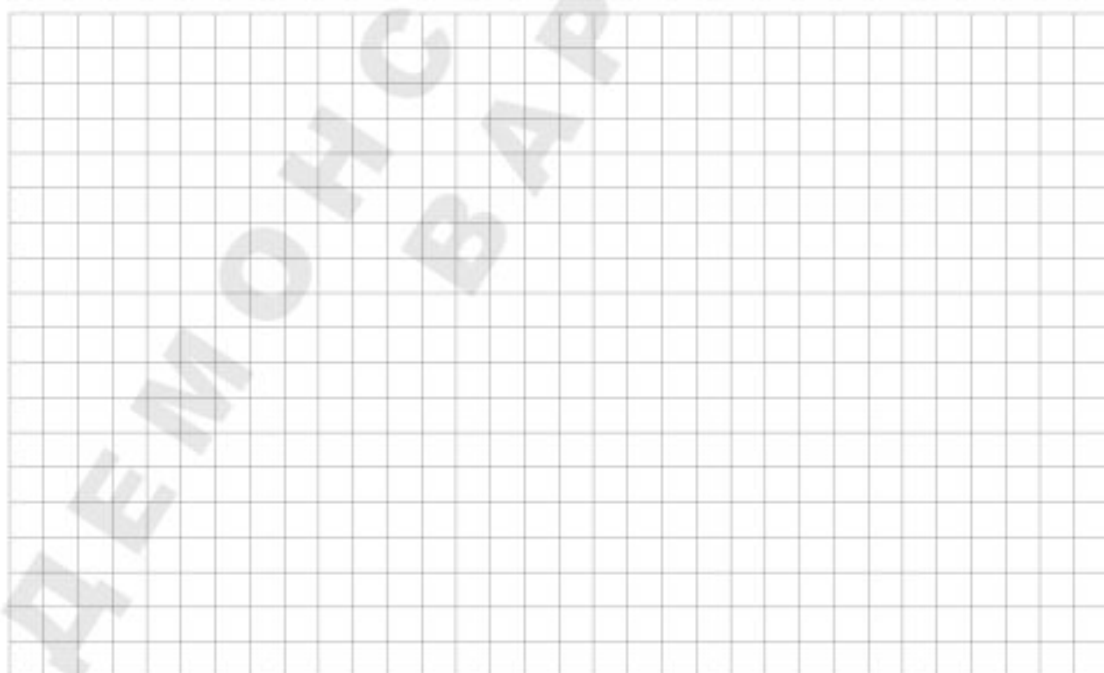
23. У прямокутній системі координат у просторі задано точки $A(-7; 4; -3)$ і $B(17; -4; 3)$. Точка C є серединою відрізка AB .

1. Визначте абсцису точки C .



Відповідь: ,

2. Обчисліть довжину (модуль) вектора \vec{AC} .



Відповідь: ,

24. Суму n перших членів арифметичної прогресії (a_n) задано формулою:

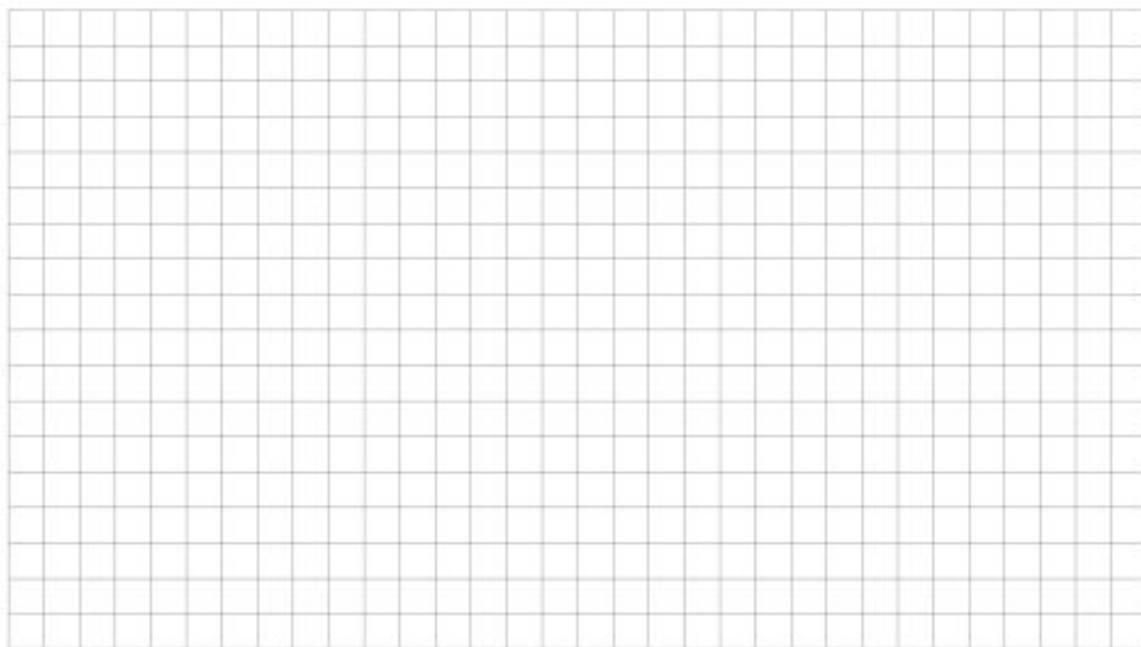
$$S_n = \frac{5,2 - 0,8n}{2} \cdot n.$$

1. Визначте суму перших шести членів цієї прогресії.



Відповідь:

2. Визначте четвертий член цієї прогресії.



Відповідь:

27. Обчисліть $\frac{\sqrt{18 - 8\sqrt{2}}}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{9 + 4\sqrt{2}}$.

Відповідь: ,

28. Розв'яжіть рівняння $x + 4|x| = 3$. Якщо рівняння має єдиний корінь, запишіть його у відповіді. Якщо рівняння має кілька коренів, то у відповіді запишіть їхню суму.

Відповідь: ,

29. Туристичне бюро запропонувало Ганні відвідати на вихідний три міста. Ганна дізналася з Інтернету, що в кожному з них є 10 цікавих туристичних об'єктів. Дівчина планує вибрати для поїздки лише одне місто і відвідати в ньому чотири цікавих об'єкти. Скільки всього в Ганни є варіантів вибору міста й чотирьох таких об'єктів у ньому? Уважайте, що порядок відвідування об'єктів неважливий.

Відповідь: ,

Розв'яжіть завдання 30, 31. Запишіть у *бланку Б* послідовні логічні дії та пояснення всіх етапів розв'язання завдань, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками тощо.

30

Задано функції $f(x) = \frac{3}{x}$ і $g(x) = 5 - 3x$.

1. Побудуйте графік функції f .
2. Побудуйте графік функції g .
3. Знайдіть похідну функції f .
4. До графіка функції f проведено дотичні, паралельні графіку функції g .
Визначте абсциси точок дотику.



Відповідь:

31. У правильній чотирикутній піраміді $SABCD$ плоский кут при вершині S піраміди дорівнює β . Довжина апофеми піраміди дорівнює 6.

1. Зобразіть на рисунку задану піраміду й позначте кут β .
2. Визначте довжину сторони основи піраміди $SABCD$.
3. Визначте об'єм піраміди $SABCD$.



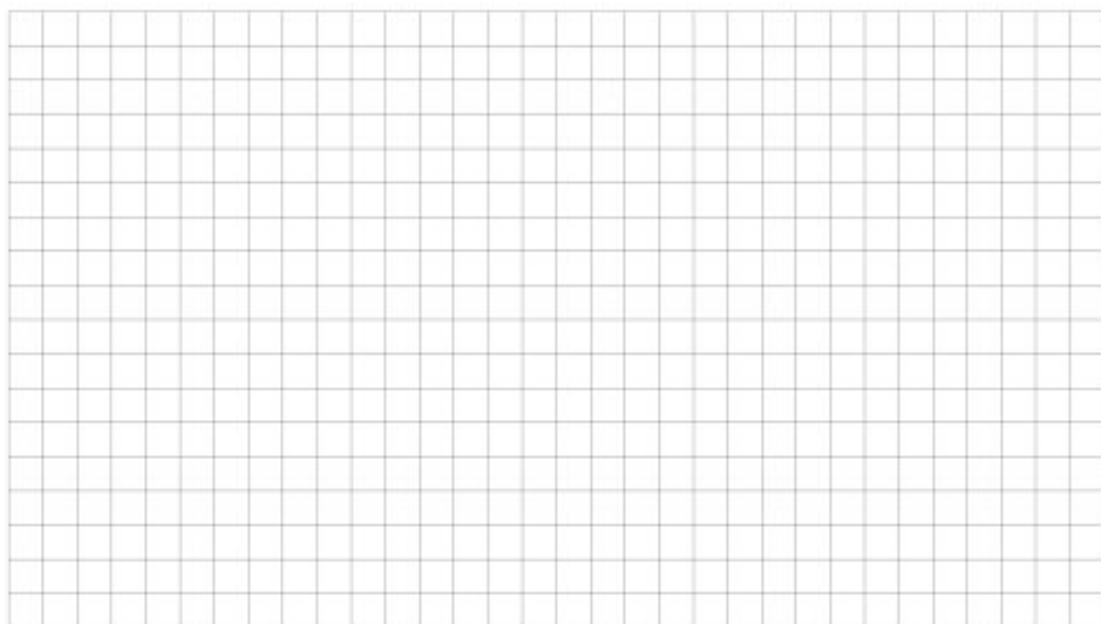
Відповідь:

Розв'яжіть завдання 32–34. Запишіть у *бланку В* послідовні логічні дії та пояснення всіх етапів розв'язання завдань, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань рисунками, графіками тощо.

Увага! Умови завдань 31 і 32 мають спільну частину. Розв'язання завдань 32–34 запишіть лише в бланку *В*.

32. У правильній чотирикутній піраміді $SABCD$ плоский кут при вершині S піраміди дорівнює β . Довжина апофеми піраміди дорівнює 6.

1. Зобразіть на рисунку задану піраміду й укажіть лінійний кут γ двогранного кута при її бічному ребрі. Обґрунтуйте його положення.
2. Визначте кут γ .



Відповідь:

33. Доведіть тотожність $1 - 8\sin^2 x \cos^2 x - 2\cos^2 2x = \frac{x^3 - 1}{x^2 + x + 1} - x$.



34. Задано систему нерівностей
$$\begin{cases} \frac{3x+6}{x} \leq 0, \\ \log_{\frac{a}{2}}(x-a+2)^2 \geq 2\log_{\frac{a}{2}}(a-1), \end{cases}$$

де x – змінна, a – додатна стала.

1. Розв'яжіть першу нерівність цієї системи.
2. Визначте множину розв'язків другої нерівності системи залежно від значень a .
3. Визначте всі розв'язки системи залежно від значень a .





Відповідь:

Похідна функції

C, a – сталі

$$(C)' = 0$$

$$x' = 1 \quad (x^a)' = ax^{a-1}$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad (e^x)' = e^x$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x} \quad (\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x \quad (\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(u+v)' = u' + v' \quad (u-v)' = u' - v'$$

$$(uv)' = u'v + uv' \quad (Cu)' = Cu'$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

Первісна функції та визначений інтеграл

| Функція $f(x)$ | Загальний вигляд первісних $F(x) + C$, C – довільна стала |
|----------------------|--|
| 0 | C |
| 1 | $x + C$ |
| $x^a, a \neq -1$ | $\frac{x^{a+1}}{a+1} + C$ |
| $\frac{1}{x}$ | $\ln x + C$ |
| e^x | $e^x + C$ |
| $\sin x$ | $-\cos x + C$ |
| $\cos x$ | $\sin x + C$ |
| $\frac{1}{\cos^2 x}$ | $\operatorname{tg} x + C$ |

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a) \text{ – формула Ньютона-Лейбніца}$$

Тригонометрія

$$\sin \alpha = y_a \quad \cos \alpha = x_a \quad \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

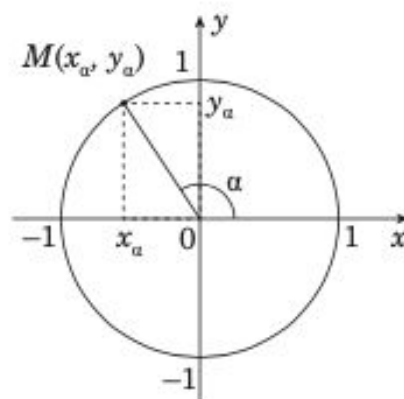
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha \quad \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha \quad \sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha \quad \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\operatorname{tg}(90^\circ + \alpha) = -\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \quad \operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$$

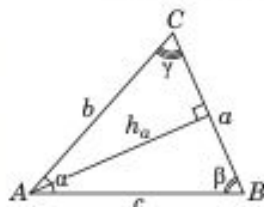


Таблиця значень тригонометричних функцій деяких кутів

| α | рад | 0 | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{4}$ | $\frac{\pi}{3}$ | $\frac{\pi}{2}$ | π | $\frac{3\pi}{2}$ | 2π |
|----------------------------|------|-----------|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------|-------------|------------------|-------------|
| | град | 0° | 30° | 45° | 60° | 90° | 180° | 270° | 360° |
| $\sin \alpha$ | | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1 | 0 | -1 | 0 |
| $\cos \alpha$ | | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 | -1 | 0 | 1 |
| $\operatorname{tg} \alpha$ | | 0 | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 1 | $\sqrt{3}$ | не існує | 0 | не існує | 0 |

Трикутники

Довільний трикутник



$$p = \frac{a+b+c}{2} \quad \alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$$

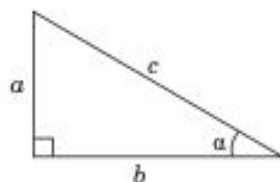
R – радіус кола, описаного навколо трикутника ABC

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h_a \quad S = \frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin \alpha \quad S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Прямокутний трикутник

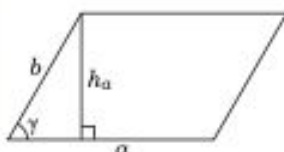
$$a^2 + b^2 = c^2 \text{ (теорема Піфагора)}$$

$$\frac{b}{c} = \cos \alpha \quad \frac{a}{c} = \sin \alpha \quad \frac{a}{b} = \operatorname{tg} \alpha$$



Чотирикутники

Паралелограм



$$S = ab \sin \gamma$$

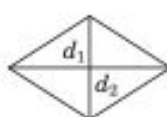
$$S = ah_a$$

Прямокутник



$$S = ab$$

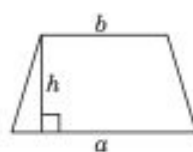
Ромб



$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

d_1, d_2 – діагоналі ромба

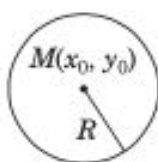
Трапеція



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

a і b – основи трапеції

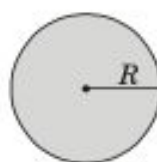
Коло



$$L = 2\pi R$$

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = R^2$$

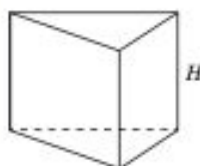
Круг



$$S = \pi R^2$$

Об'ємні фігури та тіла

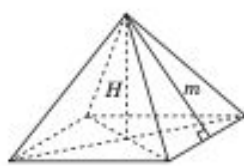
Пряма призма



$$V = S_{\text{осн}} \cdot H$$

$$S_6 = P_{\text{осн}} \cdot H$$

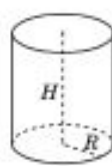
Правильна піраміда



$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot H$$

$$S_6 = \frac{1}{2} P_{\text{осн}} \cdot m$$

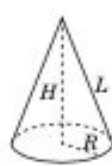
Циліндр



$$V = \pi R^2 H$$

$$S_6 = 2\pi R H$$

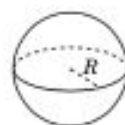
Конус



$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

$$S_6 = \pi R L$$

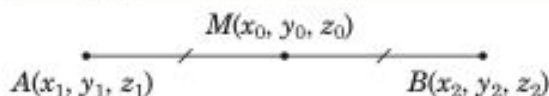
Куля, сфера



$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$S = 4\pi R^2$$

Координати та вектори



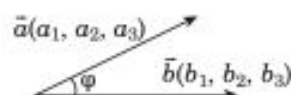
$$x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

$$z_0 = \frac{z_1 + z_2}{2}$$

$$\overline{AB}(x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$$

$$|\overline{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \varphi$$

Кінець зошита