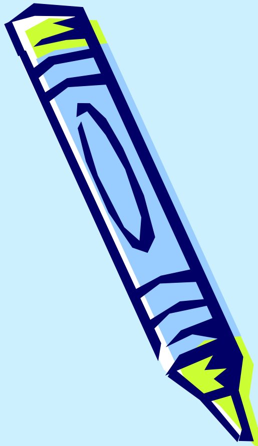
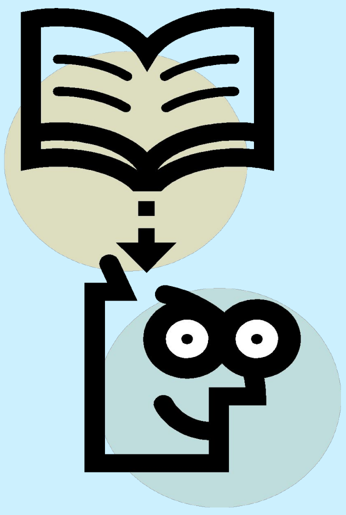
Обобщающий урок по теме: "Решение тригонометрических уравнений"

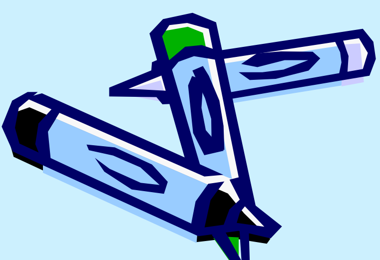
$\cos x + \sin x = a$

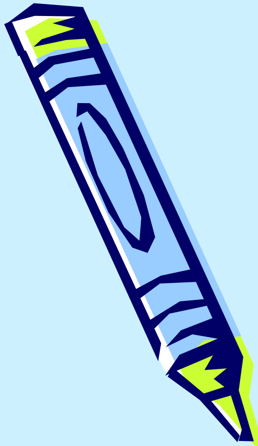
Цели урока :



- Повторить формулы для решения простейших тригонометрических уравнений.
- Закрепить навык решения тригонометрических уравнений.
- Развитие умения анализировать, обобщать.







План урока.

- Устная работа.
- Решение простейших тригонометрических уравнений.
- Основные способы решения тригонометрических уравнений.
- Итог урока.

Устная работа.

Упростите выражение:

$Sin^2 2x + cos^2 2x =$	$sin\ x + sin3x =$
$1 - sin^2 0{,}5x =$	$cos\ y + cos5y =$
$Cos^2 x - 1 =$	$sin4x - sin2x =$
$Sin\ (x + 3y) =$	$cos5y - cos3y =$
$cos\ (x + 2y) =$	$sin4x =$
$tg\ (2x + 3y) =$	$cos6x =$

Основные способы решения тригонометрических уравнений.

Решение тригонометрических уравнений сводится, в конечном итоге, к решению простейших тригонометрических уравнений $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\mathrm{tg}\, x = a$ с помощью различных преобразований.

Решение простейших тригонометрических уравнений.

$\sin x = a$, **$x = (-1)^n \arcsin a + \pi n,\ n \in Z$**

$\sin x = 1$ $x = \pi/2 + 2\pi n,\ n \in Z$

$\sin x = 0$ $x = \pi n,\ n \in Z$

$\sin x = -1$ $x = -\pi/2 + 2\pi n,\ n \in Z.$

<u>$\cos x = a$</u> **<u>$x = \pm \arccos a + 2\pi k,\ k \in Z.$</u>**

$\cos x = 1$ $x = 2\pi k,\ k \in Z.$

$\cos x = -1$ $x = \pi + 2\pi k,\ k \in Z$

$\cos x = 0$ $x = \pi/2 + \pi k,\ k \in Z.$

$\mathrm{tg}\, x = a$,

<u>$x = \mathrm{arctg}\, a + \pi n,\ n \in Z$</u>

♦1. Уравнения, приводимые к квадратным.

Уравнения $a\sin^2 x + b\cos^2 x + c = 0$ и $a\cos^2 x + b\sin^2 x + c = 0$ сводятся к квадратным относительно $t=\cos x$ и $t=\sin x$

Например: $2\cos^2 x + 3\sin^2 x + 2\cos x = 0$.

Заменим $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$ и получим квадратное уравнение относительно $\cos x$.

Ответ: $x = \pi + 2\pi n,\ n \in z$.

♦2. Однородные уравнения.

$a\sin^2x+b\cos x\cdot\sin x+c\cdot\cos^2x = 0$, где $a \neq 0$ равносильно уравнению

$a\,tg^2x + b\,tgx + c = 0.$

Например : $3\sin 2x + 8\cos^2x = 7$.

Заменим $\sin 2x = 2\sin x\cdot\cos x$, $7 = 7(\sin^2x + \cos^2x)$.

Приведем подобные и разделим обе части

уравнения на $\cos^2x \neq 0$.

Получим уравнение: $7tg^2x - 6tgx - 1 = 0$.

Ответ: $\pi/4+\pi n,\ n\in Z,\ -arctg1/7+\pi k,\ k\in Z$.

♦3. Тригонометрические уравнения, решаемые с помощью формул сложения.

$\sin x + \sin y = 2\sin(x+y)/2 \cdot \cos(x-y)/2$

$\sin x - \sin y = 2\sin(x-y)/2 \cdot \cos(x+y)/2$

$\cos x + \cos y = 2\cos(x+y)/2 \cdot \cos(x-y)/2$

$\cos x - \cos y = -2\sin(x-y)/2 \cdot \sin(x+y)/2$

Пример: $COSX + COS3X = 0$

Ответ: $x = \pi/4 + \pi/2 \cdot n;\ n \in Z.$

$x = \pi/2 + \pi n,\ n \in Z$

♦4. Метод введения вспомогательного аргумента.

Уравнение acosx + bsinx=c приводят к виду

$\sqrt{a^2+b^2}\sin(x+\varphi)=c$, где ϕ вспомогательный аргумент.

Например: $\sin x+\sqrt{3}\cos x=1$

$$\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{1+3}=2$$

$$\frac{1}{2}\sin x+\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x=\frac{1}{2}$$

$$\sin x\cdot\cos\frac{\pi}{3}+\cos x\cdot\sin\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$$

$$\sin(x+\frac{\pi}{3})=\frac{1}{2}$$

$$\textit{Ответ}: -\frac{\pi}{3}+(-1)^n\cdot\frac{\pi}{6}+\pi n, n\in Z.$$

Уравнения в ЕГЭ

$$tgx - \sin 2x = 0$$

- Найдите корни принадлежащие отрезку $[-\frac{\pi}{2};\pi]$

Итог урока.

Какие способы решения тригонометрических уравнений вы знаете?

По записи уравнения определите способ решения:

1) $2+2\cos^2 x=2\sin x$

2) $\cos 7x=\sin 7x$

3) $4\sin 2x+\sin^2 x=9\cos^2 x$

4) $\cos 2x+\sqrt{3}\sin 2x=\sqrt{3}$

5) $2\sin^4 x+3\cos 2x+1=0,$

- Найдите корни принадлежащие отрезку [π;3π]

- Решить 5 уравнений
- Повторить формулы решения простейших уравнений.
- Выучить основные способы решения тригонометрических уравнений