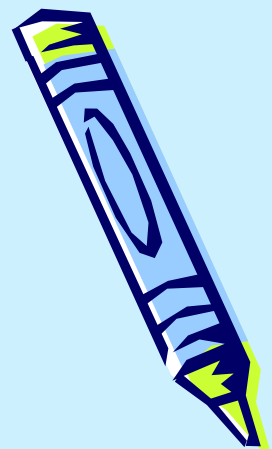
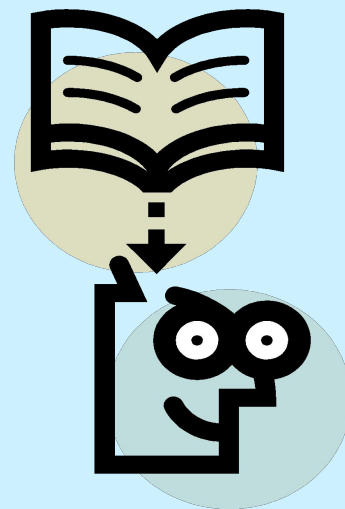


$$\cos x + \sin x = a$$

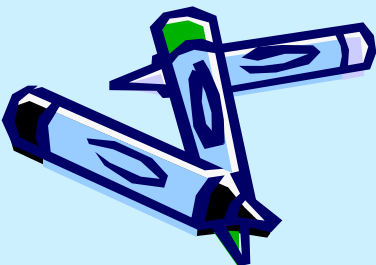
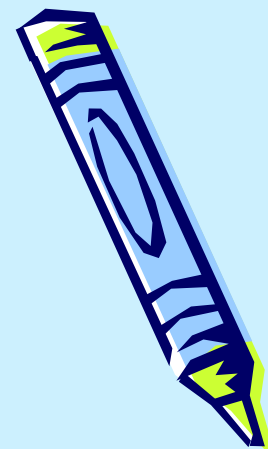
Цели урока :

- Повторить формулы для решения простейших тригонометрических уравнений.
- Закрепить навык решения тригонометрических уравнений.
- Развитие умения анализировать, обобщать.



План урока.

- Устная работа.
- Решение простейших тригонометрических уравнений.
- Основные способы решения тригонометрических уравнений.
- Итог урока.



Устная работа.

Упростите выражение:

$$\sin^2 2x + \cos^2 2x = \quad \sin x + \sin 3x =$$

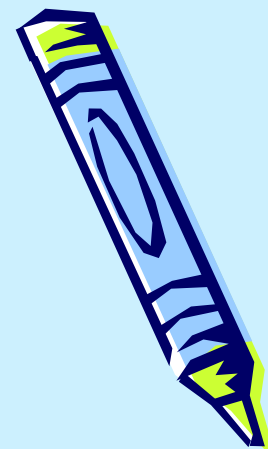
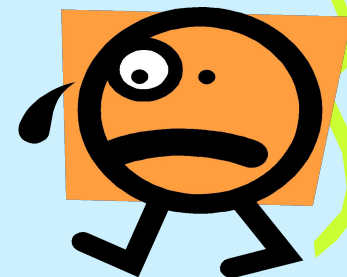
$$1 - \sin^2 0,5x = \quad \cos y + \cos 5y =$$

$$\cos^2 x - 1 = \quad \sin 4x - \sin 2x =$$

$$\sin (x + 3y) = \quad \cos 5y - \cos 3y =$$

$$\cos (x + 2y) = \quad \sin 4x =$$

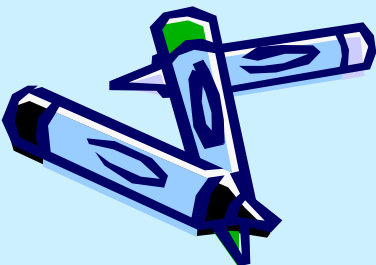
$$\operatorname{tg} (2x + 3y) = \quad \cos 6x =$$



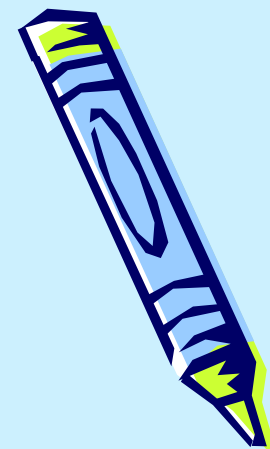
Основные способы решения тригонометрических уравнений.



Решение тригонометрических уравнений сводится, в конечном итоге, к решению простейших тригонометрических уравнений $\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$ с помощью различных преобразований.



Решение простейших тригонометрических уравнений.



$$\sin x = a, \quad x = (-1)^n \arcsin a + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = 1 \quad x = \pi/2 + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = 0 \quad \mathbb{Z} \\ x = \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = -1 \quad x = -\pi/2 + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

$$\underline{\cos x = a} \quad \underline{x = \pm \arccos a + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

$$\cos x = 1 \quad x = 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}. \quad \cos x = -1$$

$$\cos x = 0 \quad x = \pi/2 + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}. \quad x = \pi + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\mathbf{tg x = a,}$$

$$\underline{x = \arctg a + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}}$$



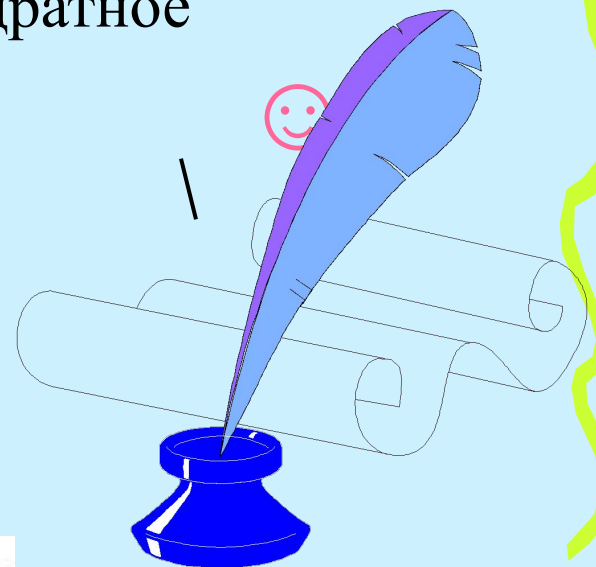
◆1. Уравнения, приводимые к квадратным.

Уравнения $a\sin^2x + b\cos^2x + c = 0$ и $a\cos^2x + b\sin^2x + c = 0$ сводятся к квадратным относительно $t = \cos x$ и $t = \sin x$

Например: $2\cos^2x + 3\sin^2x + 2\cos x = 0$.

Заменим $\sin^2x = 1 - \cos^2x$ и получим квадратное уравнение относительно $\cos x$.

Ответ: $x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.



◆2. Однородные уравнения.

$a\sin^2x + b\cos x \cdot \sin x + c \cdot \cos^2x = 0$, где $a \neq 0$
равносильно уравнению

$$atg^2x + btgx + c = 0.$$

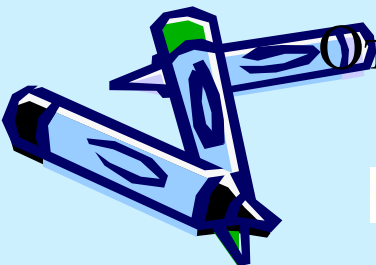
Например : $3\sin 2x + 8 \cos^2x = 7$.

Заменим $\sin 2x = 2\sin x \cdot \cos x$, $7 = 7(\sin^2x + \cos^2x)$.

Приведем подобные и разделим обе части уравнения на $\cos^2x \neq 0$.

Получим уравнение: $7tg^2x - 6tgx - 1 = 0$.

Ответ: $\pi/4 + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, $-\arctg 1/7 + \pi k$, $k \in \mathbb{Z}$.



◆3. Тригонометрические уравнения, решаемые с помощью формул сложения.

$$\sin x + \sin y = 2\sin(x+y)/2 \cdot \cos(x-y)/2$$

$$\sin x - \sin y = 2\sin(x-y)/2 \cdot \cos(x+y)/2$$

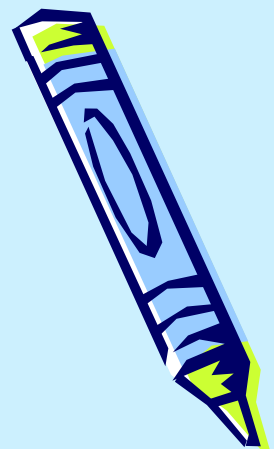
$$\cos x + \cos y = 2\cos(x+y)/2 \cdot \cos(x-y)/2$$

$$\cos x - \cos y = -2\sin(x-y)/2 \cdot \sin(x+y)/2$$

Пример: $\cos x + \cos 3x = 0$

Ответ: $x = \pi/4 + \pi/2 \cdot n; n \in \mathbb{Z}.$

$$x = \pi/2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$



◆4. Метод введения вспомогательного аргумента.

Уравнение $a\cos x + b\sin x = c$ приводят к виду

$$\sqrt{a^2 + b^2} \sin(x + \varphi) = c, \text{ где } \varphi \text{ вспомогательный аргумент.}$$

Например: $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1$

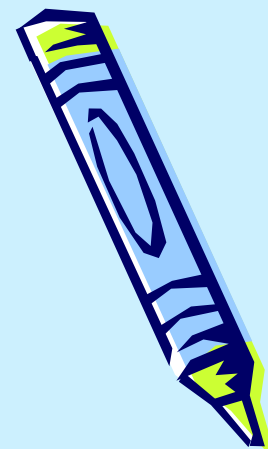
$$\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{1 + 3} = 2$$

$$\frac{1}{2} \sin x + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x = \frac{1}{2}$$

$$\sin x \cdot \cos \frac{\pi}{3} + \cos x \cdot \sin \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$$

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$

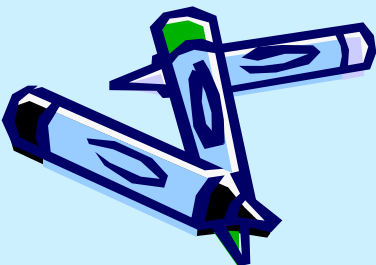
Ответ: $-\frac{\pi}{3} + (-1)^n \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.



Уравнения в ЕГЭ

$$\operatorname{tg} x - \sin 2x = 0$$

- Найдите корни принадлежащие отрезку $[-\frac{\pi}{2}; \pi]$



Итог урока.

Какие способы решения тригонометрических уравнений вы знаете?

По записи уравнения определите способ решения:

1) $2 + 2\cos^2 x = 2\sin x$

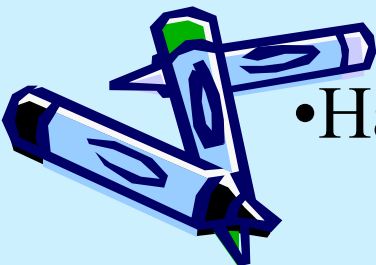
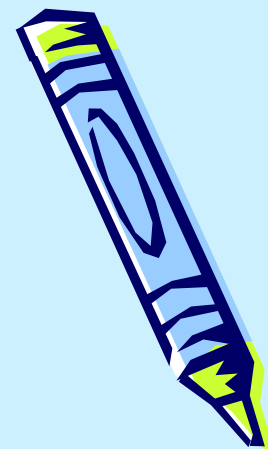
2) $\cos 7x = \sin 7x$

3) $4\sin 2x + \sin^2 x = 9\cos^2 x$

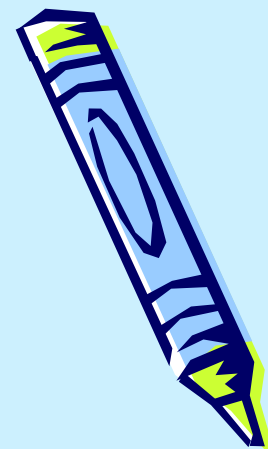
4) $\cos 2x + \sqrt{3}\sin 2x = \sqrt{3}$

5) $2\sin^4 x + 3\cos 2x + 1 = 0,$

• Найдите корни принадлежащие отрезку $[\pi; 3\pi]$



Задания на дом



- Решить 5 уравнений
- Повторить формулы решения простейших уравнений.
- Выучить основные способы решения тригонометрических уравнений

