Конечные и бесконечные множества

Мощность множества

Количество элементов множества *А* называется ***мощностью*** множества *А* и обозначается $|A|$ или ***n(A)***.

А – некоторое множество
n(A) – количество элементов множества А (его мощность)

- А – множество дней недели

  n(A)=7

- А множетво двузначных чисел

  n(A)=90

Количество подмножеств

Если мощность множества *n*, то у этого множества 2^n подмножеств.

Пример1:

A={1,2}, n(A)=2, $\mathbf{2^2 = 4}$

Подмножества множества A:

{∅}, {1}, {2}, {1,2}.

Пример2:

A={1,2,3} , n(A)=3, $\mathbf{2^3 = 8}$

Подмножества множества A:

{∅}, {1}, {2}, {3}, {1,2}, {1,3}, {2,3}, {1,2,3}

1. Какие из следующих утверждений верны:

1) $\{0\} \in \{0, 5, 6\}$; 3) $0 \in \{0,5,6\}$; 5) $\{\varnothing\} \in \{0,5,6\}$;

2) $5 \subset \{0, 5, 6\}$; 4) $\{6\} \subset \{0,5,6\}$; 6) $\varnothing \subset \{0,5,6\}$?

2. Какие из следующих утверждений верны:

1) $\{4\} \cap \{1, 4\} = \{4\}$; 3) $\{4\} \cup \{1, 4\} = \{1, 4\}$;

2) $\{4\} \cap \{1, 4\} = \{\{4\}\}$; 4) $\{4\} \cup \{1, 4\} = \{\{4\}\}$?

3. Даны множества $A = \left\{x \mid x^2 - 49 = 0\right\}$ и $B = \{x \mid (x+7)(x-1) = 0\}$.

Найдите: 1) $A \bigcap B$; 2) $A \bigcup B$; 3) $A \setminus B$; 4) $B \setminus A$.

4. На диаграмме Эйлера (рис. 4) изображены множества A, B и C. Заштрихуйте множество:

1) $(A \bigcap B) \bigcup C$; 2) $(A \bigcap C) \setminus B$; 3) $(A \setminus B) \bigcup C$.

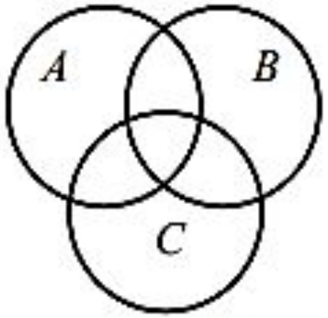
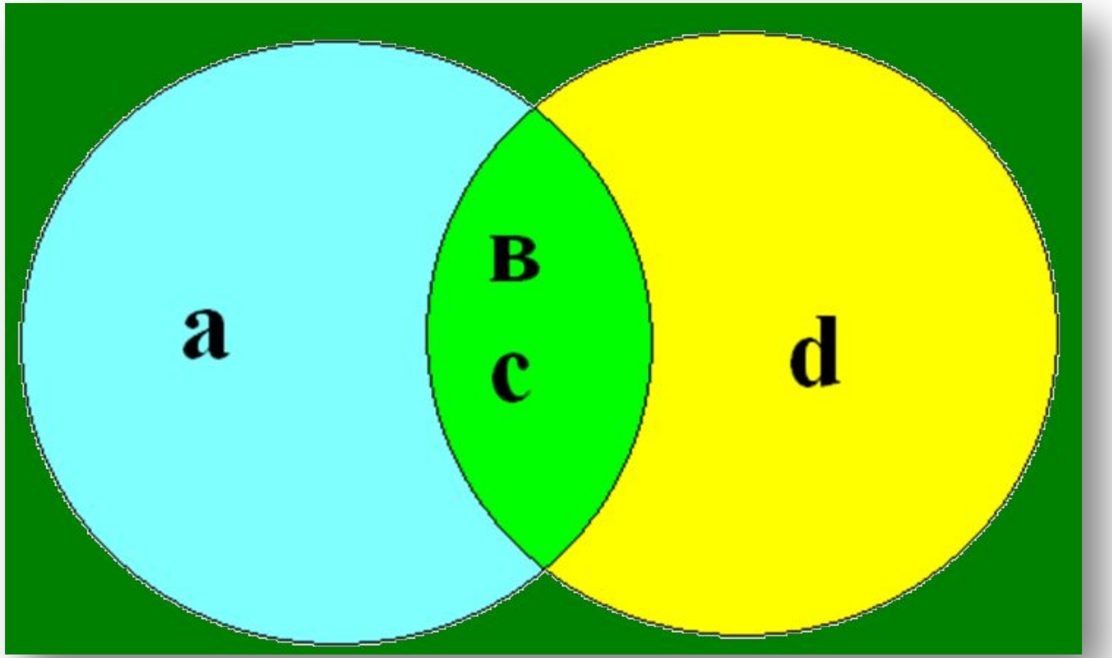


Рис. 4

Задача

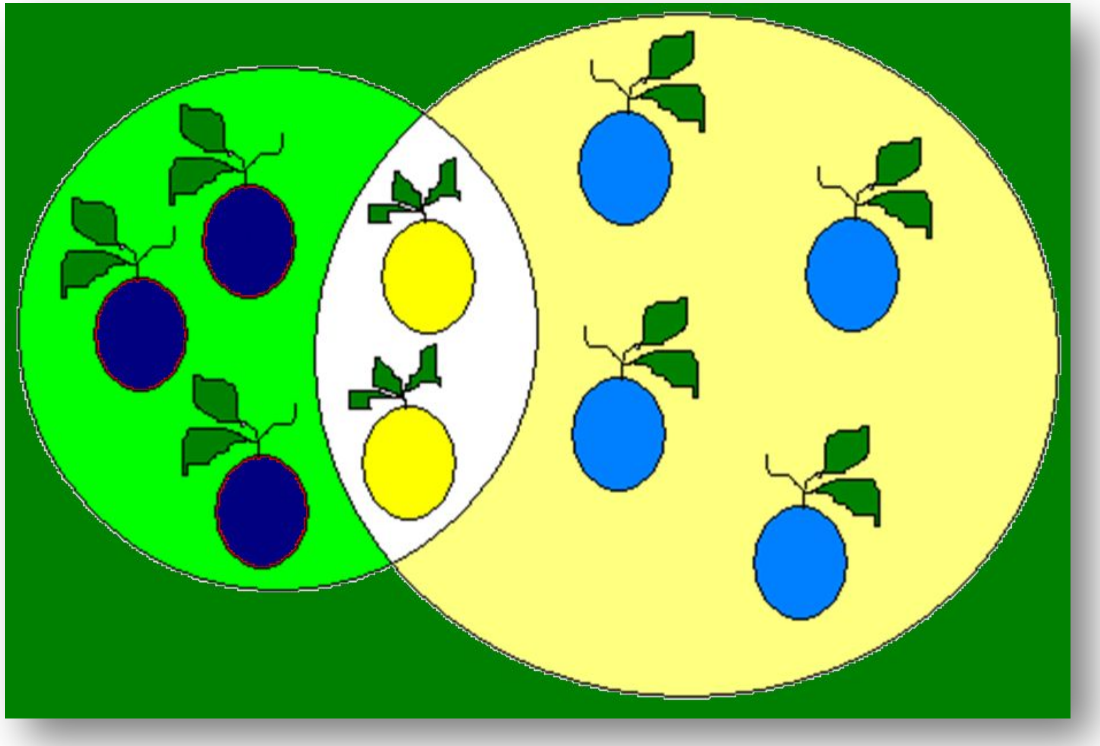
Расположите 4 элемента в двух множествах так, чтобы в

каждом из них было по 3 элемента.



Задача

Множества A и B содержат соответственно 5 и 6 элементов,
а множество C = A ∩ B – 2 элемента.
Сколько элементов в множестве A ∪ B?

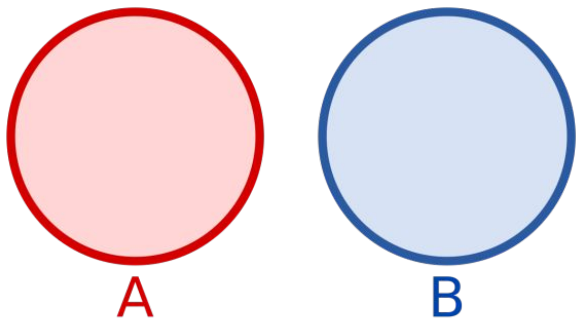


Ответ: 9 элементов

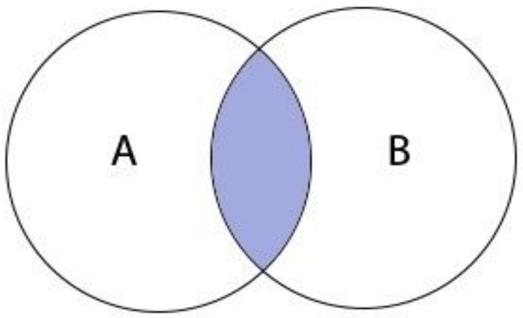
Формула включения - исключения

- Если A и B – конечные множества, причём $A \cap B = \varnothing$,

то $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$



- Если A и B – конечные множества, причём $A \cap B \neq \varnothing$,
  то $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

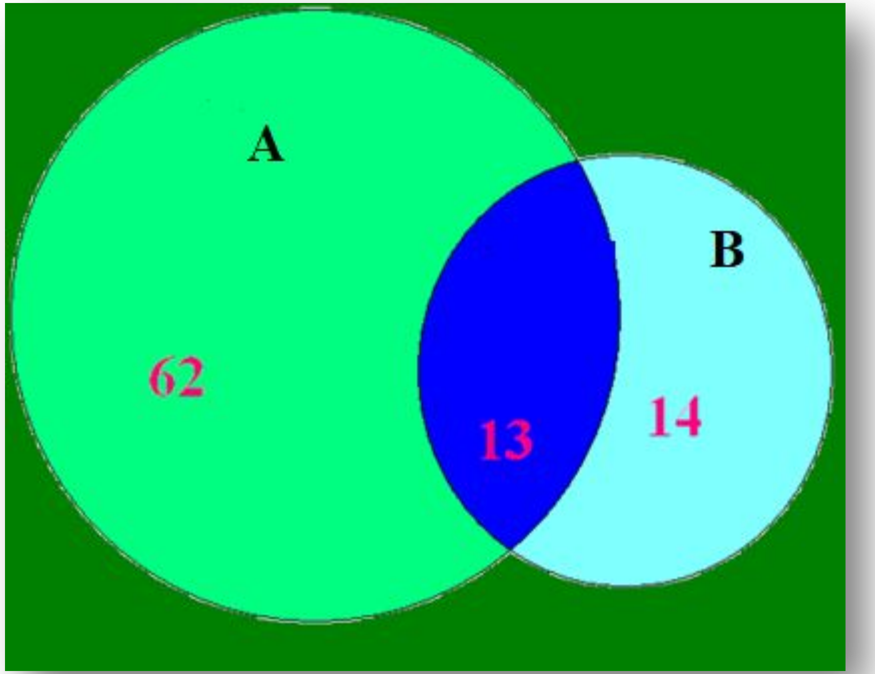


Задача

Каждая семья, живущая в нашем доме, выписывает или газету, или журнал, или и то и

другое вместе. 75 семей выписывают газету, а 27 семей выписывают журнал и лишь

13 семей выписывают и журнал, и газету. Сколько семей живет в нашем доме?



A – множество семей, выписывающих газету

B – множество семей, выписывающих журнал

$A \cap B$ – множество семей, выписывающих и газету и журнал

$n(A)=75,\ n(B)=27,\ n(A\cap B)=13,\ n(A\cup B)=?$

$A \cap B \neq \varnothing$, значит

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A\cap B)$

$n(A \cup B) = 75+27-13=89$

Ответ: 89 семей.

Задача

В киоске около школы продается мороженое двух видов: «Спортивное» и «Мальвина». На перемене 24 ученика успели купить мороженое. При этом 15 из них купили «Спортивное», а 17 – мороженое «Мальвина». Сколько человек купили мороженое обоих сортов?

A – множество учеников, купивших «Спортивное»

B – множество учеников, купивших мороженое «Мальвина»

$A \cap B$ – множество учеников, купивших мороженое обоих сортов

$n(A)=15,\ n(B)=17,\ n(A \cup B)=13,\ n(A \cap B)=?$

$A \cap B \neq \varnothing$, значит

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B)$

$n(A \cap B) = 15+17-24=8$

Ответ: 8 учеников купили оба вида мороженого.

Домашнее задание: §1,§2 (знать ответы на вопросы после параграфа), решить задачи из презентации, №1.12, 1.14, 1.16

№1. Расположите 4 элемента в двух множествах так, чтобы в каждом из них было по 3 элемента.

№2. Множества А и В содержат соответственно 5 и 6 элементов, а множество С = $A \cap B$ – 2 элемента. Сколько элементов в множестве $A \cup B$?

№3. На олимпиаду пришли 436 школьников. Из них 128 правильно решили первую задачу и 126 – вторую. 62 участника справились с обеими задачами. А сколько школьников не решили ни первую, ни вторую задачи?

При решении задач воспользоваться кругами Эйлера и формулой «Включения-исключения»