

Начертательная геометрия

Лекция 1

ПРИНЯТЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

1. $\Gamma, \Delta, \Lambda, \Theta, \Sigma, \Psi$ - поверхности (плоскости)
2. Π_1, Π_2, Π_3 - плоскости проекций
3. Π_4, Π_5, \dots - дополнительные плоскости проекций
4. a, b, c, \dots - линии в пространстве
5. $A, B, C, \dots, 1, 2, 3, \dots$ - точки в пространстве
6. $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ - углы
7. $A_1, A_2, A_3,$
 $a_1, a_2, a_3,$
 $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \dots$ - проекции точек, линий, поверхностей
на плоскость проекций
8. Н.Г. - начертательная геометрия
9. К.Ч. - комплексный чертеж
10. П.З. - позиционная задача
11. ϕ - фигура
12. \odot - точка

СИМВОЛИКА

- | | | |
|-----|-------------------|--|
| 1. | (AB) | - прямая, проходящая через точки A и B |
| 2. | $[AB]$ | - отрезок прямой |
| 3. | $ AB $ | - расстояние между точками A и B |
| 4. | \parallel | - параллельность |
| 5. | \perp | - перпендикулярность |
| 6. | \nparallel | - непараллельность |
| 7. | \nperp | - неперпендикулярность |
| 8. | \cdot | - скрещивание |
| 9. | $=$ | - совпадение, равенство, результат |
| 10. | π | - касание |
| 11. | \cap | - пересечение |
| 12. | \in | - принадлежность |
| 13. | \subset | - включение |
| 14. | \cong | - конгруэнтность |
| 15. | \rightarrow | - преобразование, отображение |
| 16. | \wedge | - "и" |
| 17. | \vee | - "или" |
| 18. | \Rightarrow | - логическое следование |
| 19. | \Leftrightarrow | - эквивалентность |

МЕТОДЫ ПРОЕЦИРОВАНИЯ. КОМПЛЕКСНЫЙ ЧЕРТЕЖ ТОЧКИ

Основные определения

Геометрия

раздел математики о формах геометрических фигур

Фигура

совокупность точек, линий, поверхностей.

Начертательная геометрия

раздел геометрии, изучающий методы изображений пространственных форм на плоскости или другой поверхности.

Основоположник Н.Г.

Гаспар Монж
 французский математик
 и инженер
 (1746 - 1818)

Задачи Н.Г.

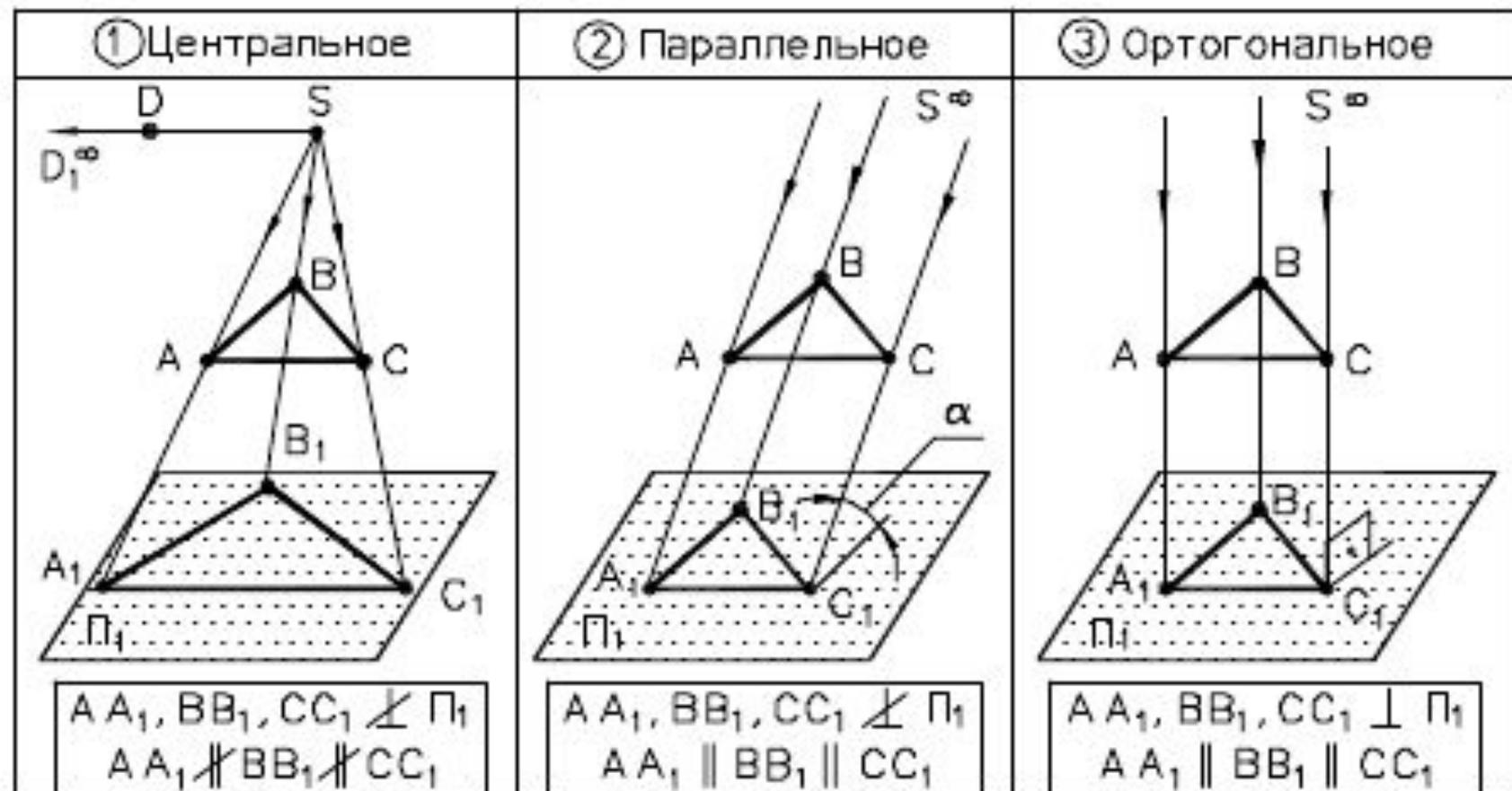
Прямая задача

по имеющейся фигуре
построить
ее проекции.

Обратная задача

по имеющимся проекциям
фигуры
реконструировать ее форму
и размеры в пространстве.

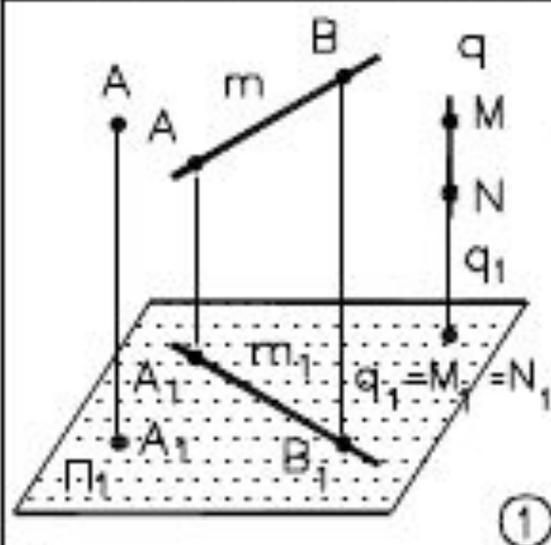
ЛЕКЦИЯ 1
МЕТОДЫ ПРОЕЦИРОВАНИЯ



Обозначения : 1. S-центр проекций; 2. A,B,C-точки объекта в пространстве; 3. SA,SB,SC-проецирующие лучи; 4. Π_1 -плоскость проекций; 5. A_1, B_1, C_1 -проекции точек на плоскость Π_1 (точки пересечения лучей SA,SB,SC с Π_1)

ИНВАРИАНТЫ ОРТОГОНАЛЬНОГО ПРОЕЦИРОВАНИЯ

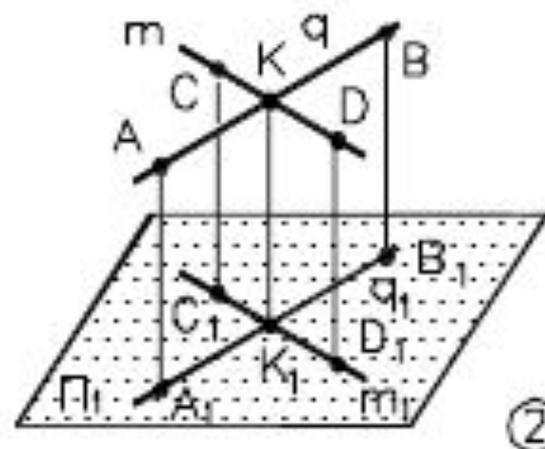
- а). Проекция точки
есть точка
б). Проекция прямой в
общем случае - прямая



а). $A \rightarrow A_1$

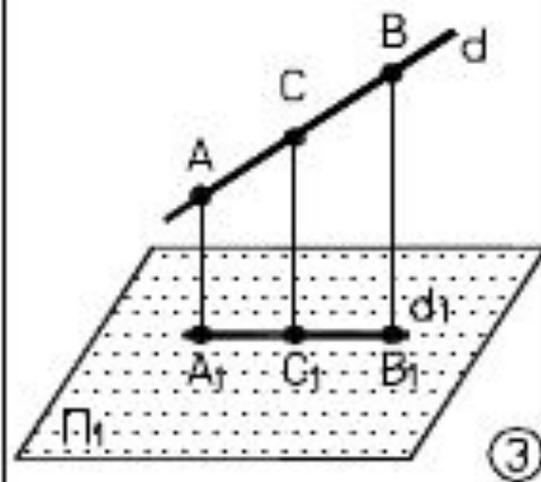
б). $MN \perp \Pi_1 \Leftrightarrow$
 $q(MN) \rightarrow q_1 = M_1 = N_1$

- а). Если точка принадлежит
линии, то проекция точки
принадлежит проекции
линии
б). Точка пересечения линий
проецируется в точку пе-
ресечения их проекций.



$K \in q \Leftrightarrow K_1 \in q_1$
 $(K = q \cap m) \Leftrightarrow (K_1 = q_1 \cap m_1)$

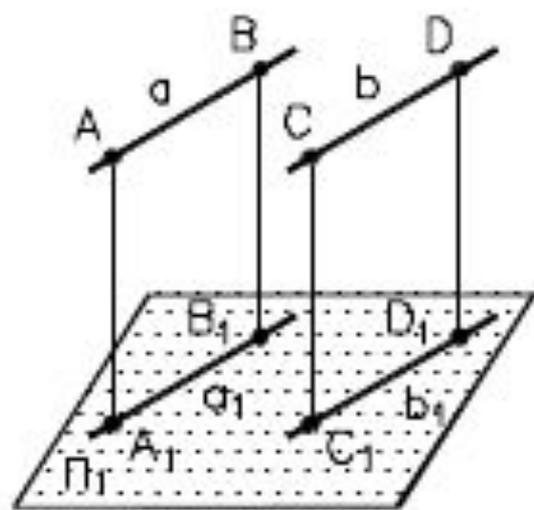
- Проекция точки делит
проекцию отрезка
прямой в таком отно-
шении, в каком точка
делит заданный отрезок



$C \in d \Leftrightarrow C_1 \in d_1$
 $AB : BC = A_1B_1 : B_1C_1$

ИНВАРИАНТЫ ОРТОГОНАЛЬНОГО ПРОЕЦИРОВАНИЯ

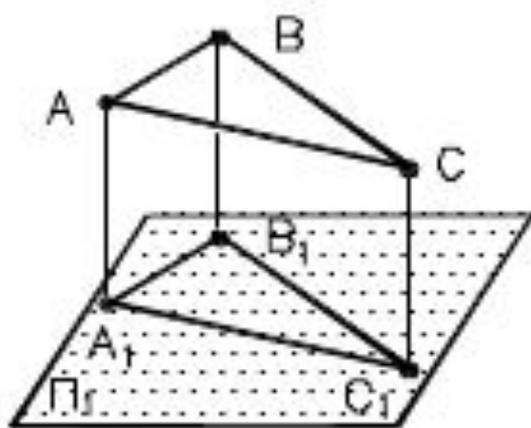
Проекции параллельных прямых параллельны



④

$$a \parallel b \Rightarrow a_1 \parallel b_1$$

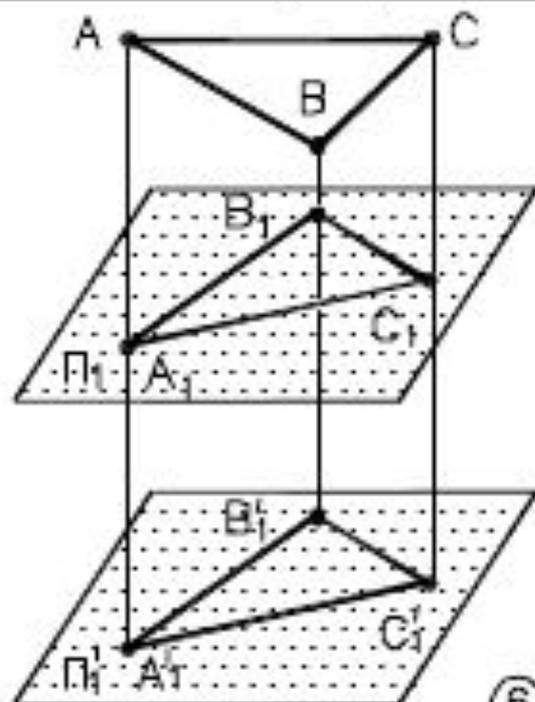
Если плоская геометрическая фигура параллельна плоскости проекций, то проекция этой фигуры на плоскость проекций конгруэнтна самой фигуре.



⑤

$$\Phi(ABC) \parallel \Pi_1 \Rightarrow \Phi_1(A_1B_1C_1) \cong \Phi(ABC)$$

Проекция геометрической фигуры не изменяется при параллельном переносе плоскостей проекций.



⑥

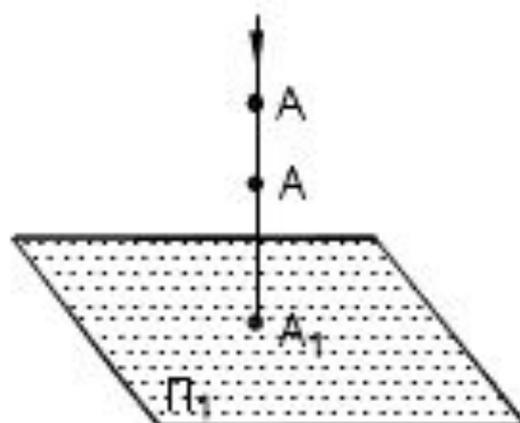
$$\Pi_1' \parallel \Pi_1 \Rightarrow \Phi_2(A_1'B_1'C_1') = \Phi_1(A_1B_1C_1)$$

ТРЕБОВАНИЯ К ЧЕРТЕЖУ

1. ОБРАТИМОСТЬ 2. НАГЛЯДНОСТЬ 3. ПРОСТОТА ГРАФИЧЕСКОГО ВЫПОЛНЕНИЯ

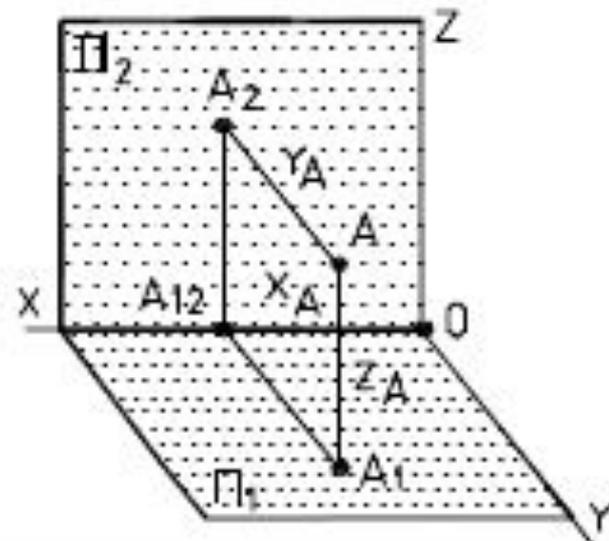
Обратимость — возможность изготовить изображенный предмет по его размерам.Наглядность — возможность представить изображенный предмет.

Однопроекционный чертеж
является необратимым

Где $\cdot A$?

Однопроекционный чертеж
позволяет решить
только прямую задачу Н.Г.

Двухпроекционный чертеж
является обратимым

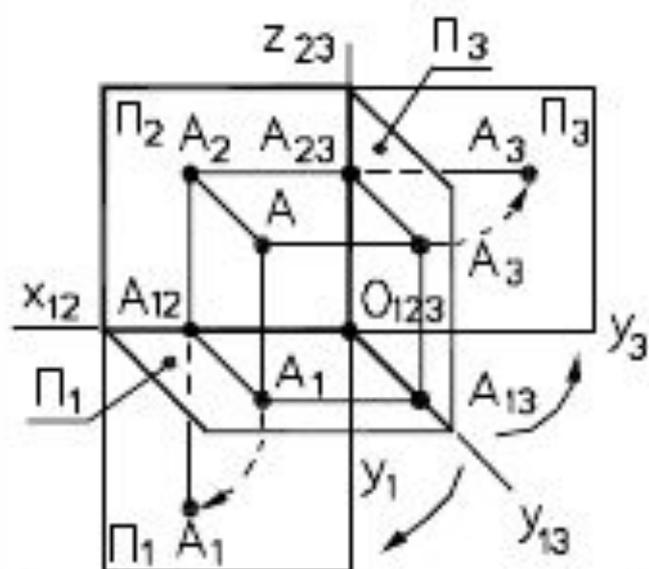


Двухпроекционный чертеж
позволяет однозначно решить
прямую и обратную задачи Н.Г.

КОМПЛЕКСНЫЙ ЧЕРТЕЖ ТОЧКИ. ОСНОВЫ СПОСОБ ИЗОБРАЖЕНИЯ

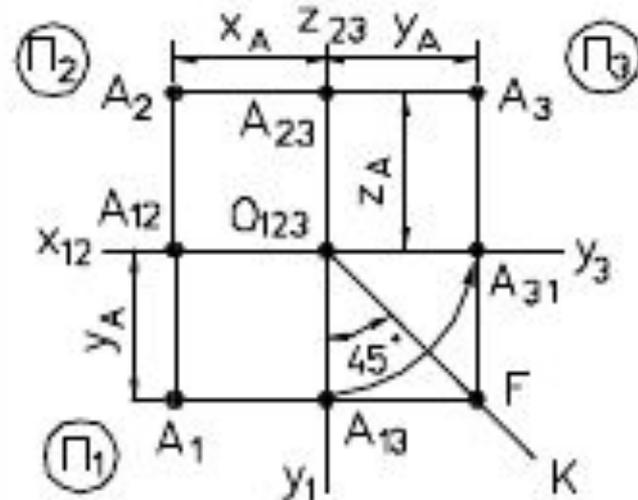
Плоскости проекций зафиксированы в пространстве и пересекаются по трем взаимно-перпендикулярным осям проекций O_x, O_y, O_z ($\Pi_1 \perp \Pi_2 \perp \Pi_3$)

В ПРОСТРАНСТВЕ



Π_1 - горизонтальная плоскость проекций
 Π_2 - фронтальная плоскость проекций
 Π_3 - профильная плоскость проекций
 $AA_1 \perp \Pi_1$; $AA_2 \perp \Pi_2$; $AA_3 \perp \Pi_3$

НА ПЛОСКОСТИ



A_1 - горизонтальная проекция точки A
 A_2 - фронтальная проекция точки A
 A_3 - профильная проекция точки A
 $A_1A_2 \perp OX$; $A_2A_3 \perp OZ$
 $A_1A_{13} \perp y_1$; $A_3A_{31} \perp y_3$

$O_{123}K$ - линия преломления

x_A - широта · A
 y_A - глубина · A
 z_A - высота · A

A_1A_2 - вертикальная линия связи

A_2A_3 - горизонтальная линия связи

A_1FA_3 - ломаная, горизонтально-вертикальная линия связи

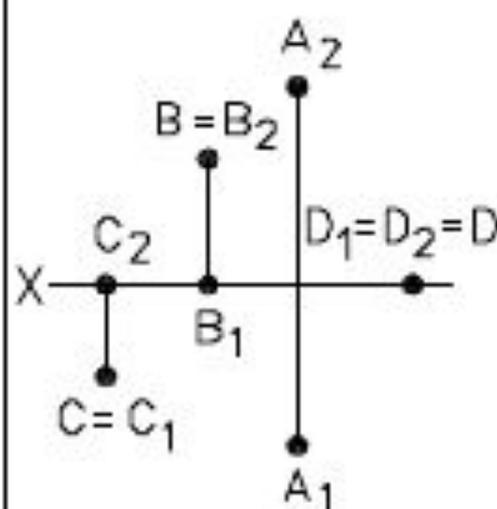
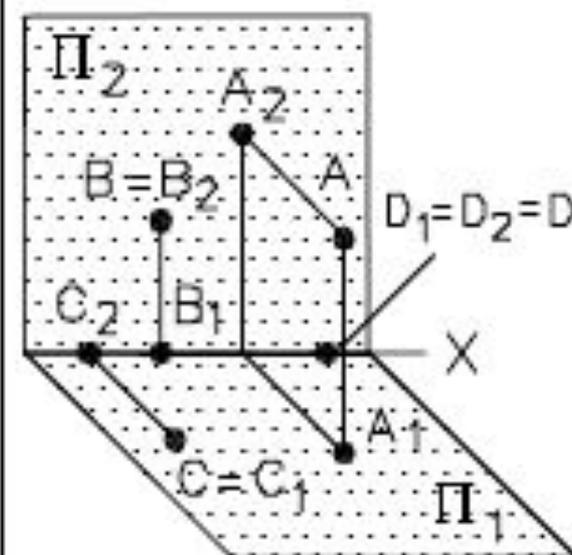
ПОЛОЖЕНИЕ ТОЧКИ ОТНОСИТЕЛЬНО ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ

- 1] Положение точки относительно плоскостей проекций определяется по ее проекциям.
- 2] Точка может принадлежать или не принадлежать плоскостям проекций, принадлежать или не принадлежать осям X, Y, Z .

В ПРОСТРАНСТВЕ

НА ПЛОСКОСТИ

ПРИНАДЛЕЖНОСТЬ



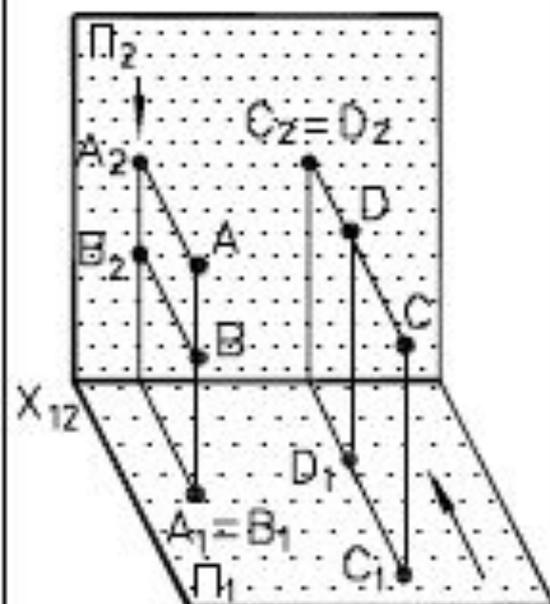
- 1] $A \notin \Pi_1, \Pi_2 (X_A, Y_A, Z_A \neq 0)$
- 2] $B \in \Pi_2 (Y_B = 0 \rightarrow B_1 \in X)$
- 3] $C \in \Pi_1 (Z_C = 0 \Rightarrow C_2 \in X)$
- 4] $D \in \Pi_1, \Pi_2$
 $(Y_D \wedge Z_D = 0 \Rightarrow D_1 \wedge D_2 \in X)$

УСЛОВИЯ ВИДИМОСТИ ТОЧЕК НА КОМПЛЕКСНОМ ЧЕРТЕЖЕ

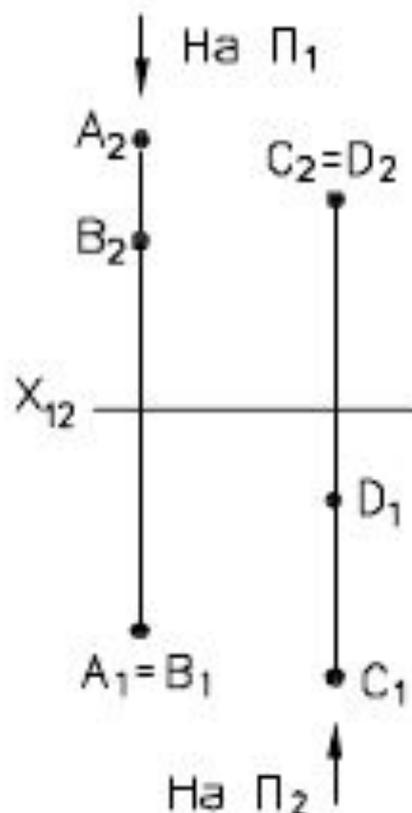
В ПРОСТРАНСТВЕ

НА ПЛОСКОСТИ

ПРАВИЛА



A и B - горизонтально-
конкурирующие точки
C и D - фронтально-
конкурирующие точки



1. Из двух горизонтально-конкурирующих точек на Π_1 видна проекция той точки, высота которой больше.
2. Из двух фронтально-конкурирующих точек на Π_2 видна проекция той точки, глубина которой больше.
3. Из двух профильно-конкурирующих точек на Π_3 видна проекция той точки, широта которой больше.

БЕЗОСНЫЙ КОМПЛЕКСНЫЙ ЧЕРТЕЖ ТОЧКИ

В технике принят безосный способ выполнения чертежей.

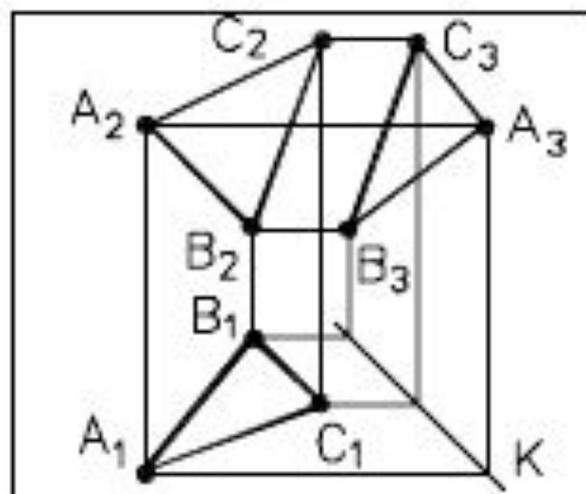
Плоскости проекций не фиксируются в пространстве. Положение всей проекций становится неопределенным. Оси на чертеже не наносятся

ОБОСНОВАНИЕ

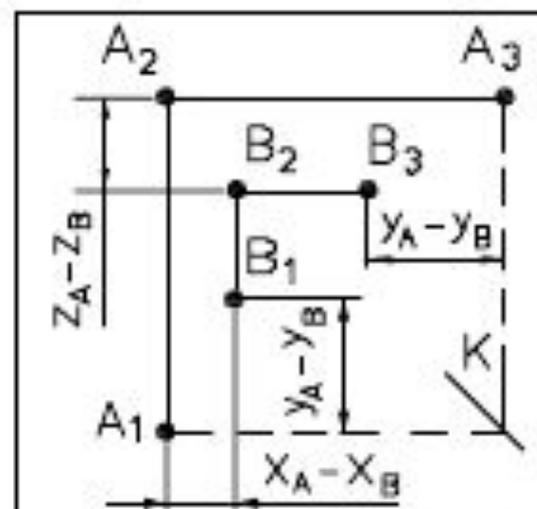
используется свойство неизменности проекции геометрической фигуры при параллельном переносе плоскостей проекций



Условия связи между проекциями точки сохраняются



По трем проекциям одной из точек можно найти третью проекцию другой точки, если две заданы



Координаты точек неопределенные. Разность координат остается постоянной

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ К ЛЕКЦИИ 1

- ① Что называется проекцией, проецированием и каковы основные виды проецирования?
- ② В чем заключается метод построения комплексного чертежа точки?
- ③ Каковы законы построения третьей проекции точки по двум заданным ее проекциям?
- ④ Определяет ли одна проекция точки положение самой точки в пространстве?
- ⑤ Как определить высоту и глубину точки по ее комплексному чертежу?
- ⑥ Какие точки называются конкурирующими?
- ⑦ Как определить видимость точек на комплексном чертеже?