

Методы погашения долгосрочной задолженности

Тема 3

- **Методы погашения долгосрочной задолженности**

Единоразовое погашение

- Возврат разовым платежом без накопления на счете
- Возврат разовым платежом методом накопления фонда

Погашение основного долга в рассрочку

- Возврат основного долга равными суммами долга
- Возврат равными уплатами долга с процентами

Погашение ипотечного кредита

- Возврат потребительского кредита по “схеме

- **Погашение методом формирования фонда**

- Пусть погашение задолженности ведется ежегодными равными платежами R , на которые начисляются проценты по ставке g .
- Параллельно с взносами в фонд выплачиваются проценты по кредиту из расчета ставки i .
- При начислении на величину долга *простых процентов* срочная уплата будет равна
- $Y_t = D * i + R = const \quad (1)$
- При начислении по долгу *сложных процентов* срочная уплата рассчитывается по формуле
- $Y_t = I_t + R$
- Если формирование фонда рассчитано на n лет, то вносимые платежи R будут представлять собой аннуитет с параметрами R, n, g . Сумма вносимых платежей под ставку g должна составить сумму основного долга D , в силу чего размер взноса R рассчитывается из соотношения

- $$D = R * \frac{((1+g)^n - 1)}{g} = R * S_{g, n}$$

- Откуда $R = \frac{D}{S_{g, n}}$

- Подставив R в формулу (1), получим
- $Y_t = D \cdot i + D/s_{g,n} = D(i + 1/s_{g,n})$ - значение срочной уплаты при начислении на основной долг простых процентов
- Для расчета накопленных за t лет сумм погасительного фонда используется формула наращенных сумм постоянных рент:
- В случае формирования фонда по схеме простых процентов, режиме платежей по m и r -кратной ренте, используются соответствующие расчетные формулы.

• Пример:

- Кредит в сумме 100 тыс. рублей под 40% простых годовых выдан на 5 лет. Для его погашения формируется фонд с начислением на взносы 20% сложных годовых. Погашение процентов и взносы в фонд запланированы ежегодными платежами. Рассчитать план погашения.
- Срочная уплата будет состоять из суммы выплаты процентов и взносов в фонд, причем размер уплаты будет постоянен на протяжении всего срока кредита.
- $$Y = 100 * 0,4 + 100 * \frac{0,2}{(1+0,2)^5 - 1} =$$
- $$= 40 + 13,438 = 53,438 \text{ тыс. рублей}$$

Методы погашения долгосрочной задолженности
Метод формирования погасительного фонда

№ плате жа	Сум ма выплаты процент ов	Сумма взноса в фонд	Срочная уплата	Накопленная сумма в фонде
1	40	13.438	53,438	13.438
2	40	13,438	53,438	29,564
3	40	13,438	53,438	48,914
4	40	13,438	53,438	72,135
5	40	13,438	53,438	100,0
Ит ого	200	67,19	267,19	X

Сумма накопления в фонде W_t

рассчитывается наращиванием ежегодных взносов $R=13,438$ тыс. рублей по формуле (3.2) либо по известным формулам наращенной ренты за соответствующий период времени.

Например, наращенная сумма в фонде за 4 года равна

- Последовательным наращиванием

$$W_4 = 48,914(1+0,2)+13,438 = 72,135$$

- или по формуле наращенной величины

$$W_4 = 13,438 * ((1+0,2)^4 - 1) / 0,2 = 72,135$$

Погашение равными суммами долга

При годовом погашении размеры платежей по основному долгу будут равны

- $D/n=R_1=R_2=\dots=R_n=\text{const}=R$

Остаток основного долга в начале каждого расчетного периода (D_k) определится как

- $D_k = D - R(k - 1)$
- D - сумма первоначального долга,
- k - номер расчетного периода.
-

Величина срочной уплаты в каждом расчетном периоде равна

- $Y_k = D_k \cdot i + R$

Подставив в (3.4) значение D_k , получим

- $Y_k = D_k \cdot i + R$
- $Y_k = (D - R(k - 1)) \cdot i + R \quad (3.3)$

При погашении задолженности чаще, чем раз в год при расчете появляется параметр p , отражающий частоту платежей в течение года, корректирующий размер выплаты по долгу

- $R = D/np$

И размер выплаты процентов соответственно

- $I_k = D_k \cdot i/p$

Методы погашения долгосрочной задолженности
Погашение равными суммами долга

- **Пример.**

Кредит в сумме 100 тыс. рублей под 40% простых годовых выдан на 5 лет. Погашение процентов и взносы в фонд запланированы ежегодными платежами при погашении основного долга равными платежами. Рассчитать план погашения.

№ платежа	Остаток непогашенной задолженности на нач. пер.(Dк)	Сумма выплаты долга R	Сумма выплаты процентов(Iк)	Срочная уплата (Yк)
1	100	20	40	60
2	80	20	32	52
3	60	20	24	44
4	40	20	16	36
5	20	20	8	28
Итого		100	120	220

Методы погашения долгосрочной задолженности
Погашение равными суммами долга

Суммы, идущие на погашение долга, увеличиваются во времени:

- $R_{k+1} = R_k(1+i)$ (для годовых выплат).

Размер роста R_k соответствует сумме уменьшения выплачиваемых процентов по долгу.

Платежи по погашению долга образуют ряд:

- $R, R(1+i), R(1+i)^2, R(1+i)^3, \dots, R(1+i)^n$.

Используя этот ряд, несложно определить размер погашенного долга на любой момент времени t (после очередной выплаты).

•

- $t-1$
- $W_t = \sum_{K=0}^{t-1} R(1+i)^K$
- $K=0$

Соответственно, остаток непогашенной задолженности на начало периода t будет равен разнице D и W_t

Погашение равными срочными платежами (аннуитетом)

Величина кредита (D) равна сумме всех дисконтированных платежей по ренте, т.е. является современной величиной суммы всех срочных уплат. Исходя из этого можно записать для годовой ренты

$$D = \frac{Y_1}{(1+i)} + \frac{Y_2}{(1+i)^2} + \frac{Y_3}{(1+i)^3} + \dots + \frac{Y_n}{(1+i)^n}$$

Либо по формуле суммы аннуитета

$$D = Y * \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = Y * a_{i,n}$$

Откуда размер разового платежа (срочной уплаты) равен

$$Y = \frac{D}{a_{i,n}}$$

Поскольку проценты считаются от остатка непогашенного долга, размер процентов высчитывается для годовой ренты как $I_k = D_k * i$, (D_k - остаток непогашенного долга на начало периода k)

- **Пример**

Тот же. Погашение равными суммами вместе с процентами.

- $Y = 100 * 0,4 / (1 - 1,4^{-5}) = 49,136$ тыс. рублей
- $I_1 = D * i = 100 * 0,4 = 40$ тыс.руб.
- $R_1 = Y - I_1 = 49,136 - 40 = 9,136$ тыс.руб.

Остаток непогашенного долга на начало 2 года рассчитывается как разница между начальной суммой долга и размером погашенной задолженности первым платежом:

- $D_2 = D - R_1 = 100 - 9,136 = 90,864$ тыс. рублей

Далее сумма процентов в структуре срочной уплаты 49,136 тыс. рублей определяется из расчета процентов от остатка непогашенной задолженности $D_2 = 90,864$ тыс. рублей, что соответствует сумме $I_2 = 90,864 * 0,4 = 36,3456$ тыс. рублей

Методы погашения долгосрочной задолженности
Погашение равными срочными платежами (аннуитетом)

№ платежа	Остаток непогаш задолж на нач периода D_k	Срочная уплата Y	Сумма выплаты процентов в I_k	Сумма выплаты долга R_k
1	100	49,136	40	9,136
2	90,864	49,136	36,35	12,79
3	78,073	49,136	31,23	17,91
4	60,17	49,136	24,07	25,07
5	35,10	49,136	14,04	35,10
Итого		245,68	145,69	100

Методы погашения долгосрочной задолженности Погашение равными срочными уплатами (аннуитетом)

Суммы, идущие на погашение долга, увеличиваются во времени:

- $R_{k+1} = R_k(1+i)$ (для годовых выплат).

Размер роста R_k соответствует сумме уменьшения выплачиваемых процентов по долгу.

Платежи по погашению долга образуют ряд:

- $R_1, R_1(1+i), R_1(1+i)^2, R_1(1+i)^3, \dots, R_1(1+i)^n$.

Используя этот ряд, несложно определить размер погашенного долга на любой момент времени t (после очередной выплаты).

-
- $t-1$
- $W_t = \sum_{K=0}^{t-1} R_1(1+i)^K$
-

Соответственно, остаток непогашенной задолженности на начало периода t будет равен разнице D и W_t

-

Пример

Определить размер погашенного долга за 3 года и остаток к погашению до конца периода. (Условия предыдущей задачи).

Сумма взноса по погашению долга в первом периоде составляет $R_1=9,136$ т. р.

Объем погашения за 3 года

- $W_3=9,136 * s_{3,40} = 9,136 * \{(1+0,4)^3 - 1\} / 0,4 = 39,83$ т.руб.

Остаток к погашению равен

- $D - W_3 = 100 - 39,83 = 60,17$ т.руб., что соответствует данным таблицы.

Погашение схема «78»

- Пусть выдан потребительский кредит в сумме D на n лет. Общая сумма задолженности вместе с процентами за весь срок погашения равна
- $S = D (1+n*i)$.
- Поскольку погашение ведется равными долями от общей суммы задолженности, размер срочной уплаты рассчитывается
- $Y = S/n$
- При режиме погашения p раз в год - $Y = S/np$.
- В срочной уплате выделяются части, направленные на погашение процентов I_t и основного долга R_t : $Y = I_t + R_t$. При расчете плана погашения определяется размер процентного платежа, а затем - сумма, направленная на погашение основного долга:
- $R_t = Y - I_t$.

Методы погашения долгосрочной задолженности
Погашение схема «78»

Процентные выплаты расположены в последовательности nr/Q , $nr-1/Q, \dots, 1/Q$.

Величина Q - сумма арифметической прогрессии $1, 2, 3, \dots, nr$ с первым членом 1 и разностью 1. Эта сумма равна

$$Q = nr(nr+1)/2.$$

Например, при погашении задолженности в течение 2 лет ежемесячными платежами “правило 78” преобразуется в “правило 300”:

$$Q = 2 * 12 * (2 * 12 + 1) / 2 = 24 * 2\% / 2 = 300$$

и процентные платежи в срочных уплатах расположены в последовательности

$$I_1 = 24/300 * I, I_2 = 23/300 * I, \dots, I_{24} = 1/300 * I.$$

- **Пример.**

- Погашение потребительского кредита ведется в течение 5 лет. Сумма кредита - 100 тыс. рублей, проценты - 20% годовых. Погашение ежемесячное.
- $S=D(1+in)=100(1+0,2*5)=200$ т. рублей.
- Сумма процентов - $I=100$ т. рублей
- Срочная уплата $Y=200/5*12=3,33$ т. рублей
- $Q=5*12*61/2=1830$
- Для первого платежа находим
- $I_1=60/1830*100=3,27$ т. рублей, $R_1=3,33-3,27=0,06$ т. рублей

Методы погашения долгосрочной задолженности
Погашение схема «78»

Месяц	Остаток задолженности на начало месяца	Проценты	Погашение долга	Остаток долга на конец месяца
1	100	3,27	0,06	99,94
2	99,94	3,22	0,11	99,83
3	99,83	3,17	0,16	99,67
...				
59	6,95	0,11	3,22	3,275
60	3,275	0,054	3,275	0
Итого	100	100	100	

- **Грант-элемент** - это условная потеря заимодавца, которая связана с применением более низкой процентной ставки, чем ставка кредитного рынка.
- Грант-элемент определяется в двух видах - абсолютной и относительной величины.
- Размер абсолютного грант-элемента находим следующим образом:
- $W = D - G$ (G-дисконтированная по ставке кредитного рынка величина льготного потока платежей).
- Относительный грант-элемент:
- $w = W/D = 1 - G/D$

- Пусть заем выдан на n лет и предусматривает выплату процентов по ставке g . На денежном рынке аналогичные по сроку и величине займы выдаются по ставке i . В этом случае срочная уплата составит:
- $Y = D/a_{n,g}$
- А современная величина всех выплат должника равна $Ya_{n,i}$. В итоге согласно формуле W :
- $W = D - Ya_{n,i} = D(1 - a_{n,i}/a_{n,g})$
- $w = 1 - a_{n,i}/a_{n,g}$
- где $a_{n,i}/a_{n,g}$ - коэффициенты приведения постоянных годовых рент постнумерандо, определенные для процентных ставок i и g , $i > g$.