

# Методы погашения долгосрочной задолженности

Тема 3

- **Методы погашения долгосрочной задолженности**

### Единоразовое погашение

- Возврат разовым платежом без накопления на счете
- Возврат разовым платежом методом накопления фонда

### Погашение основного долга в рассрочку

- Возврат основного долга равными суммами долга
- Возврат равными уплатами долга с процентами

### Погашение ипотечного кредита

- Возврат потребительского кредита по “схеме

- **Погашение методом формирования фонда**

- Пусть погашение задолженности ведется ежегодными равными платежами  $R$ , на которые начисляются проценты по ставке  $g$ .
- Параллельно с взносами в фонд выплачиваются проценты по кредиту из расчета ставки  $i$ .
- При начислении на величину долга *простых процентов* срочная уплата будет равна
- $Y_t = D * i + R = const \quad (1)$
- При начислении по долгу *сложных процентов* срочная уплата рассчитывается по формуле
- $Y_t = I_t + R$
- Если формирование фонда рассчитано на  $n$  лет, то вносимые платежи  $R$  будут представлять собой аннуитет с параметрами  $R, n, g$ . Сумма вносимых платежей под ставку  $g$  должна составить сумму основного долга  $D$ , в силу чего размер взноса  $R$  рассчитывается из соотношения

- $$D = R * \frac{((1+g)^n - 1)}{g} = R * S_{g, n}$$

- Откуда  $R = \frac{D}{S_{g, n}}$

- Подставив  $R$  в формулу (1), получим
- $Y_t = D \cdot i + D/s_{g,n} = D(i + 1/s_{g,n})$  - значение срочной уплаты при начислении на основной долг простых процентов
- Для расчета накопленных за  $t$  лет сумм погасительного фонда используется формула наращенных сумм постоянных рент:
- В случае формирования фонда по схеме простых процентов, режиме платежей по  $m$  и  $r$ -кратной ренте, используются соответствующие расчетные формулы.

## • Пример:

- Кредит в сумме 100 тыс. рублей под 40% простых годовых выдан на 5 лет. Для его погашения формируется фонд с начислением на взносы 20% сложных годовых. Погашение процентов и взносы в фонд запланированы ежегодными платежами. Рассчитать план погашения.
- Срочная уплата будет состоять из суммы выплаты процентов и взносов в фонд, причем размер уплаты будет постоянен на протяжении всего срока кредита.
- $$Y = 100 * 0,4 + 100 * \frac{0,2}{(1+0,2)^5 - 1} =$$
- $$= 40 + 13,438 = 53,438 \text{ тыс. рублей}$$

Методы погашения долгосрочной задолженности  
Метод формирования погасительного фонда

№ плате жа	Сум ма выплаты процент ов	Сумма взноса в фонд	Срочная уплата	Накопленная сумма в фонде
1	40	13.438	53,438	13.438
2	40	13,438	53,438	29,564
3	40	13,438	53,438	48,914
4	40	13,438	53,438	<b>72,135</b>
5	40	13,438	53,438	100,0
Ит ого	<b>200</b>	<b>67,19</b>	<b>267,19</b>	<b>X</b>

## Сумма накопления в фонде $W_t$

рассчитывается наращиванием ежегодных взносов  $R=13,438$  тыс. рублей по формуле (3.2) либо по известным формулам наращенной ренты за соответствующий период времени.

Например, наращенная сумма в фонде за 4 года равна

- Последовательным наращиванием

$$W_4 = 48,914(1+0,2)+13,438 = 72,135$$

- или по формуле наращенной величины

$$W_4 = 13,438 * ((1+0,2)^4 - 1) / 0,2 = 72,135$$

## Погашение равными суммами долга

При годовом погашении размеры платежей по основному долгу будут равны

- $D/n=R_1=R_2=\dots=R_n=\text{const}=R$

Остаток основного долга в начале каждого расчетного периода ( $D_k$ ) определится как

- $D_k = D - R(k - 1)$
- $D$  - сумма первоначального долга,
- $k$  - номер расчетного периода.
- 

Величина срочной уплаты в каждом расчетном периоде равна

- $Y_k = D_k \cdot i + R$

Подставив в (3.4) значение  $D_k$ , получим

- $Y_k = D_k \cdot i + R$
- $Y_k = (D - R(k - 1)) \cdot i + R$  (3.3)

При погашении задолженности чаще, чем раз в год при расчете появляется параметр  $p$ , отражающий частоту платежей в течение года, корректирующий размер выплаты по долгу

- $R = D/np$

И размер выплаты процентов соответственно

- $I_k = D_k \cdot i/p$

Методы погашения долгосрочной задолженности  
Погашение равными суммами долга

- **Пример.**

Кредит в сумме 100 тыс. рублей под 40% простых годовых выдан на 5 лет. Погашение процентов и взносы в фонд запланированы ежегодными платежами при погашении основного долга равными платежами. Рассчитать план погашения.

№ платежа	Остаток непогашенной задолженности на нач. пер.(Dк)	Сумма выплаты долга R	Сумма выплаты процентов(Iк)	Срочная уплата (Yк)
1	100	20	40	60
2	80	20	32	52
3	60	20	24	44
4	40	20	16	36
5	20	20	8	28
<b>Итого</b>		<b>100</b>	<b>120</b>	<b>220</b>

Методы погашения долгосрочной задолженности  
Погашение равными суммами долга

Суммы, идущие на погашение долга, увеличиваются во времени:

- $R_{k+1} = R_k(1+i)$  (для годовых выплат).

Размер роста  $R_k$  соответствует сумме уменьшения выплачиваемых процентов по долгу.

Платежи по погашению долга образуют ряд:

- $R, R(1+i), R(1+i)^2, R(1+i)^3, \dots, R(1+i)^n$ .

Используя этот ряд, несложно определить размер погашенного долга на любой момент времени  $t$  (после очередной выплаты).

- 

- $t-1$
- $W_t = \sum_{K=0}^{t-1} R(1+i)^K$
- $K=0$

Соответственно, остаток непогашенной задолженности на начало периода  $t$  будет равен разнице  $D$  и  $W_t$

## Погашение равными срочными платежами (аннуитетом)

Величина кредита ( $D$ ) равна сумме всех дисконтированных платежей по ренте, т.е. является современной величиной суммы всех срочных уплат. Исходя из этого можно записать для годовой ренты

$$D = \frac{Y_1}{(1+i)} + \frac{Y_2}{(1+i)^2} + \frac{Y_3}{(1+i)^3} + \dots + \frac{Y_n}{(1+i)^n}$$

Либо по формуле суммы аннуитета

$$D = Y * \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} = Y * a_{i,n}$$

Откуда размер разового платежа (срочной уплаты) равен

$$Y = \frac{D}{a_{i,n}}$$

Поскольку проценты считаются от остатка непогашенного долга, размер процентов высчитывается для годовой ренты как  $I_k = D_k * i$ , ( $D_k$  - остаток непогашенного долга на начало периода  $k$ )

- **Пример**

Тот же. Погашение равными суммами вместе с процентами.

- $Y = 100 * 0,4 / (1 - 1,4^{-5}) = 49,136$  тыс. рублей
- $I_1 = D * i = 100 * 0,4 = 40$  тыс.руб.
- $R_1 = Y - I_1 = 49,136 - 40 = 9,136$  тыс.руб.

Остаток непогашенного долга на начало 2 года рассчитывается как разница между начальной суммой долга и размером погашенной задолженности первым платежом:

- $D_2 = D - R_1 = 100 - 9,136 = 90,864$  тыс. рублей

Далее сумма процентов в структуре срочной уплаты 49,136 тыс. рублей определяется из расчета процентов от остатка непогашенной задолженности  $D_2 = 90,864$  тыс. рублей, что соответствует сумме  $I_2 = 90,864 * 0,4 = 36,3456$  тыс. рублей

Методы погашения долгосрочной задолженности  
Погашение равными срочными платежами (аннуитетом)

№ платежа	Остаток непогаш задолж на нач периода $D_k$	Срочная уплата $Y$	Сумма выплаты процентов в $I_k$	Сумма выплаты долга $R_k$
1	100	49,136	40	9,136
2	90,864	49,136	36,35	12,79
3	78,073	49,136	31,23	17,91
4	60,17	49,136	24,07	25,07
5	35,10	49,136	14,04	35,10
Итого		<b>245,68</b>	145,69	100

## Методы погашения долгосрочной задолженности Погашение равными срочными уплатами (аннуитетом)

Суммы, идущие на погашение долга, увеличиваются во времени:

- $R_{k+1} = R_k(1+i)$  (для годовых выплат).

Размер роста  $R_k$  соответствует сумме уменьшения выплачиваемых процентов по долгу.

Платежи по погашению долга образуют ряд:

- $R_1, R_1(1+i), R_1(1+i)^2, R_1(1+i)^3, \dots, R_1(1+i)^n$ .

Используя этот ряд, несложно определить размер погашенного долга на любой момент времени  $t$  (после очередной выплаты).

- 
- $t-1$
- $W_t = \sum_{K=0}^{t-1} R_1(1+i)^K$
- $K=0$

Соответственно, остаток непогашенной задолженности на начало периода  $t$  будет равен разнице  $D$  и  $W_t$

- 

### Пример

Определить размер погашенного долга за 3 года и остаток к погашению до конца периода. (Условия предыдущей задачи).

Сумма взноса по погашению долга в первом периоде составляет  $R_1=9,136$  т. р.

Объем погашения за 3 года

- $W_3=9,136 * s_{3,40} = 9,136 * \{(1+0,4)^3 - 1\} / 0,4 = 39,83$  т.руб.

Остаток к погашению равен

- $D - W_3 = 100 - 39,83 = 60,17$  т.руб., что соответствует данным таблицы.

## Погашение схема «78»

- Пусть выдан потребительский кредит в сумме  $D$  на  $n$  лет. Общая сумма задолженности вместе с процентами за весь срок погашения равна
- $S = D(1 + n \cdot i)$ .
- Поскольку погашение ведется равными долями от общей суммы задолженности, размер срочной уплаты рассчитывается
- $Y = S/n$
- При режиме погашения  $p$  раз в год -  $Y = S/np$ .
- В срочной уплате выделяются части, направленные на погашение процентов  $I_t$  и основного долга  $R_t$ :  $Y = I_t + R_t$ . При расчете плана погашения определяется размер процентного платежа, а затем - сумма, направленная на погашение основного долга:
- $R_t = Y - I_t$ .

Методы погашения долгосрочной задолженности  
Погашение схема «78»

Процентные выплаты расположены в последовательности  $nr/Q$ ,  $nr-1/Q, \dots, 1/Q$ .

Величина  $Q$  - сумма арифметической прогрессии  $1, 2, 3, \dots, nr$  с первым членом 1 и разностью 1. Эта сумма равна

$$Q = nr(nr+1)/2.$$

Например, при погашении задолженности в течение 2 лет ежемесячными платежами “правило 78” преобразуется в “правило 300”:

$$Q = 2 * 12 * (2 * 12 + 1) / 2 = 24 * 2\% / 2 = 300$$

и процентные платежи в срочных уплатах расположены в последовательности

$$I_1 = 24/300 * I, I_2 = 23/300 * I, \dots, I_{24} = 1/300 * I.$$

- **Пример.**

- Погашение потребительского кредита ведется в течение 5 лет. Сумма кредита - 100 тыс. рублей, проценты - 20% годовых. Погашение ежемесячное.
- $S=D(1+in)=100(1+0,2*5)=200$  т. рублей.
- Сумма процентов -  $I=100$  т. рублей
- Срочная уплата  $Y=200/5*12=3,33$  т. рублей
- $Q=5*12*61/2=1830$
- Для первого платежа находим
- $I_1=60/1830*100=3,27$  т. рублей,  $R_1=3,33-3,27=0,06$  т. рублей

Методы погашения долгосрочной задолженности  
Погашение схема «78»

Месяц	Остаток задолженности на начало месяца	Проценты	Погашение долга	Остаток долга на конец месяца
1	100	3,27	0,06	99,94
2	99,94	3,22	0,11	99,83
3	99,83	3,17	0,16	99,67
...				
59	6,95	0,11	3,22	3,275
60	3,275	0,054	3,275	0
Итого	100	100	100	

- **Грант-элемент** - это условная потеря заимодавца, которая связана с применением более низкой процентной ставки, чем ставка кредитного рынка.
- Грант-элемент определяется в двух видах - абсолютной и относительной величины.
- Размер абсолютного грант-элемента находим следующим образом:
- $W = D - G$  (G-дисконтированная по ставке кредитного рынка величина льготного потока платежей).
- Относительный грант-элемент:
- $w = W/D = 1 - G/D$

- Пусть заем выдан на  $n$  лет и предусматривает выплату процентов по ставке  $g$ . На денежном рынке аналогичные по сроку и величине займы выдаются по ставке  $i$ . В этом случае срочная уплата составит:
- $Y = D/a_{n,g}$
- А современная величина всех выплат должника равна  $Ya_{n,i}$ . В итоге согласно формуле  $W$ :
- $W = D - Ya_{n,i} = D(1 - a_{n,i}/a_{n,g})$
- $w = 1 - a_{n,i}/a_{n,g}$
- где  $a_{n,i}/a_{n,g}$  - коэффициенты приведения постоянных годовых рент постнумерандо, определенные для процентных ставок  $i$  и  $g$ ,  $i > g$ .