Лекция 5
СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

1. Кодирование и единицы измерения информации. Представление числовой информации в ПЭВМ.
2. Системы счисления, применяемые в ПЭВМ.
3. Способы перевода чисел из одной позиционной системы счисления в другую.
4. Формы представления чисел в ПЭВМ.
5. Способы кодирования двоичных чисел в ПЭВМ.

Виды информации
по ее форме представления

- цифровая;
- текстовая;
- звуковая;
- графическая;
- видеоинформация

ВИЛЬГЕЛЬМ ЛЕЙБНИЦ
(1646-1716)

Возможность представления информации двоичными цифрами

Кол-во разрядов (бит)	1	2	3	4	…	8	…	16	…	32
Число возможных значений	$2^1 = 2$	$2^2 = 4$	$2^3 = 8$	$2^4 = 16$	…	$2^8 = 256$	…	$2^{16} = 65536$	…	$2^{32} = 4294967296$

0 или 1

00, 01, 10, 11

000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111

$N = 2^m$, где

N – количество независимых кодируемых значений;

m – разрядность двоичного кодирования

Единицы измерения информации:
1 бит =1 двоичный разряд= 0 или 1.
1 байт=8 бит(byte), количество битов, используемое для кодирования одного символа.

1 Кбайт = 1024 байт = 2^{10} байт.
1 Мбайт = 1024 Кбайт = 2^{20} байт
1 Гбайт = 1024 Мбайт = 2^{30} байт
1 Тбайт = 1024 Гбайт = 2^{40} байт

КОДИРОВАНИЕ ТЕКСТОВЫХ ДАННЫХ

- ASCII
- Windows-1251
- КОИ-8
- ISO
- ГОСТ и ГОСТ-альтернативная
- Unicode

Таблица 1.1. Базовая таблица кодировки ASCII

32	пробел	48	0	64	@	80	P	96	`	112	p
33	!	49	1	65	A	81	Q	97	a	113	q
34	"	50	2	66	B	82	R	98	b	114	r
35	#	51	3	67	C	83	S	99	c	115	s
36	$	52	4	68	D	84	T	100	d	116	t
37	%	53	5	69	E	85	U	101	e	117	u
38	&	54	6	70	F	86	V	102	f	118	v
39	'	55	7	71	G	87	W	103	g	119	w
40	(	56	8	72	H	88	X	104	h	120	x
41	)	57	9	73	I	89	Y	105	i	121	y
42	*	58	:	74	J	90	Z	106	j	122	z
43	+	59	;	75	K	91	[	107	k	123	{
44	,	60	<	76	L	92	\	108	l	124	|
45	-	61	=	77	M	93	]	109	m	125	}
46	.	62	>	78	N	94	^	110	n	126	~
47	/	63	?	79	O	95	_	111	o	127	

Таблица 1.2. Кодировка Windows 1251

128	Ђ	144	ђ	160		176	°	192	А	208	Р	224	а	240	р
129	Ѓ	145	‘	161	Ў	177	±	193	Б	209	С	225	б	241	с
130	‚	146	’	162	ў	178	І	194	В	210	Т	226	в	242	т
131	ѓ	147	“	163	Ј	179	і	195	Г	211	У	227	г	243	у
132	„	148	”	164	¤	180	ґ	196	Д	212	Ф	228	д	244	ф
133	…	149	•	165	Ґ	181	µ	197	Е	213	Х	229	е	245	х
134	†	150	–	166	¦	182	¶	198	Ж	214	Ц	230	ж	246	ц
135	‡	151	—	167	§	183	·	199	З	215	Ч	231	з	247	ч
136	’	152	˜	168	Ё	184	ё	200	И	216	Ш	232	и	248	ш
137	‰	153	™	169	©	185	№	201	Й	217	Щ	233	й	249	щ
138	Љ	154	љ	170	Є	186	є	202	К	218	Ъ	234	к	250	ъ
139	‹	155	›	171	«	187	»	203	Л	219	Ы	235	л	251	ы
140	Њ	156	њ	172	¬	188	ј	204	М	220	Ь	236	м	252	ь
141	Ќ	157	ќ	173	-	189	Ѕ	205	Н	221	Э	237	н	253	э
142	Ћ	158	ћ	174	®	190	ѕ	206	О	222	Ю	238	о	254	ю
143	Џ	159	џ	175	Ї	191	ї	207	П	223	Я	239	п	255	я

Таблица 1.3. Кодировка КОИ-8

128		144	▒	160	─	176	├	192	ю	208	п	224	Ю	240	П
129	│	145	▓	161	Ё	177	├	193	а	209	я	225	А	241	Я
130	┌	146	▓	162	┌	178	┤	194	б	210	р	226	Б	242	Р
131	┐	147	┌	163	ё	179	Ё	195	ц	211	с	227	Ц	243	С
132	└	148	■	164	┌	180	┤	196	д	212	т	228	Д	244	Т
133	┘	149	·	165	┌	181	┤	197	е	213	у	229	Е	245	У
134	├	150	√	166	┐	182	┬	198	ф	214	ж	230	Ф	246	Ж
135	┤	151	≈	167	┐	183	┬	199	г	215	в	231	Г	247	В
136	┬	152	≤	168	┐	184	┬	200	х	216	ь	232	Х	248	Ь
137	┴	153	≥	169	└	185	┴	201	и	217	ы	233	И	249	Ы
138	┼	154		170	└	186	┴	202	й	218	з	234	Й	250	З
139	▄	155	⌠	171	└	187	┴	203	к	219	ш	235	К	251	Ш
140	▌	156	°	172	┘	188	┼	204	л	220	э	236	Л	252	Э
141	▐	157	²	173	┘	189	┼	205	м	221	щ	237	М	253	Щ
142	▀	158	·	174	┘	190	┼	206	н	222	ч	238	Н	254	Ч
143	▀	159	÷	175	├	191	ё	207	о	223	ъ	239	О	255	Ъ

	040	041	042	043	044	045	046	047	048	049	04A	04B	04C	04D	04E	04F
0	È 0400	А 0410	Р 0420	а 0430	р 0440	è 0450	Ѡ 0460	Ψ 0470	Ҁ 0480	Ґ 0490	Ҡ 04A0	Ұ 04B0	І 04C0	Ӑ 04D0	З 04E0	Ӱ 04F0
1	Ё 0401	Б 0411	С 0421	б 0431	с 0441	ё 0451	ѡ 0461	ψ 0471	ҁ 0481	ґ 0491	ҡ 04A1	ұ 04B1	Ӂ 04C1	ӑ 04D1	з 04E1	ӱ 04F1
2	Ђ 0402	В 0412	Т 0422	в 0432	т 0442	ђ 0452	Ѣ 0462	Ѳ 0472	≠ 0482	Ғ 0492	Ӊ 04A2	Ҳ 04B2	ӂ 04C2	Ӓ 04D2	Ӣ 04E2	Ӯ 04F2
3	Ѓ 0403	Г 0413	У 0423	г 0433	у 0443	ѓ 0453	ѣ 0463	ѳ 0473	◌҃ 0483	ғ 0493	ӊ 04A3	ҳ 04B3	Ҷ 04C3	ӓ 04D3	ӣ 04E3	ӯ 04F3
4	Є 0404	Д 0414	Ф 0424	д 0434	ф 0444	є 0454	Ѥ 0464	Ѵ 0474	◌҄ 0484	Ҕ 0494	Ҥ 04A4	Ҵ 04B4	ҷ 04C4	Ӕ 04D4	Ӥ 04E4	Ӵ 04F4
5	Ѕ 0405	Е 0415	Х 0425	е 0435	х 0445	ѕ 0455	ѥ 0465	ѵ 0475	◌҅ 0485	ҕ 0495	ҥ 04A5	ҵ 04B5	Ӆ 04C5	ӕ 04D5	ӥ 04E5	ӵ 04F5
6	І 0406	Ж 0416	Ц 0426	ж 0436	ц 0446	і 0456	Ѧ 0466	Ѷ 0476	◌҆ 0486	Җ 0496	Ҧ 04A6	Ҷ 04B6	ӆ 04C6	Ӗ 04D6	Ӧ 04E6	
7	Ї 0407	З 0417	Ч 0427	з 0437	ч 0447	ї 0457	ѧ 0467	ѷ 0477		җ 0497	ҧ 04A7	ҷ 04B7	Ӈ 04C7	ӗ 04D7	ӧ 04E7	

КОДИРОВАНИЕ ГРАФИЧЕСКИХ ДАННЫХ

пиксели (picture element)

- номер(координаты) точки
- код цвета(сумма RGB)

КОДИРОВАНИЕ ЗВУКОВОЙ ИНФОРМАЦИИ

- ***Метод FM*** (Frequency Modulation)
- ***Метод таблично-волнового*** (Wave-Table) ***синтеза***

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

- *непозиционные*
- *позиционные*

Непозиционные Системы счисления

1	2	3	4	5	6	7	8	9
а҃	в҃	г҃	д҃	є҃	ѕ҃	з҃	и҃	ѳ҃
10	20	30	40	50	60	70	80	90
і҃	к҃	л҃	м҃	н҃	ѯ҃	о҃	п҃	ч҃
100	200	300	400	500	600	700	800	900
р҃	с҃	т҃	ѹ҃	ф҃	х҃	ѱ҃	ѿ҃	ц҃
11	12	13	14	15	16	17	18	19
аі҃	ві҃	гі҃	ді҃	єі҃	ѕі҃	зі҃	ні҃	ѳі҃
222		319		431			988	
ск҃в		тѳі҃		ѹла҃			цпи҃	
222		319		431			988	
1000		2000		20000			43000	
а҃		в҃		к҃			м҃г	
10000		300000		4000000			80000000	
а҃		г҃		д҃			и҃	

Кирилли́ческая

1 α	**10 ι**	**100 ρ**
2 β	20 κ	200 σ
3 γ	30 λ	300 τ
4 δ	40 μ	400 υ
5 ε	50 ν	500 φ
6 ς	60 ξ	600 χ
7 ζ	70 ο	700 ψ
8 η	80 π	800 ω
9 θ	90 ϟ	900 ϡ

Греческая

Римские цифры в Юникод

шрифт Universalia

0	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
Ⅰ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅳ	Ⅴ	Ⅵ	Ⅶ
2160	2161	2162	2163	2164	2165	2166

7	8	9	A	B	C	D	E	F
8	9	10	11	12	50	100	500	1 000
Ⅷ	Ⅸ	Ⅹ	Ⅺ	Ⅻ	Ⅼ	Ⅽ	Ⅾ	Ⅿ
2167	2168	2169	216A	216B	216C	216D	216E	216F

Позиционные системы счисления

однородные

$$A_{10} = 131 = 100 + 30 + 1$$

смешанные

система измерения углов и дуг

система измерения времени

307 известных системах счисления только лишь первобытных народов американского континента

древнегреческий абак был основан на двоично-пятиричной системе счисления

Троичная система счисления (“Сетунь”)

Основные характеристики позиционных систем счисления :

- *основание* системы счисления q;
- *значения цифр* (символов) a_k ;
- *вес разряда* (позиции) в числе R_j, где j – номер разряда.

$$\mathbf{R_j = q^j}$$

$$\mathbf{R_0 = 10^0 = 1; \quad R_1 = 10^1 = 10;}$$
$$\mathbf{R_2 = 10^2 = 100; \quad R_{-1} = 10^{-1} = 0{,}1;}$$

1961,56 =

$1*10^3 + 9*10^2 + 6*10^1 + 1*10^0 + 5*10^{-1} + 6*10^{-2}$

$$A_q = a_{n-1}q^{n-1} + \ldots + a_0 q^0 + a_{-1}q^{-1} + \ldots + a_m q^{-m} = \sum_{k=-m}^{n-1} a_k \cdot q^k$$

k – номер разряда числа;

m – количество разрядов дробной части числа;

n – количество разрядов в целой части числа;

a_k – значение цифры в k-м разряде.

$$A_k : a_{n-1} a_{n-2} \cdots a_0 a_{-1} \cdots a_{-m} = \sum_{k=-m}^{n-1} a_k$$

Двоичная система счисления **(q = 2_{10} = 10_2)**

$$A_2 = \sum_{k=-m}^{n-1} a_k \cdot 10_2^k, где\ a_k \in \{0,1\}.$$

$$A_2 = a_{n-1} \cdots a_0, a_{-1} \cdots a_{-m}$$

$$A_2 = 110{,}01 =$$

$$1 \cdot 10_2^{10} + 1 \cdot 10_2^1 + 0 \cdot 10_2^0 + 0 \cdot 10_2^{-1} + 1 \cdot 10_2^{-10} =$$

$$= 1 \cdot 2_{10}^2 + 1 \cdot 2_{10}^1 + 0 \cdot 2_{10}^0 + 0 \cdot 2_{10}^{-1} + 1 \cdot 2_{10}^{-2} = 6{,}25_{10}$$

Шестнадцатеричная система счисления

($q = 16_{10} = 10_{16}$)

0, 1, …, 9

$10_{10} = A_{16}$,
$11_{10} = B_{16}$,
$12_{10} = C_{16}$,
$13_{10} = D_{16}$,
$14_{10} = E_{16}$,
$15_{10} = F_{16}$

$$E6_{16}$$

$$14 \cdot 16_{10}^{1} + 6 \cdot 16_{10}^{0} = 230_{10}.$$

$$A_{16} = \sum_{k=-m}^{n-1} a_k \cdot 10_{16}^{k},$$

$$a_k \in \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F\}.$$

Способы перевода чисел из одной позиционной системы счисления в другую

Табличный метод

10-я	2-я	8-я	16-я
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9

10-я	2-я	8-я	16-я
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10
17	10001	21	11
18	10010	22	12
19	10011	23	13

Ответ: 16,24(8)= 1110,0101(2) .

Ответ: 1110,0101(2)= 16,24(8) .

7A,7E - шестнадцатеричное число

0111 1010 0111 1110

1111010,0111111 - двоичное значение

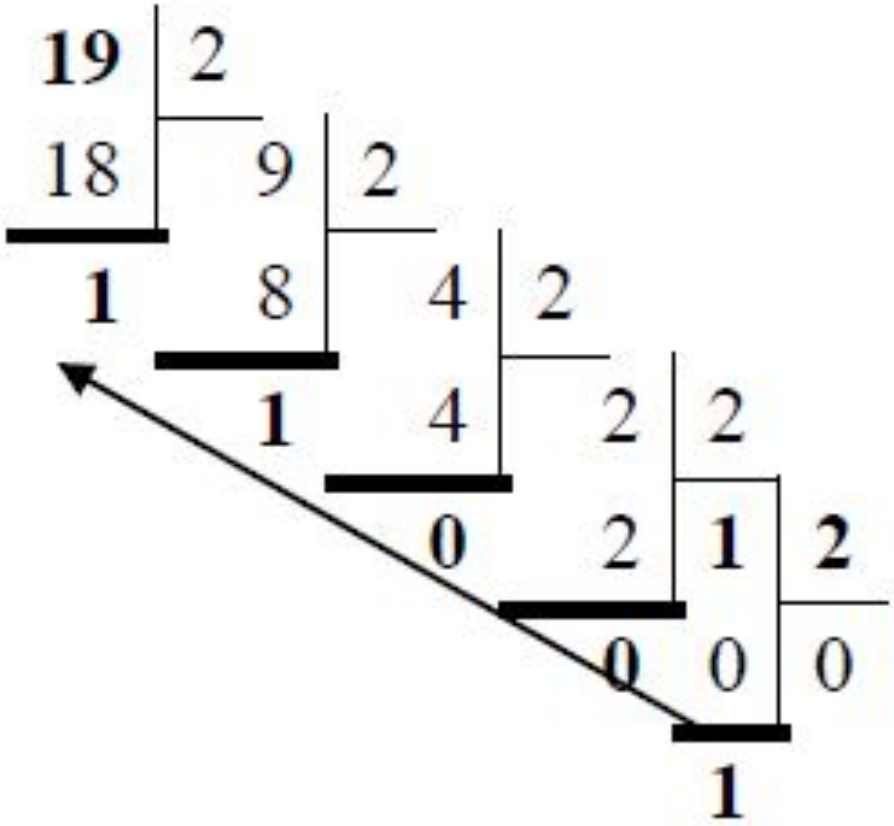
Ответ: 7A,7E(16)= 1111010,0111111(2) .

Ответ: 1111010,0111111(2)= 7A,7E(16) .

Расчетный метод

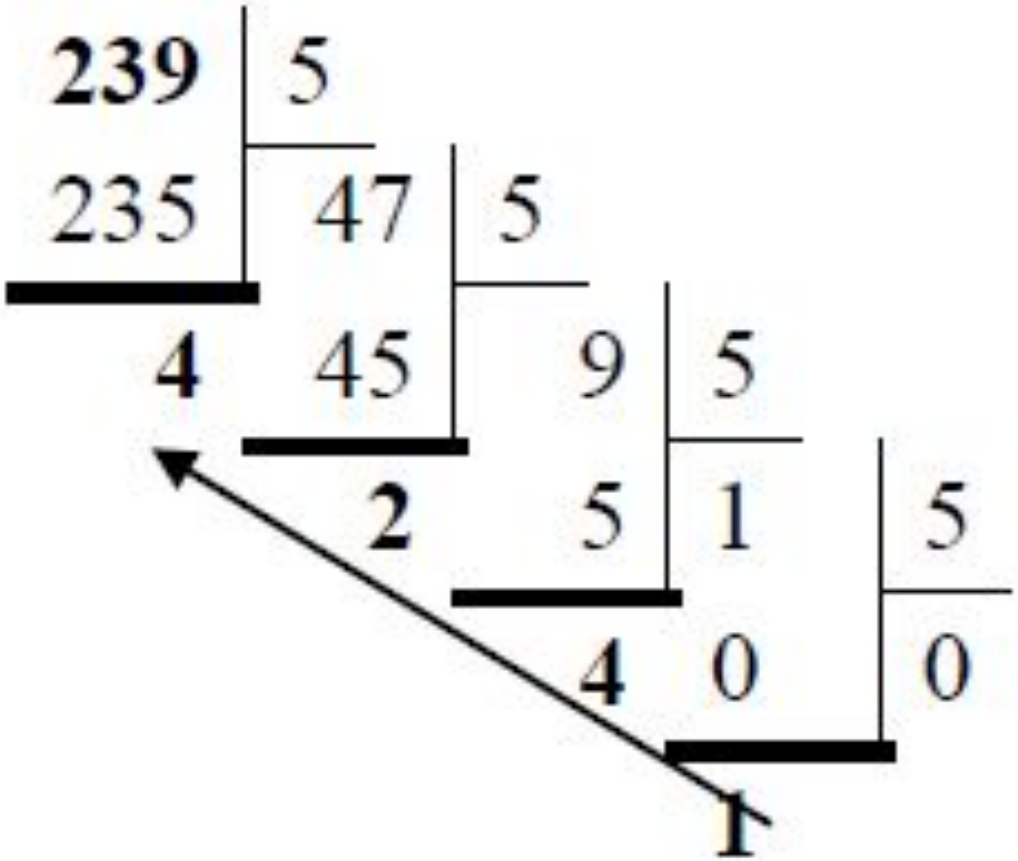
- перевод целых чисел,
- перевод правильных дробей,
- перевод неправильных дробей

перевод целых чисел

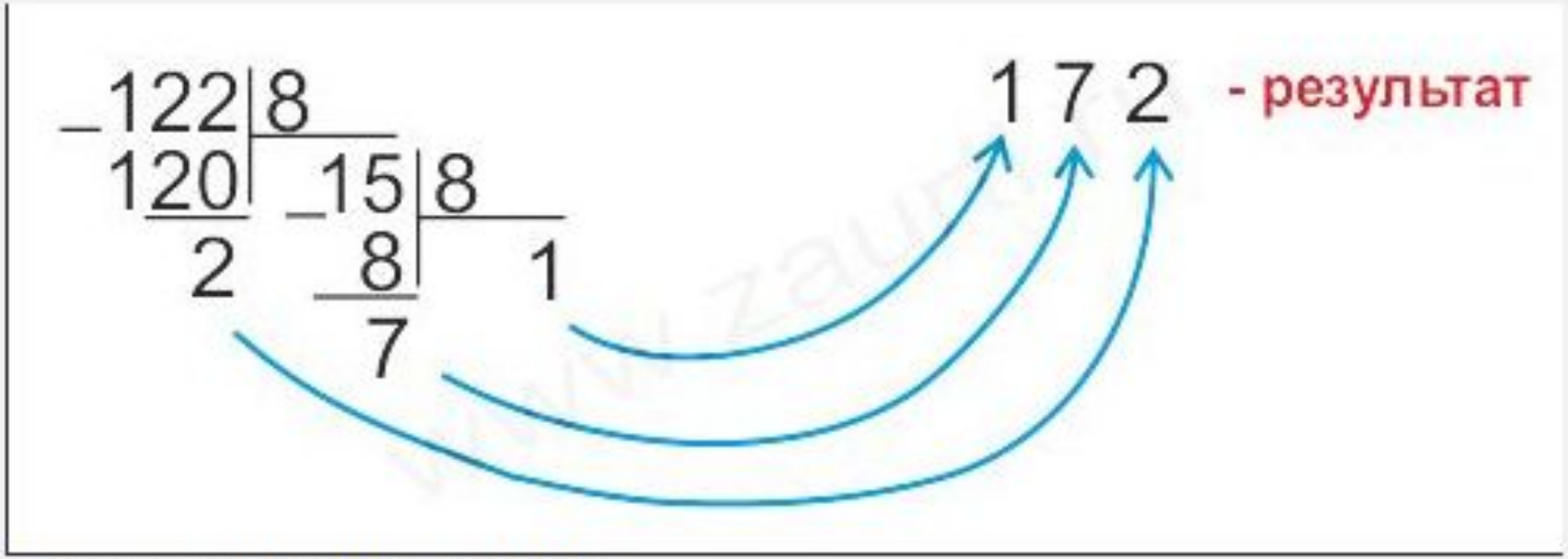


$$(19)_{10} = (10011)_2$$

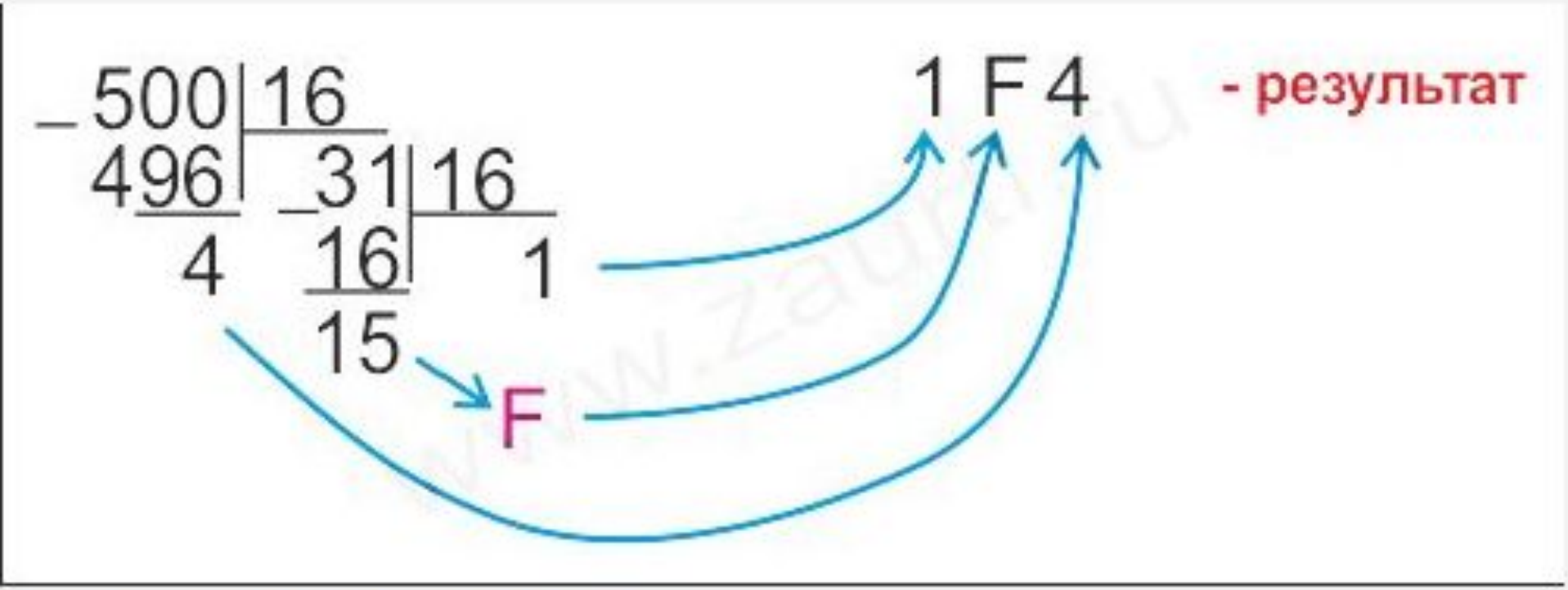
```
int dec, bin=0, j;

// из десятичного в двоичное
    cin >> dec;
    for(j=0; dec>0; j++)
    {
        bin+=(dec%2)*powl(10,j);
        dec/=2;
    }

    cout <<bin<< endl;
```



$$(239)_{10} = (1424)_5$$



Ответ: 122(10)=172(8).



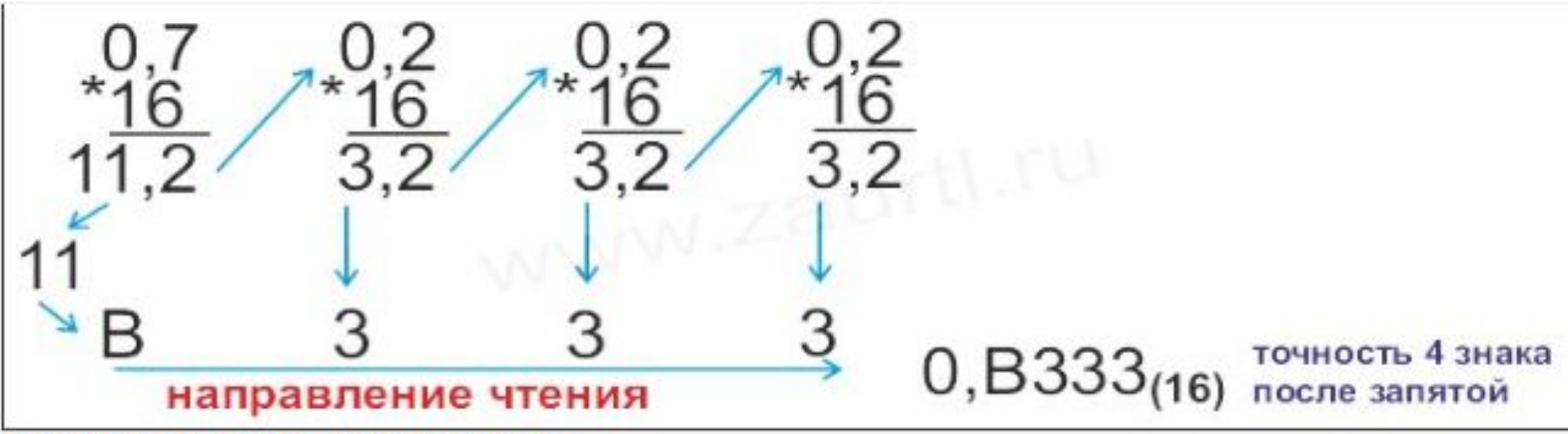
Ответ: 500(10)=1F4(16).

Перевод правильных дробей

Ответ: 0,625(10)=0,101(2).

0	675 2
1	350 2
0	700 2
1	400

Ответ: 0,6(10)=0,463(8).



Ответ: 0,7(10)=0,B333(16).

Перевод неправильных дробей

$$\mathbf{A = 19{,}675_{10} = 10011{,}101_2}$$

Перевод из недесятичной системы в десятичную

$$A_q = a_{n-1}q^{n-1} + \ldots + a_0 q^0 + a_{-1}q^{-1} + \ldots + a_m q^{-m} = \sum_{k=-m}^{n-1} a_k \cdot q^k$$

$$\overset{2}{1}\,\overset{1}{0}\,\overset{0}{1},\overset{-1}{1}\,\overset{-2}{1}_{(2)} \rightarrow (10) = 1*2^{2}+0*2^{1}+1*2^{0}+1*2^{-1}+1*2^{-2}=5{,}75_{(10)}$$

Ответ: 101,11(2)= 5,75(10) .

```
//из двоичного в десятичное
int var, result = 0;
cout << "Vvedite dvoichnoye chislo: ";
cin >> var;
  for (int r = 1; var > 0; r *= 2)   {
     result += (var % 10) * r;
     var /= 10;
  }
  cout << "Desyatichniy ekvivalent raven: " <<
result << endl;
```

$$\overset{1}{5}\,\overset{0}{7}\,,\overset{-1}{2}\,\overset{-2}{4}_{(8)\to(10)} = 5*8^{1}+7*8^{0}+2*8^{-1}+4*8^{-2} = 47{,}3125_{(10)}$$

Ответ: 57,24(8) = 47,3125(10) .

$$\overset{1}{7}\,\overset{0}{A}\,,\overset{-1}{8}\,\overset{-2}{4}_{(16)\to(10)} = 7*16^{1}+10*16^{0}+8*16^{-1}+4*16^{-2} = 122{,}515625_{(10)}$$

Ответ: 7A,84(16)= 122,515625(10) .

ФОРМЫ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ЧИСЕЛ В ЭВМ

- естественная форма (с фиксированным положением точки)
- нормальная форма (с плавающей точкой).

естественная форма

+0,10101

0	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**

-0,10101

1	**1**	**0**	**1**	**0**	**1**

m-разрядное число

знак	a_{-1}	a_{-2}	a_{-3}	…	a_{-m}

$$|A|_{\min} = 2^{-m} = 0{,}00\ldots1_{2,}$$

$$|A|_{\max} = 1 - 2^{-m} = 0{,}11\ldots1_{2}.$$

$$2^{-m} \le |A| \le 1 - 2^{-m}$$

нормальная форма

$$A_q = M_A q^L,$$

где M_A – мантисса числа А;

q – основание системы счисления;

L – порядок числа А.

$$175_{10} = 0{,}175*10^3 = 0{,}0175*10^4 = 1750*10^{-1}$$

$$10{,}101_2 = 0{,}10101*10^{10} = 101{,}01*10^{-01} = 10101*10^{-11}$$

$$q^{-1} \le |M| \le 1.$$

±	**1**	**2**	**…**	**k-1**	**k**	**±**	**1**	**2**	**…**	**p-1**	**p**

$$2^{-2^p} \le A \le 2^{(2^p - 1)}.$$

СПОСОБЫ КОДИРОВАНИЯ ДВОИЧНЫХ ЧИСЕЛ В ЭВМ

- кодирование знака числа;
- упрощение операции сложения отрицательных чисел

специальные машинные коды:

- прямой;
- дополнительный;
- обратный.

Прямой код

$$A_{пр} = \begin{cases} A, \text{ если } A \geq 0, \\ 1\text{-}A, \text{ если } A < 0. \end{cases}$$

$A = -0{,}101 \rightarrow A_{пр} = 1 - (-0{,}101) = 1.101$

Например:

$A = 0{,}10110 \rightarrow A_{п} = 0.10110$

$A = -\ 0{,}01101 \rightarrow A_{п} = 1.\ 01101$

Обратный код

$$A_{обр} = \begin{cases} A, \text{ если } A \geq 0 \\ 10_2 - 10^{-n} + A, \text{ если } A < 0 \end{cases}$$

n – количество разрядов дробной части числа;

10^{-n} – единица младшего разряда числа A

$A = +0{,}1011 \rightarrow A_{обр} = 0.1011$

$A = -0{,}1011 \rightarrow A_{обр} = 10 - 0{,}0001 + (-0{,}1011)$

$= 1.0100$

$A_{пр} = 1.0011 \rightarrow A_{обр} = 1.1100$

Дополнительный код

$$A_{доп} = \begin{cases} A, & \text{если } A \geq 0, \\ 10_2 + A, & \text{если } A < 0 \end{cases}$$

$$A = +0{,}1101 \rightarrow A_{доп} = 0.1101$$

$$A = -0{,}1101 \rightarrow A_{доп} = 10 + (-0{,}1101) = 1.0011$$

$$A_{доп} = 1.1011 \rightarrow A_{пр} = 1.0101$$

Сложение чисел в дополнительном и обратном кодах

Операнды	Дополнительный код	Обратный код
$A_2 = 0,10101$ $B_2 = 0,00111$	$[A]_д = 0.10101$ $+\ [B]_д = 0.00111$ $[C]_п = [C]_д = 0.11100$	$[A]_о = 0.10101$ $+\ [B]_о = 0.00111$ $[C]_п = [C]_о = 0.11100$
$A_2 = 0,10101$ $B_2 = -0,00111$	$[A]_д = 0.10101$ $+\ [B]_д = 1.11001$ 10.01110 Отбрасывается $[C]_п = [C]_д = 0.01110$	$[A]_о = 0.10101$ $+\ [B]_о = 1.11000$ 10.01101 1 $[C]_п = [C]_о = 0.01110$

Операнды	Дополнительный код	Обратный код
$A_2 = -0,10101$ $B_2 = 0,00111$	$[A]_д = 1.01011$ $+\ [B]_д = 0.00111$ $[C]_д = 1.10010$ Преобразование кода $[C]_п = 1.01110$	$[A]_о = 1.01010$ $+\ [B]_о = 0.00111$ $[C]_о = 1.10001$ Преобразование кода $[C]_п = 1.01110$
$A_2 = -0,10101$ $B_2 = -0,00111$	$[A]_д = 1.01011$ $+\ [B]_д = 1.11001$ $\mathbf{1}1.00100$ Отбрасывается $[C]_д = 1.00100$ Преобразование кода $[C]_п = 1.11100$	$[A]_о = 1.01010$ $+\ [B]_о = 1.11000$ $\mathbf{1}1.00010$ 1 $[C]_о = 1.00011$ Преобразование кода $[C]_п = 1.11100$