

Неравенства

Обобщающий урок
Подготовка к ЕГЭ

Корчагина Ирина Афанасьевна,
учитель математики МБОУ «СОШ №37 имени Новикова
Гаврила Гавриловича» г. Кемерово

Найти ООФ и ОЗФ

$$y = \sqrt{x+1}$$

$$x \geq -1$$

$$y \geq 0$$

$$y = \sqrt[3]{x+1}$$

$$x \in R$$

$$y \in R$$

Найти ООФ и ОЗФ

$$y = -2x^2 - 3 \quad y = -(2x - 3)^2$$

$$x \in R$$

$$y \leq -3$$

$$y \leq 0$$

Найти ООФ и ОЗФ

$$y = \log_3(4 - x) \quad y = \log_3^2(4 - x)$$

$$x < 4$$

$$y \in R$$

$$y \geq 0$$

Найти ООФ и ОЗФ

$$y = (0,2)^{\frac{1}{3x+1}} \quad y = -(0,2)^{\frac{1}{3x+1}}$$

$$x \neq -\frac{1}{3}$$

$$y > 0$$

$$y < 0$$

Найти ООФ и ОЗФ

$$y = \cos x \quad y = \cos^2 x$$

$$x \in R$$

$$y \in [-1;1]$$

$$y \in [0;1]$$

Найти ООФ и ОЗФ

$$y = \operatorname{tg} x \qquad y = \operatorname{tg}^2 x$$

$$x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

$$y \in \mathbb{R}$$

$$y \geq 0$$

Что общего во всех неравенствах?

$$\log_{0,3} x^2 < \log_{0,3} (2x - 1)$$

$$|x^2 + 3x - 5| \geq |x^2 - 7x + 5|$$

$$\sqrt{25 - x^2} < \sqrt{5x - 11}$$

$$(x^2 - 6x)^5 \geq (2x - 7)^5$$

$$(2^{x+1} + 1)^6 \geq (2^x + 17)^6$$

Решение: $\log_{0,3} x^2 < \log_{0,3} (2x - 1)$

Т.к. $\log_{0,3} t$ убывающая функция, то

$$x^2 > 2x - 1 > 0$$

$$(x - 1)^2 > 0 \quad \text{и} \quad 2x - 1 > 0$$

$$x \neq 1$$

$$x > \frac{1}{2}$$

$$\text{Ответ : } x \in \left(\frac{1}{2}; 1 \right) \cup (1; +\infty)$$

Решение: $|x^2 + 3x - 5| \geq |x^2 - 7x + 5|$

$$(x^2 + 3x - 5)^2 \geq (x^2 - 7x + 5)^2$$

$$(10x - 10)(2x^2 - 4x) \geq 0$$

$$(x - 1)x(x - 2) \geq 0$$



Ответ : $x \in [0;1] \boxtimes [2;+\infty]$

Решение: $\sqrt{25 - x^2} < \sqrt{5x - 11}$

$$\left(\sqrt{25 - x^2}\right)^2 < \left(\sqrt{5x - 11}\right)^2$$

$$0 \leq 25 - x^2 < 5x - 11$$

$$x^2 + 5x - 36 > 0 \quad \text{и} \quad 25 - x^2 \geq 0$$

$$x \in (-\infty; 9) \cap (4; +\infty)$$

$$x \in [-5; 5]$$

$$\text{Ответ: } x \in (4; 5]$$

Решить: $(x^2 - 6x)^5 \geq (2x - 7)^5$

$$\sqrt[5]{(x^2 - 6x)^5} \geq \sqrt[5]{(2x - 7)^5}$$

$$x^2 - 6x \geq 2x - 7$$

Ответ : $x \in (-\infty; 1] \cup [7; +\infty)$

Решить: $(2^{x+1} + 1)^6 \geq (2^x + 17)^6$

$$\sqrt[6]{(2^{x+1} + 1)^6} \geq \sqrt[6]{(2^x + 17)^6}$$

$$|2^{x+1} + 1| \geq |2^x + 17|$$

$$2^x \geq 2^4$$

Ответ : $x \geq 4$

Осуществить равносильный переход.

$$1) \frac{(x-3)\left(3^{\frac{1}{x-4}} + 0,3\right)}{x+2} \geq 0$$

$$3) \frac{x-4}{\operatorname{ctg}^2 \frac{\pi x}{4}} \leq 0$$

$$2) \left(2 - \sqrt{3x+1}\right)\left(\log_{0,5}^2(3x-6) + 2\right) < 0$$

$$4) \frac{1 - 2^{x^2+2x-15}}{\left(\log_{1,7}|x-1|\right)^2} > 0$$

$$6) (3-x)\sqrt{\log_3(x+5)} \leq 0$$

$$5) \frac{2 \cdot 4^{x+1} + 2^{x+1} - 8^x - 16}{1 - \cos^2 \frac{\pi x}{3}} \geq 0$$

Решение:

$$\frac{(x-3)\left(3^{\frac{1}{x-4}} + 0,3\right)}{x+2} \geq 0$$

□

$$\begin{cases} x \neq 4 \\ \frac{x-3}{x+2} \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \neq 4 \\ (x-3)(x+2) \geq 0 \\ x+2 \neq 0 \end{cases}$$

Решение: $(2 - \sqrt{3x + 1})(\log_{0,5}^2(3x - 6) + 2) < 0$

$$\begin{cases} 2 - \sqrt{3x + 1} < 0 \\ 3x - 6 > 0 \end{cases}$$

Решение:

$$\frac{x - 4}{\operatorname{ctg}^2 \frac{\pi x}{4}} \leq 0$$

$$x - 4 \leq 0$$

$$\operatorname{ctg} \frac{\pi x}{4} \neq 0$$

$$\frac{\pi x}{4} \neq \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Решение:

$$\frac{1 - 2^{x^2 + 2x - 15}}{(\log_{1,7} |x - 1|)^2} > 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 - 2^{x^2 + 2x - 15} > 0 \\ \log_{1,7} |x - 1| \neq 0 \\ x \neq 1 \end{array} \right.$$

Решение:

$$\frac{2 \cdot 4^{x+1} + 2^{x+1} - 8^x - 16}{1 - \cos^2 \frac{\pi x}{3}} \geq 0$$

$$2 \cdot 4^{x+1} + 2^{x+1} - 8^x - 16 \geq 0$$

$$\cos^2 \frac{\pi x}{3} \neq 1$$

Решение: $(3 - x)\sqrt{\log_3(x + 5)} \leq 0$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3 - x < 0 \\ \log_3(x + 5) > 0 \\ x + 5 > 0 \end{array} \right. \quad \text{или} \quad \left\{ \begin{array}{l} 3 - x = 0 \\ \log_3(x + 5) = 0 \\ x + 5 > 0 \end{array} \right.$$