Неравенства

Обобщающий урок
Подготовка к ЕГЭ

Корчагина Ирина Афанасьевна,
учитель математики МБОУ «СОШ №37 имени Новикова Гаврила Гавриловича» г. Кемерово

Найти ООФ и ОЗФ

$$y = \sqrt{x+1} \qquad y = \sqrt[3]{x+1}$$

$$x \geq -1 \qquad x \in R$$

$$y \geq 0 \qquad y \in R$$

Найти ООФ и ОЗФ

$$y = -2x^2 - 3 \qquad y = -(2x-3)^2$$

$$x \in R$$

$$y \le -3 \qquad y \le 0$$

Найти ООФ И ОЗФ

$$y = \log_3(4 - x) \qquad y = \log_3^2(4 - x)$$

$$x < 4$$

$$y \in R \qquad y \geq 0$$

Найти ООФ и ОЗФ

$$y = (0,2)^{\frac{1}{3x+1}} \qquad y = -(0,2)^{\frac{1}{3x+1}}$$

$$x \neq -\frac{1}{3}$$

$$y > 0 \qquad y < 0$$

Найти ООФ и ОЗФ

$$y = \cos x \qquad y = \cos^2 x$$

$$x \in R$$

$$y \in [-1;1] \qquad y \in [0;1]$$

Найти ООФ и ОЗФ

$$y = tgx \qquad\qquad y = tg^2 x$$

$$x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathrm{Z}.$$

$$y \in R \qquad\qquad y \geq 0$$

Что общего во всех неравенствах?

$$\log_{0,3} x^2 \langle \log_{0,3}(2x-1)$$

$$\left|x^2+3x-5\right| \geq \left|x^2-7x+5\right|$$

$$\sqrt{25-x^2} \langle \sqrt{5x-11}$$

$$\left(x^2-6x\right)^5 \geq (2x-7)^5$$

$$\left(2^{x+1}+1\right)^6 \geq \left(2^x+17\right)^6$$

Решение: $$\log_{0,3} x^2 < \log_{0,3}(2x-1)$$

$$Т.к.\quad \log_{0,3} t \quad \textit{убывающая функция, то}$$

$$x^2 > 2x-1 > 0$$

$$(x-1)^2 > 0 \qquad и \qquad 2x-1 > 0$$

$$x \neq 1 \qquad\qquad x > \frac{1}{2}$$

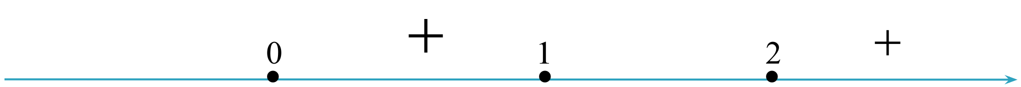
$$Ответ: x \in \left(\frac{1}{2};1\right) \cup (1;+\infty)$$

Решение: $$\left|x^2+3x-5\right| \geq \left|x^2-7x+5\right|$$

$$\left(x^2+3x-5\right)^2 \geq \left(x^2-7x+5\right)^2$$

$$(10x-10)\left(2x^2-4x\right) \geq 0$$

$$(x-1)x(x-2) \geq 0$$



$$\textit{Ответ}: x \in [0;1] \cup [2;+\infty]$$

Решение: $\sqrt{25-x^2}\langle\sqrt{5x-11}$

$$\left(\sqrt{25-x^2}\right)^2\langle\left(\sqrt{5x-11}\right)^2$$

$$0\le 25-x^2\langle 5x-11$$

$$x^2+5x-36\rangle 0 \qquad \text{и} \qquad 25-x^2\ge 0$$

$$x\in(-\infty;9)\cup(4;+\infty) \qquad\qquad x\in[-5;5]$$

$$\text{Ответ}: x\in(4;5]$$

Решить: $$\left(x^2-6x\right)^5 \geq \left(2x-7\right)^5$$

$$\sqrt[5]{\left(x^2-6x\right)^5} \geq \sqrt[5]{\left(2x-7\right)^5}$$

$$x^2-6x \geq 2x-7$$

$$Ответ: x \in \left(-\infty;1\right] \cup \left[7;+\infty\right)$$

Решить: $\left(2^{x+1}+1\right)^6 \geq \left(2^x+17\right)^6$

$$\sqrt[6]{\left(2^{x+1}+1\right)^6} \geq \sqrt[6]{\left(2^x+17\right)^6}$$

$$\left|2^{x+1}+1\right| \geq \left|2^x+17\right|$$

$$2^x \geq 2^4$$

$$Ответ: x \geq 4$$

Осуществить равносильный переход.

1) $$\frac{(x-3)\left(3^{\frac{1}{x-4}}+0{,}3\right)}{x+2} \geq 0$$

3) $$\frac{x-4}{ctg^2 \frac{\pi x}{4}} \leq 0$$

2) $$\left(2-\sqrt{3x+1}\right)\left(\log^2_{0,5}(3x-6)+2\right) < 0$$

4) $$\frac{1-2^{x^2+2x-15}}{\left(\log_{1,7}|x-1|\right)^2} > 0$$

6) $$(3-x)\sqrt{\log_3(x+5)} \leq 0$$

5) $$\frac{2\cdot 4^{x+1}+2^{x+1}-8^x-16}{1-\cos^2 \frac{\pi x}{3}} \geq 0$$

Решение:

$$\frac{(x-3)\left(3^{\frac{1}{x-4}}+0{,}3\right)}{x+2}\geq 0$$

$$\begin{cases} x\neq 4 \\ \dfrac{x-3}{x+2}\geq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x\neq 4 \\ (x-3)(x+2)\geq 0 \\ x+2\neq 0 \end{cases}$$

Решение: $\left(2-\sqrt{3x+1}\right)\left(\log_{0,5}^{2}(3x-6)+2\right)<0$

$$\begin{cases} 2-\sqrt{3x+1}<0 \\ 3x-6>0 \end{cases}$$

Решение:

$$\frac{x-4}{ctg^2\frac{\pi x}{4}} \le 0$$

$$\left[\begin{array}{l} x-4 \le 0 \\ ctg\frac{\pi x}{4} \ne 0 \\ \frac{\pi x}{4} \ne \pi n, n \in Z \end{array}\right.$$

Решение:

$$\frac{1-2^{x^2+2x-15}}{\left(\log_{1,7}|x-1|\right)^2} > 0$$

$$\begin{cases} 1-2^{x^2+2x-15} > 0 \\ \log_{1,7}|x-1| \neq 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

Решение:

$$\frac{2\cdot 4^{x+1}+2^{x+1}-8^{x}-16}{1-\cos^{2}\frac{\pi x}{3}}\geq 0$$

$$\begin{cases} 2\cdot 4^{x+1}+2^{x+1}-8^{x}-16\geq 0 \\ \cos^{2}\frac{\pi x}{3}\neq 1 \end{cases}$$

Решение: $$(3-x)\sqrt{\log_3(x+5)} \le 0$$

$$\begin{cases} 3-x<0 \\ \log_3(x+5)>0 \\ x+5>0 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} 3-x=0 \\ \log_3(x+5)=0 \\ x+5>0 \end{cases}$$