

# *Тема урока:*

векторы

ВЕКТОРЫ

на плоскости

НА ПЛОСКОСТИ

# План.

---

- 1. Историческая справка.
- 2. Определение вектора.
- 3. Нулевой вектор.
- 4. Длина вектора.
- 5. Коллинеарные векторы.
- 6. Виды коллинеарных векторов.
- 7. Противоположные векторы.
- 8. Равные векторы.
- 9. Откладывание вектора от данной точки.

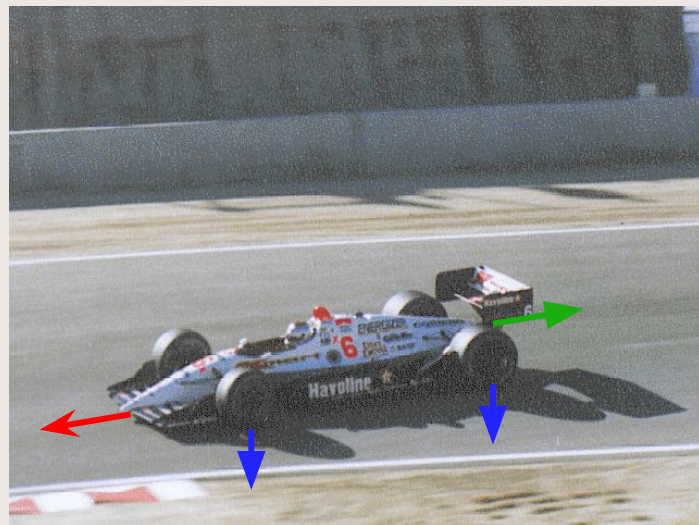
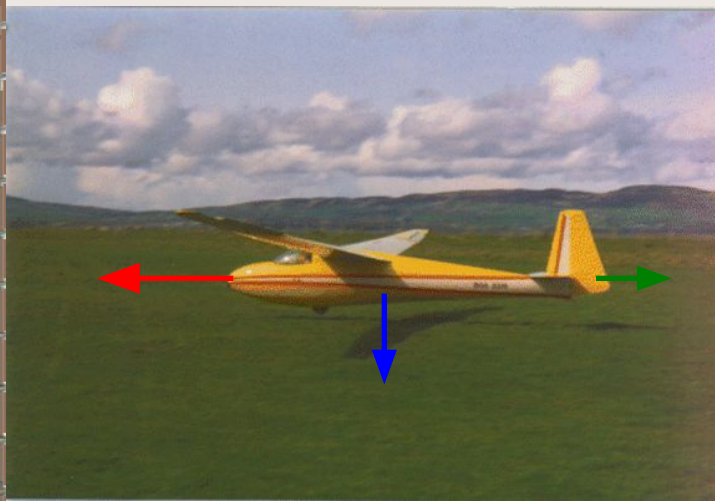
# Историческая справка



- Термин вектор (от лат. Vector – “несущий”) впервые появился в 1845 г. у ирландского математика Уильяма Гамильтона (1805 – 1865) в работах по построению числовых систем.

# Что такое вектор?

Понятие вектора возникает там, где приходится иметь дело с объектами, которые характеризуются величиной и направлением: например, скорость, сила, давление. Такие величины называются векторными величинами или векторами.



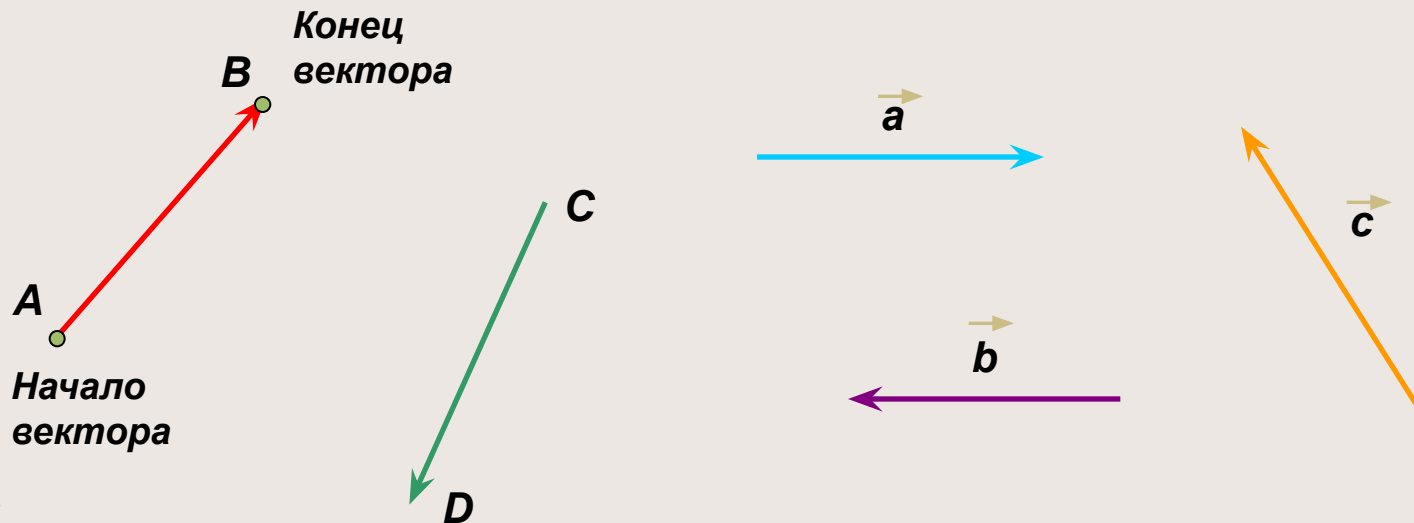
# Геометрическое понятие вектора

---

- *ОПР: Отрезок, для которого указано , какой из его концов считается началом , а какой – концом, называется направленным отрезком или вектором.*

# Геометрическое понятие вектора

- Направление вектора указывается стрелкой. Точка  $A$  называется *началом* вектора, а точка  $B$  – *концом*.
- Векторы обозначаются латинскими буквами  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ , ..., а также  $\vec{AB}$ ,  $\vec{CD}$ , ... (на первом месте ставится начало вектора).



# Нулевой вектор

- Любую точку плоскости можно считать вектором. Такой вектор называется **нулевым**.
- Начало нулевого вектора совпадает с его концом.
- Нулевой вектор обозначается  $\vec{0}$  или  $\vec{CC}$ .



# Длина (модуль) вектора.

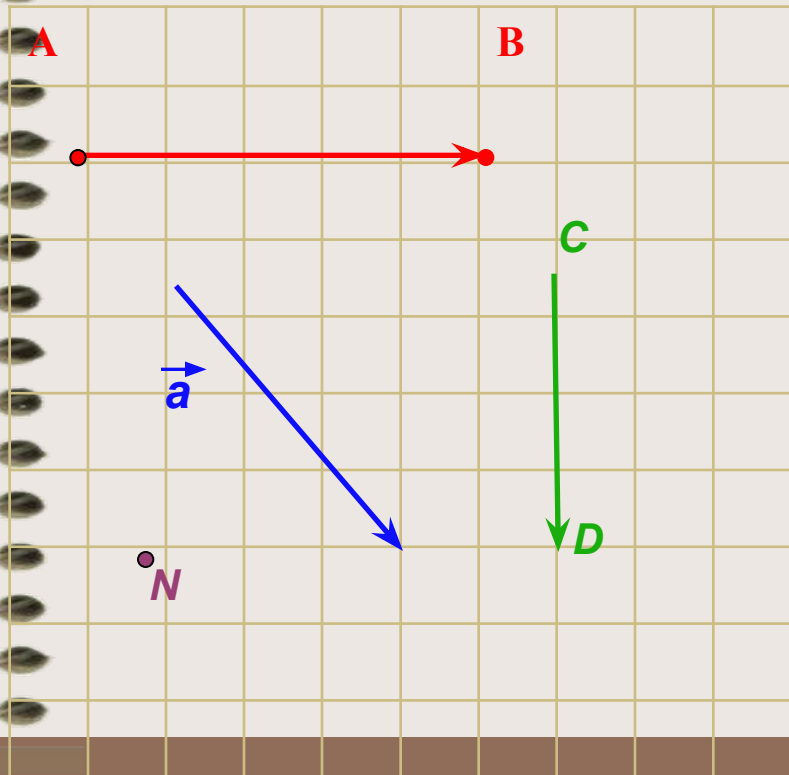
- ОПР: Расстояние между началом и концом вектора называется *длиной* или *модулем* вектора.
- Обозначение:  $|\vec{a}|$  или  $|\overrightarrow{AB}|$ .
- Длина нулевого вектора равна нулю.

$$|\vec{0}| = 0$$



## Задание 1.

*Каждая клетка на рисунке имеет сторону, равную единице измерения отрезков.*



$$|\vec{AB}| = 5$$

$$|\vec{a}| = 5$$

$$|\vec{CD}| = 4$$

$$|\vec{NN}| = 0$$

## Задание 2.

$$|\overrightarrow{AB}| = 6$$

$$|\overrightarrow{CD}| = 5$$

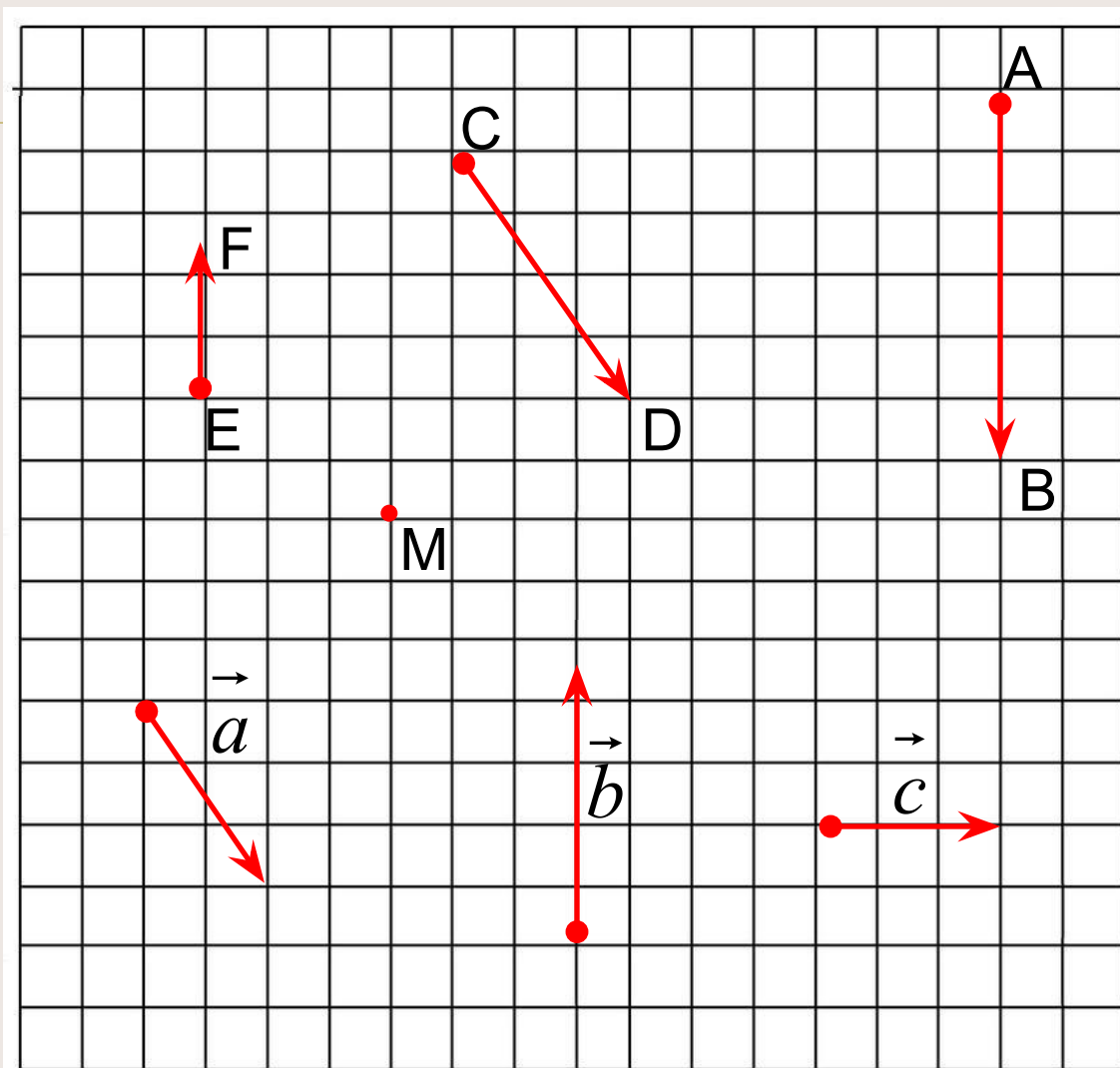
$$|\overrightarrow{EF}| = 2,5$$

$$|\overrightarrow{MM}| = 0$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{13}$$

$$|\vec{b}| = 4,5$$

$$|\vec{c}| = 3$$

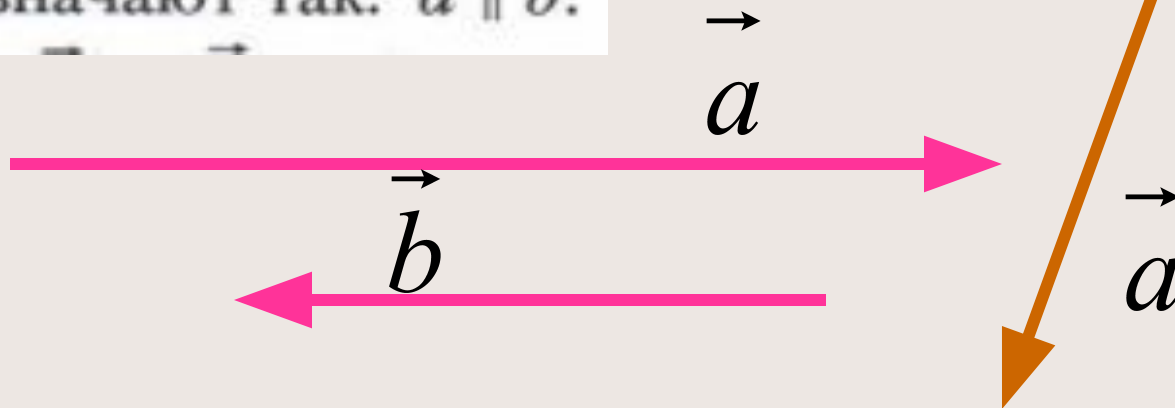


# Коллинеарные векторы

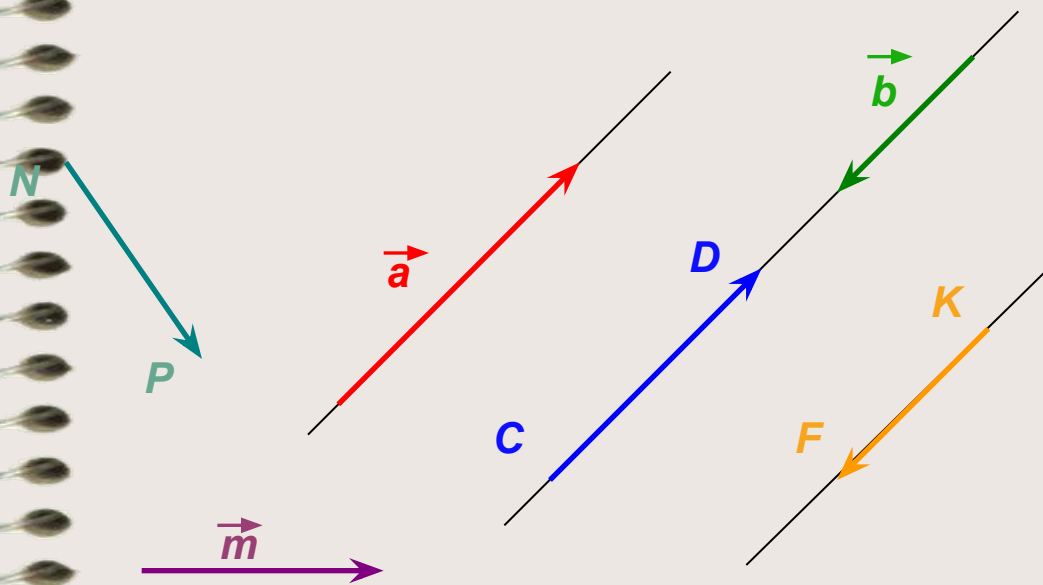
**ОПР:** Два ненулевых вектора называются коллинеарными, если они лежат на параллельных прямых или на одной прямой.

Нулевой вектор считается коллинеарным любому вектору.

обозначают так:  $\vec{a} \parallel \vec{b}$ .



# Задание: укажите коллинеарные векторы



$\vec{CD}, \vec{KF}, \vec{O}, \vec{a}, \vec{b}$  –  
коллинеарные

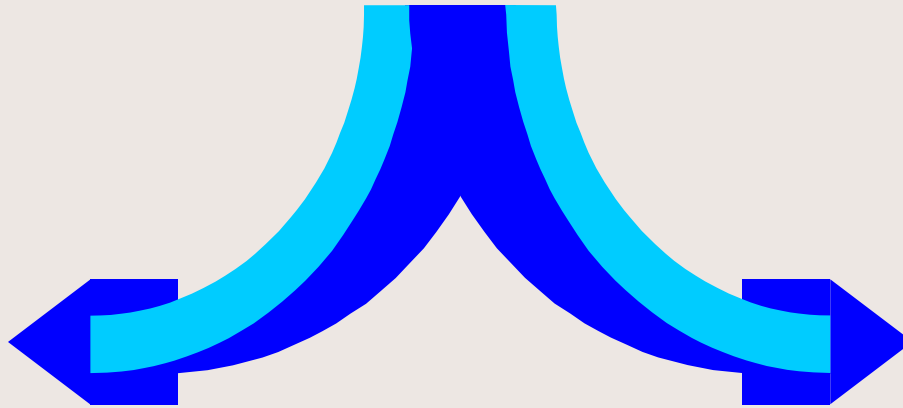
$\vec{O}, \vec{a}$  – коллинеарные

$\vec{O}, \vec{NP}$  – коллинеарные

$\vec{NP}, \vec{m}$  – не коллинеарные

# Коллинеарные векторы

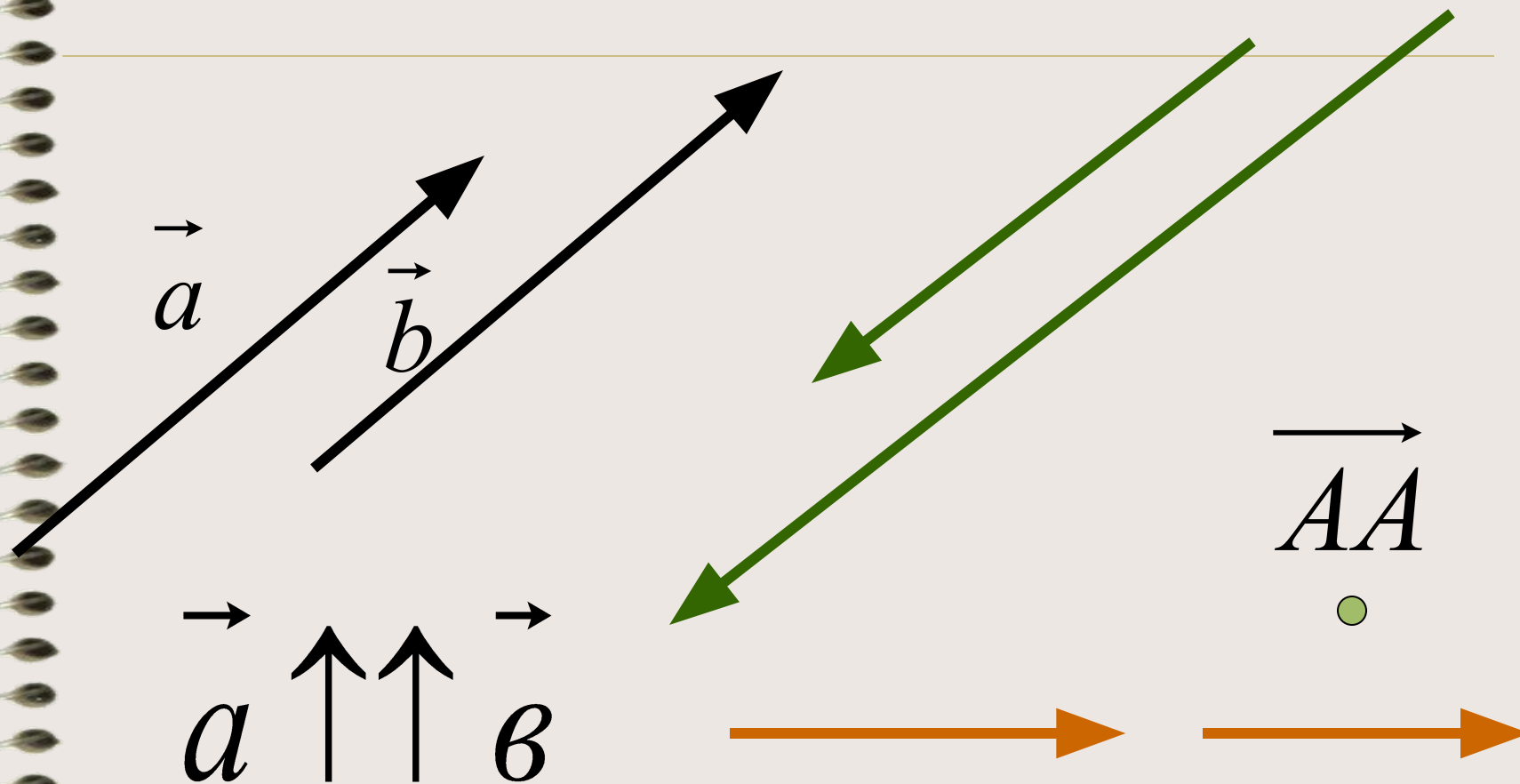
---



- **Сонаправленные**

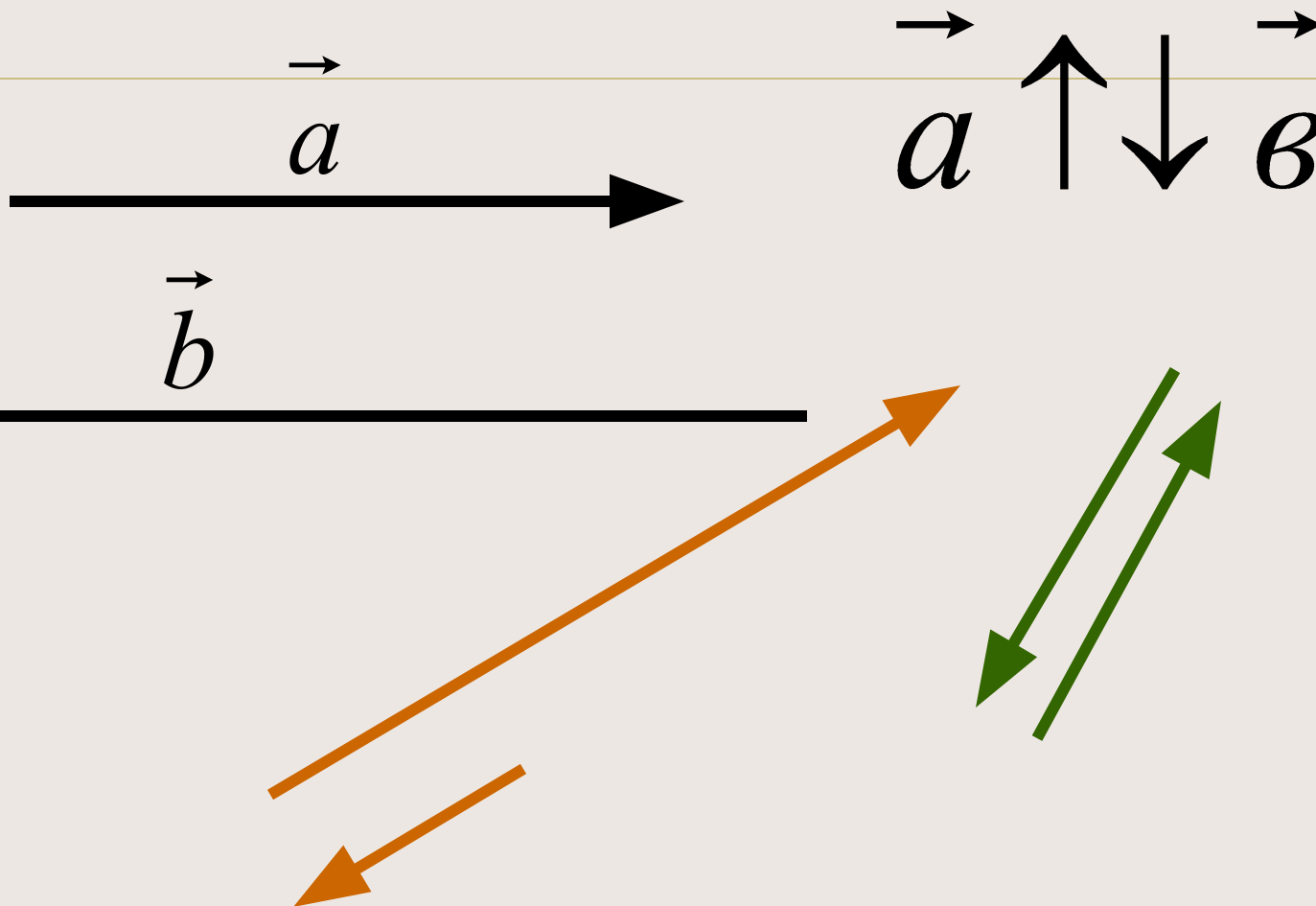
- **Противоположно  
направленные**

# Сонаправленные векторы



*Два вектора называются сонаправленными, если они коллинеарные и направлены одинаково.*

# Противоположно направленные векторы

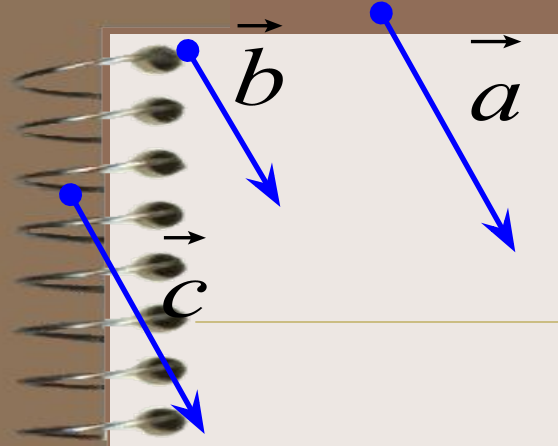


*Два вектора называются противоположно направленными, если они коллинеарны и противоположно направлены*

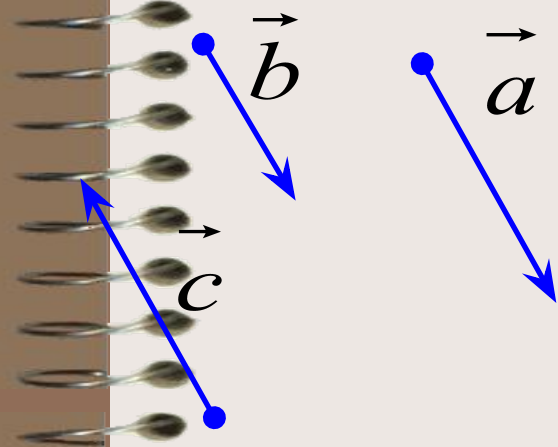
# Свойства коллинеарных векторов.

---

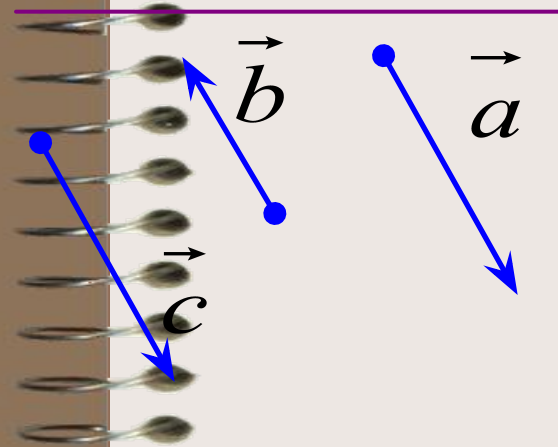




если  $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{c}$ ,  $\vec{b} \uparrow \uparrow \vec{c}$ ,  
( $\vec{c} \neq \vec{0}$ ), то  $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{b}$



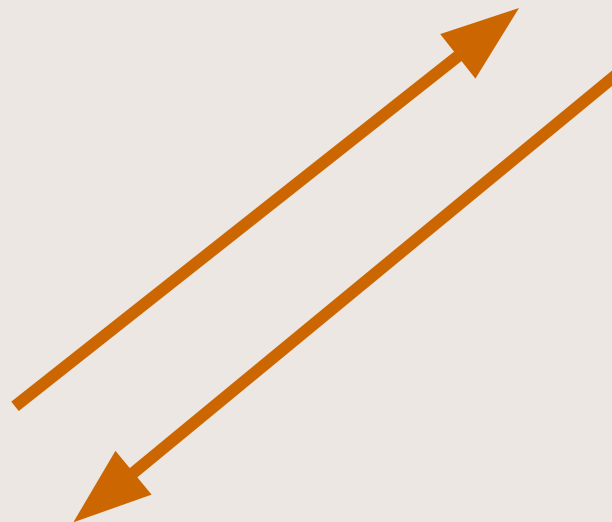
если  $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{c}$ ,  $\vec{b} \uparrow \downarrow \vec{c}$ ,  
то  $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{b}$



если  $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{c}$ ,  $\vec{b} \uparrow \downarrow \vec{c}$ ,  
то  $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{b}$

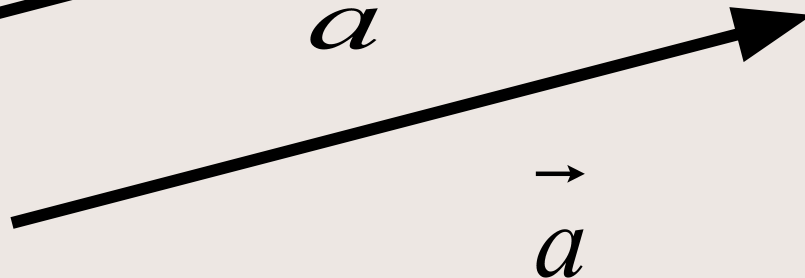
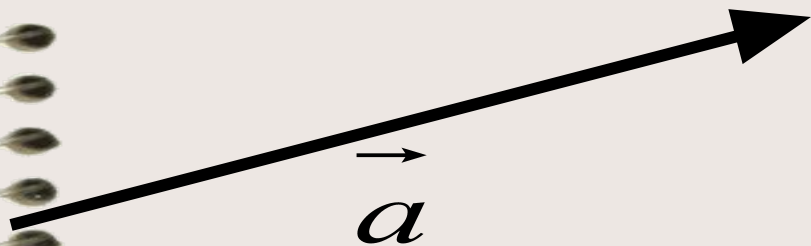
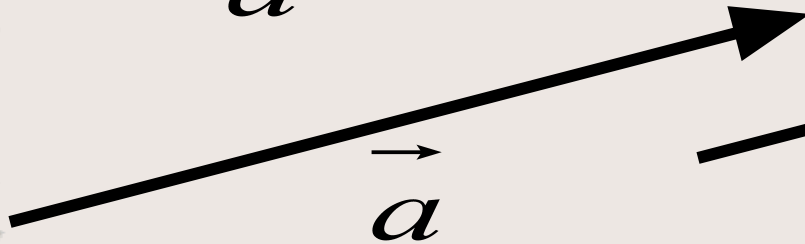
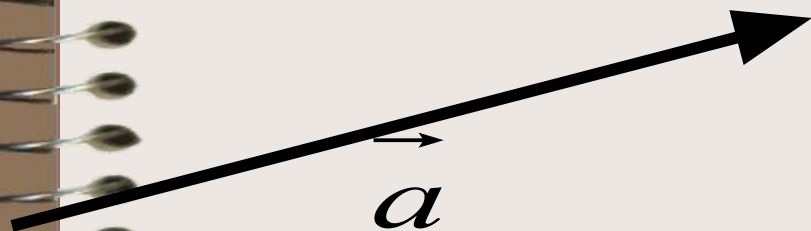
# Противоположные векторы

*Длины равны*



*Два вектора называются противоположными, если они противоположно направлены и их длины равны.*

# Равные векторы



ОПР: Ненулевые векторы называются **равными**, если они сонаправлены и их модули равны. Все нулевые векторы равны друг другу.

$$\vec{a} = \vec{b}, \text{ если}$$

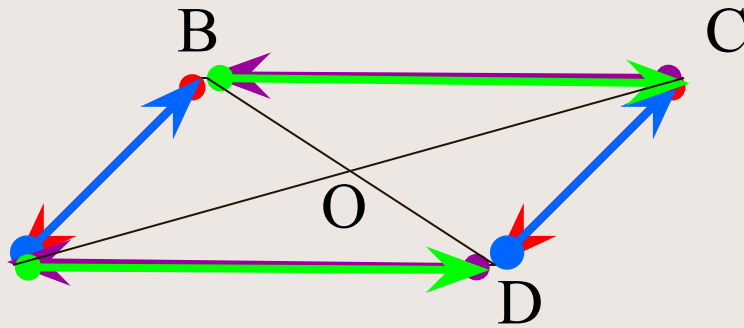
$$1. \vec{a} \uparrow \uparrow \vec{b}$$

$$2. |\vec{a}| = |\vec{b}|$$

Свойство равных векторов.

$$\text{если } \vec{a} = \vec{b} \text{ и } \vec{b} = \vec{c}, \text{ то } \vec{a} = \vec{c}.$$

Задание: найдите равные векторы.



1

$$\vec{a} \parallel \vec{b}$$

2

$$|\vec{a}| = |\vec{b}|$$

ABCD – параллелограмм.

$$\vec{BA} = \vec{CD};$$

$$\vec{AB} = \vec{DC};$$

$$\vec{CB} = \vec{DA};$$

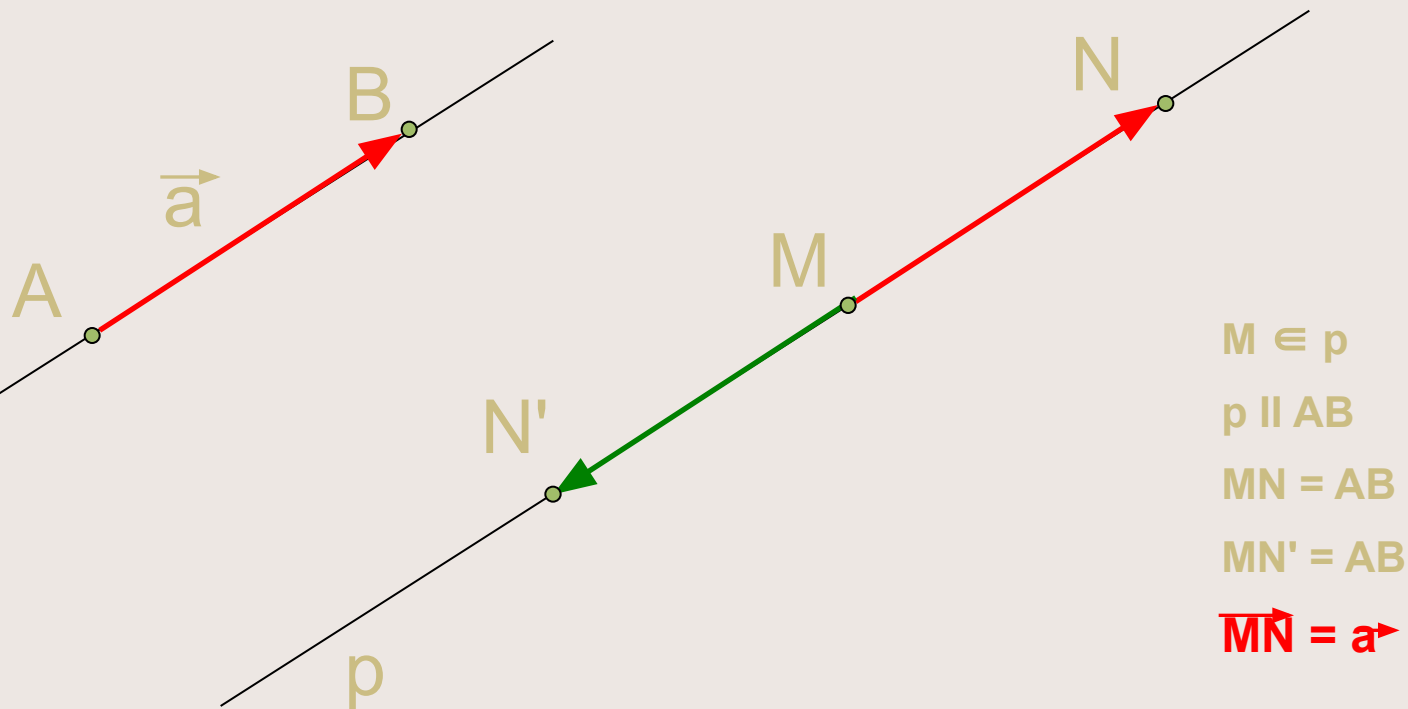
$$\vec{AD} = \vec{BC}.$$

Найдите еще пары равных векторов.

O – точка пересечения диагоналей.

# Откладывание вектора от данной точки

- От любой точки можно отложить вектор, равный данному вектору, и притом только один.



# Упражнение

*На рисунке 1 изображён параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ .*

*Точки  $M$  и  $K$  – середины рёбер  $B_1 C_1$  и  $A_1 D_1$ .*

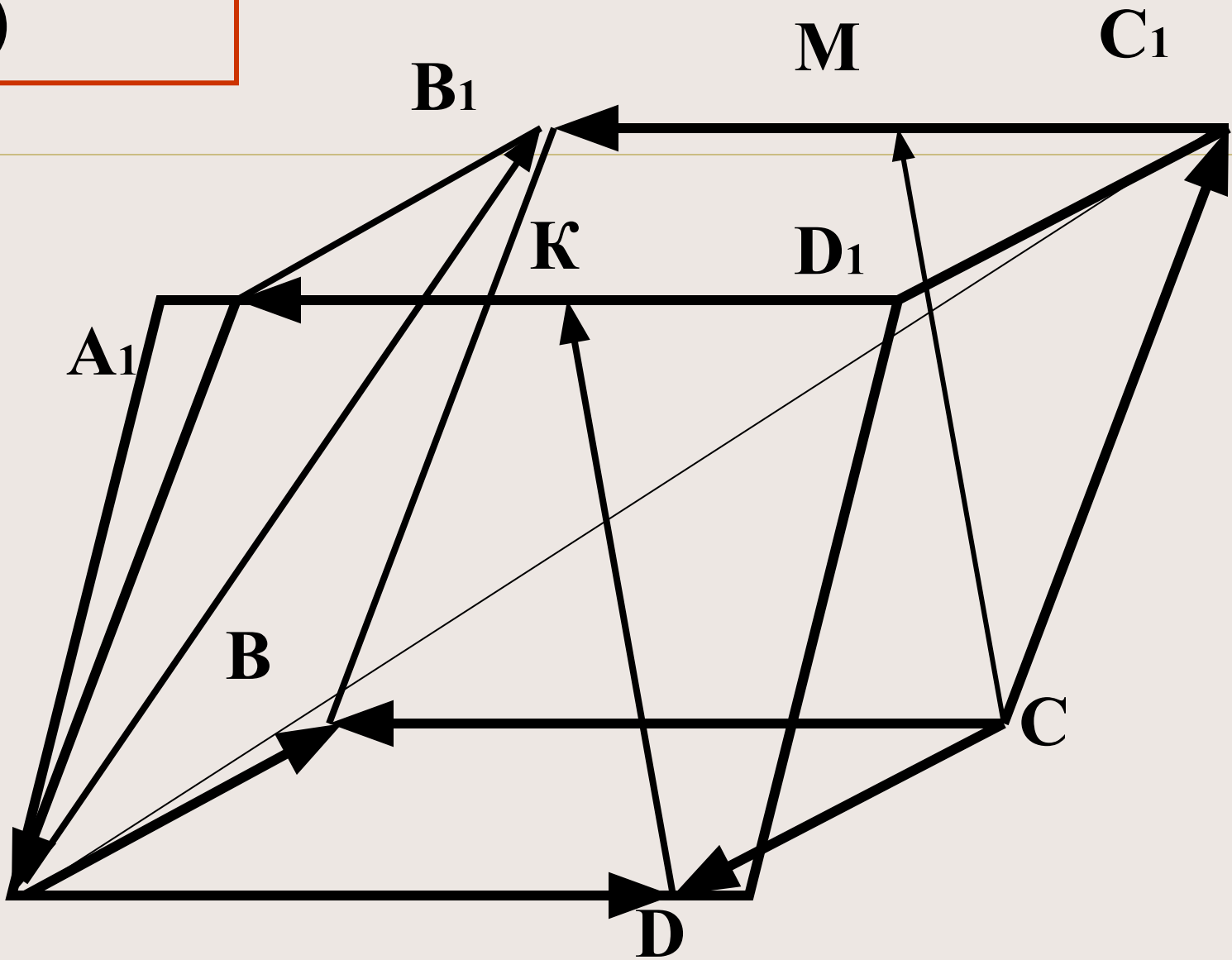
*Укажите все пары:*

*А) сонаправленных векторов*

*Б) противоположно направленных векторов*

*В) равных векторов.*

(1)





# ОТВЕТЫ.

---

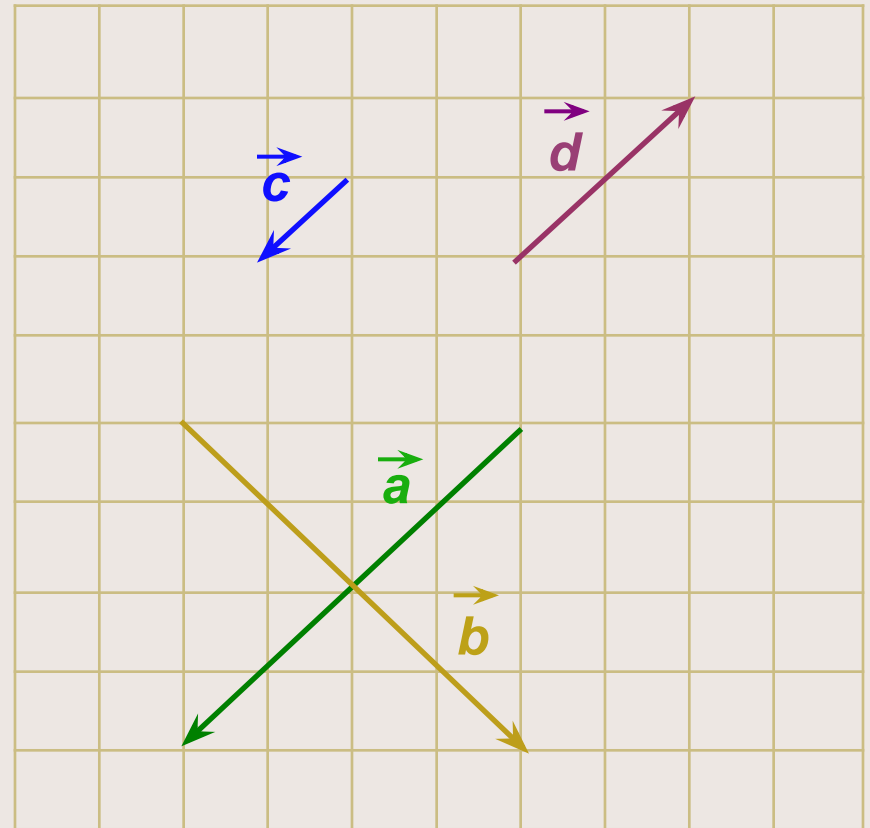
- А)  $KD$  и  $MC$ ,  $BC$  и  $B_1C_1$ ,  $A_1D_1$  и  $BC$ ,  
 $A_1D_1$  и  $B_1C_1$ .
- Б)  $DC$  и  $AB$ ,  $AD$  и  $BC$ ,  $AD$  и  $B_1C_1$ ,  
 $AD$  и  $A_1D_1$ .
- В)  $DK$  и  $MC$ ,  $AB$  и  $CD$ ,  $AB_1$  и  $AC$ ,  $B_1C_1$  и  $BC$ ,  
 $AD$  и  $B_1C_1$ .

# Задача 1

• Какие из векторов, изображенных на рисунке:

- 1) коллинеарны;
- 2) сонаправлены;
- 3) противоположно направлены;
- 4) имеют равные длины?

Отложите эти векторы от одной точки.



**Задача 2.** В прямоугольнике ABCD  $AB=3\text{см}$ ,  $BC=4\text{см}$ , точка M – середина стороны AB. Найдите длины векторов.

$$|\vec{AB}| = 3$$

$$|\vec{BC}| = 4$$

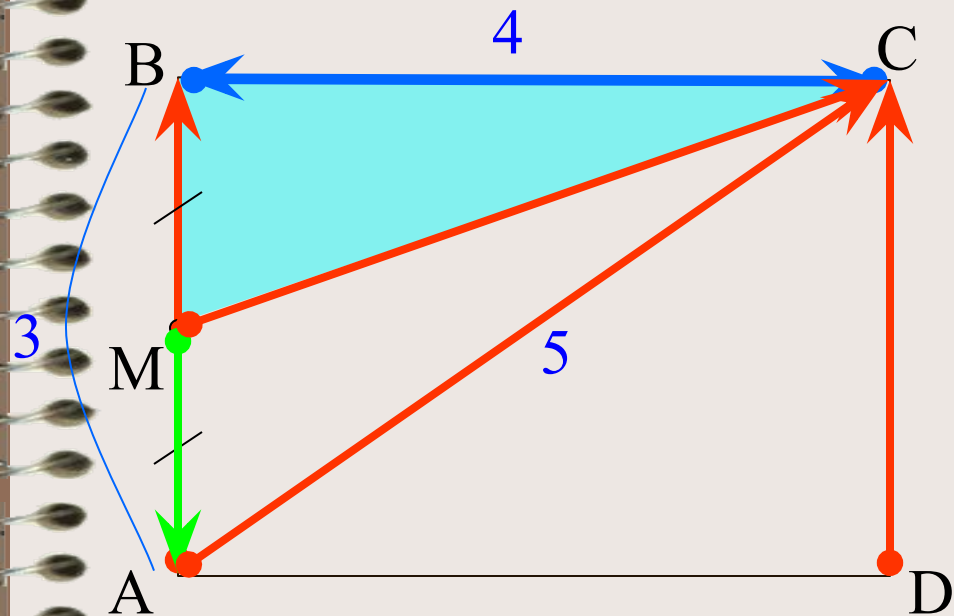
$$|\vec{DC}| = 3$$

$$|\vec{MA}| = 1,5$$

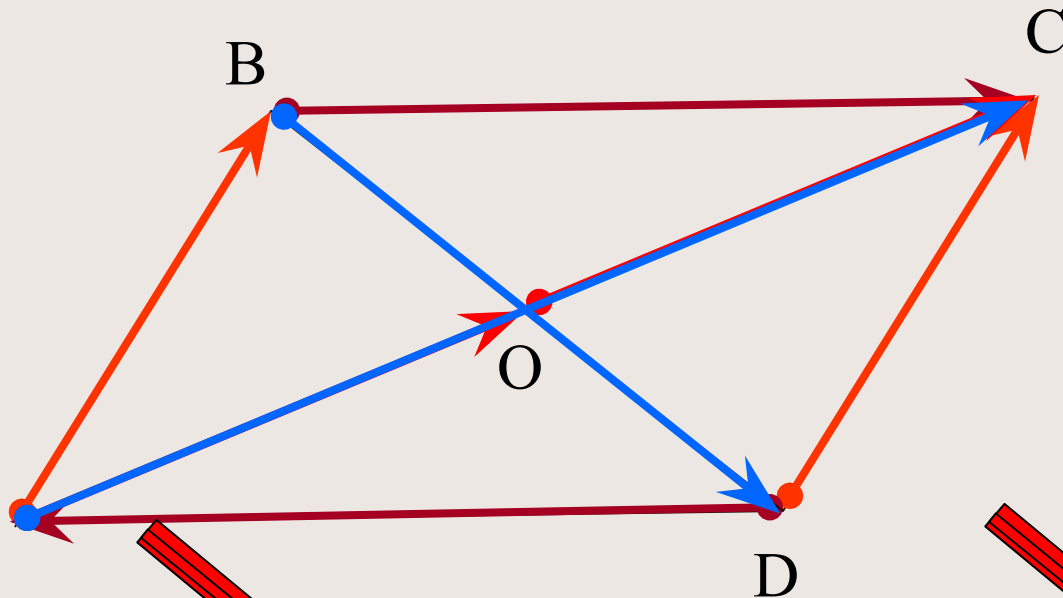
$$|\vec{CB}| = 4$$

$$|\vec{AC}| = 5$$

$$|\vec{MC}| =$$



**Задача 3.** В параллелограмме ABCD диагонали пересекаются в точке O. Равны ли векторы. Обоснуйте ответ.



$$\vec{AB} = \vec{DC};$$

$$\vec{BC} \neq \vec{DA};$$

$$\vec{AO} = \vec{OC};$$

$$\vec{AC} \neq \vec{BD}.$$

## Задача 4

- На рисунке изображена равнобедренная трапеция  $KLMN$ .
- а) Укажите сонаправленные, противоположно направленные, равные вектора.
- б) Укажите векторы, длины которых равны. Равны ли при этом сами векторы?

