

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ



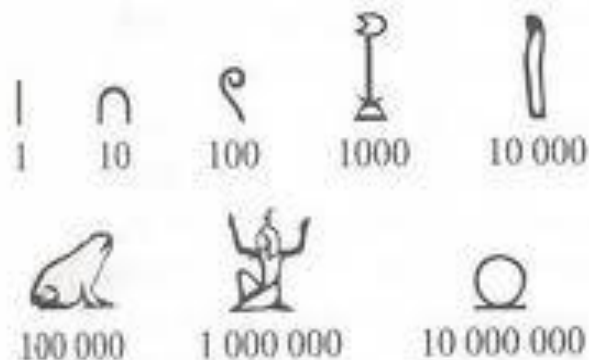
Системой счисления или *нумерацией* называется определенный способ записи числа.

Системы счисления бывают:

Позиционные

10сс	2сс	8сс	16сс
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

Непозиционные



Основные понятия позиционных систем счисления

Цифра – символ, используемый для записи числа.

Алфавит – совокупность всех цифр.

Размерность алфавита (основание) – количество цифр в алфавите.

Разряд числа – каждая позиция в записи числа

разряды : 3 2 1 0 -1 -2 -3

6248,547

Развернутая форма записи числа

$$23483_{10} = 2 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0.$$

$$1000110_2 = 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0;$$

$$7A0C_{16} = 7 \cdot 16^3 + 10 \cdot 16^2 + 0 \cdot 16^1 + 12 \cdot 16^0.$$

Базис системы счисления - последовательность чисел, каждое из которых задает "вес" соответствующих разрядов.

$\dots 10^5, 10^4, 10^3, 10^2, 10^1, 10^0, 10^{-1}, 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}, 10^{-5} \dots$

Таким образом «разложить число по базису системы счисления» - это представить число в развернутой форме.

Традиционная система счисления - системы счисления, в которых цифры являются неотрицательными числами, а базис образуют члены геометрической прогрессии.

Основание	Название	Алфавит	Базис
2	Двоичная	0,1	$\dots 2^3 2^2 2^1 2^0 2^{-1} 2^{-2} 2^{-3} \dots$
3	Троичная	0,1,2	$\dots 3^3 3^2 3^1 3^0 3^{-1} 3^{-2} 3^{-3} \dots$
8	Восьмеричная	0,1,2,3,4,5,6,7	$\dots 8^3 8^2 8^1 8^0 8^{-1} 8^{-2} 8^{-3} \dots$
16	Шестнадцатеричная	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A, ,B,C,D,E,F	$\dots 16^3 16^2 16^1 16^0 16^{-1} 16^{-2} \dots$

В любой позиционной системе счисления число, количественно равное ее основанию, записывается как 10.

Например: $10_2=2$, $10_3=3$, $10_8=8$, $10_{16}=16$

Натуральный ряд в 10 с/с:

1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15...

Натуральный ряд в 5 с/с:

1,2,3,4,10,11,12,13,14,20,21,22,23,24,30

В позиционных системах счисления основание системы определяет, во сколько раз различаются значения различных разрядов.

Например:

При переносе запятой на один знак вправо число $311,211_4$ увеличится в 4 раза, а при переносе на 2 знака влево уменьшится в 16 раз.

Задание:

1. Во сколько раз увеличится число 11_2 , если к нему приписать справа два нуля?
2. Во сколько раз изменится значение числа $1001,01_2$, если запятую перенести на 3 позиции вправо?
3. При переносе запятой на два знака вправо число $240,13_x$ увеличилось в 25 раз. Чему равно основание системы счисления x ?

Перевод чисел с применением схемы Горнера

Перевод на примере целого восьмеричного числа 231745_8 .

Запишем число в развернутой форме и преобразуем полученную сумму к эквивалентной скобочной форме:

$$\begin{aligned}231745_8 &= 2*8^5 + 3*8^4 + 1*8^3 + 7*8^2 + 4*8^1 + 5*8^0 = \\ &= (((((2*8+3)*8+1)*8+7)*8+4)*8+5) = 78821\end{aligned}$$

Скобочное выражение вычисляем с помощью калькулятора, последовательно выполняя операции умножения и сложения.

Перевод на примере дробного двоичного числа $0,110101_2$.

$$\begin{aligned}0,110101_2 &= 1*2^{-1} + 1*2^{-2} + 0*2^{-3} + 1*2^{-4} + 0*2^{-5} + 1*2^{-6} = \\ &= 1*2^{-6} + 0*2^{-5} + 1*2^{-4} + 0*2^{-3} + 1*2^{-2} + 1*2^{-1} = \\ &= ((((((1/2+0)/2+1)/2+0)/2+1)/2+1)/2 = 0,828125\end{aligned}$$

Скобочное выражение вычисляем с помощью калькулятора, последовательно выполняя операции деления и сложения.

Нетрадиционные системы счисления. Фибоначчиева система счисления.

Базисом фибоначчиевой системы является последовательность **1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ...**, т. е. идущие подряд числа Фибоначчи.

Каждое число, записанное в фибоначчиевой системе счисления, начиная с третьего, равно сумме двух предыдущих, т.е. $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$

Алфавитом этой системы счисления являются цифры **0** и **1**.

В записи числа в фибоначчиевой системе **не могут стоять две единицы подряд.**

Пример. Покажем, как записывать числа в фибоначчиевой системе счисления:

$$37 = 34 + 3 = 1 \cdot 34 + 0 \cdot 21 + 0 \cdot 13 + 0 \cdot 8 + 0 \cdot 5 + 1 \cdot 3 + 0 \cdot 2 + 0 \cdot 1 =$$

$$10000100_{\text{Fib}};$$

$$25 = 21 + 3 + 1 = 1 \cdot 21 + 0 \cdot 13 + 0 \cdot 8 + 0 \cdot 5 + 1 \cdot 3 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 100101_{\text{Fib}}.$$

Задание для самостоятельной работы:



Задание 1

Запишите десятичные числа 30, 125 и 1949 в фибоначчиевой системе счисления.

Задание 2

Определите десятичный эквивалент чисел, записанных в фибоначчиевой системе: 10010101 , 101010101 .

Задание 3

Выполнить быстрый перевод в десятичную систему счисления следующих чисел, пользуясь калькулятором и схемой Горнера: 207_8 ; 10110_2 ; $0,1101_2$; $0,356_8$

Задание 4

Составить программу вычисления n -го элемента из ряда чисел Фибоначчи ($n > 2$) согласно определению $f_1 = 1$, $f_2 = 2$, $f_i = f_{i-1} + f_{i-2}$. Массив в программе не использовать. Выполнить тестирование программы

Алгоритм перевода целых чисел из фибоначчиевой системы счисления в десятичную.

В ФСС “вес” каждого разряда числа также определяется базисом этой системы.

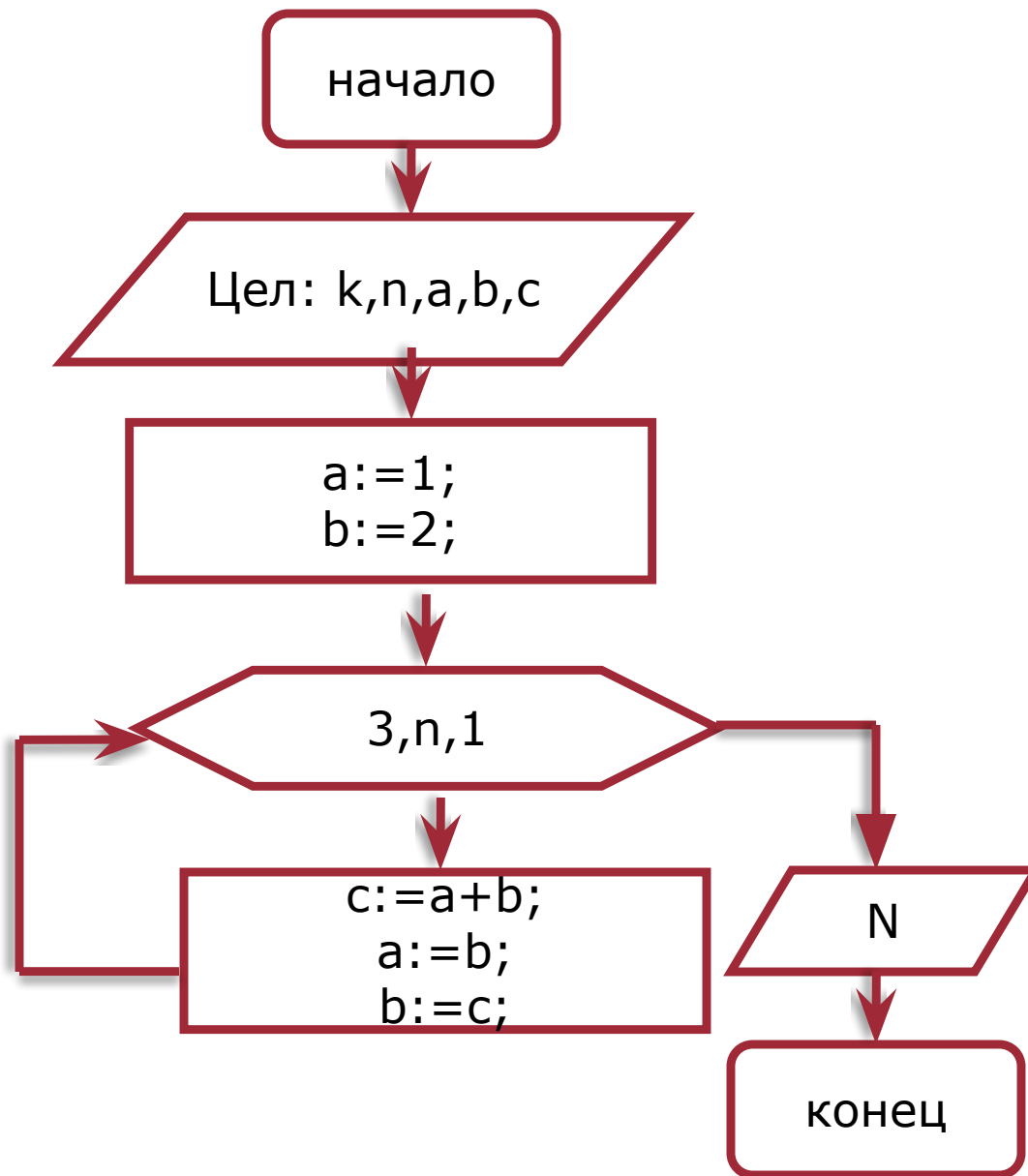
1. Напишем над каждой цифрой в фибоначчиевой записи числа, начиная с младшей цифры, вес соответствующего разряда.
2. Сложим все числа, стоящие над единицами. Полученное число будет десятичным эквивалентом фибоначчиева числа.

Для решения обратной задачи достаточно подобрать такие числа Фибоначчи, сумма которых равна исходному десятичному числу. Например, число 10 можно представить суммой следующих чисел Фибоначчи: $10_{10} = 5 + 3 + 2$. Это позволяет записать нам 10_{10} в виде 1110 (выполнили разложение по базису).

В любой системе счисления 100 - минимальное трехзначное число. Поэтому ему предшествует максимальное двухзначное число, которое во всех разрядах содержит цифру, на единицу меньше основания системы счисления.

Ответ: $44(5)$, $66(7)$, $88(9)$

Задание 4



[]

NONAME00.PAS

```
program Numbers_FIB;
uses crt;
var k,n,a,b,c:integer;
begin
clrscr;
writeln('vvedite nomer n iskomogo chisla fibonachchi');
readln(n);
a:=1;<1 element>
b:=2;<2 element>
for k:=3 to n do <polychaem elementy c 3 po n>
begin
c:=a+b;<noviy element>
a:=b;
b:=c;
end;
writeln(n,' element=' ,c);
readkey;
end._
```