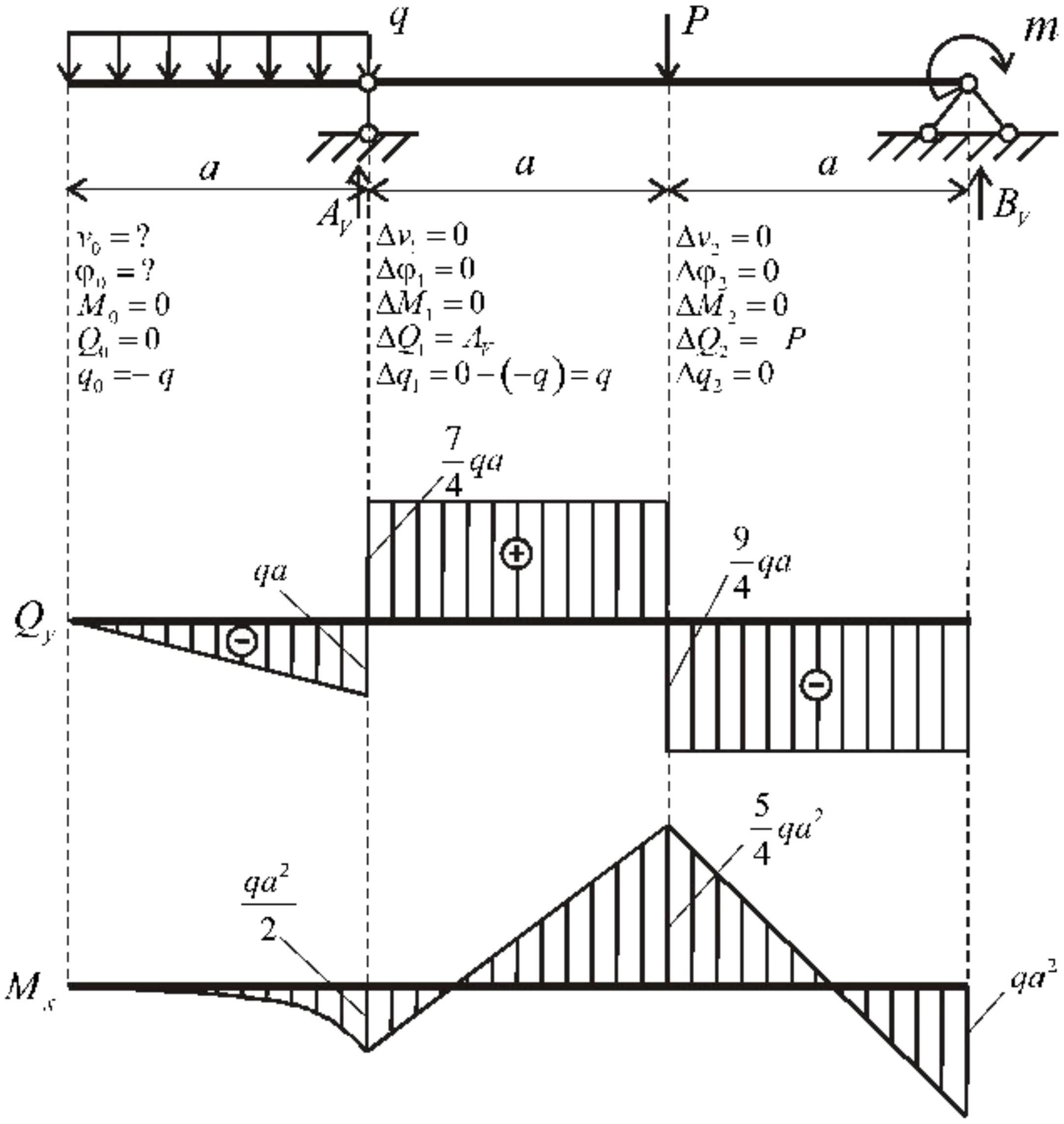
Задача 8.1

РАСЧЕТ БАЛОК ПО МЕТОДУ НАЧАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ

ЗАДАЧА №8.1



Дано:

$q,\ a,\ EJ = const$

$P = 4qa$

$m = qa^2$

$v(z) = ?$

$(z) = ?$

$M_x(z) = ?$

$Q_y(z) = ?$

Решение:

Сначала строим эпюры Q_y, M_x. Затем $v(z)$, (z) - методом начальных параметров.

1) Определение опорных реакций

$\sum mom_B = 0$.

$$q \cdot a \cdot \frac{5}{2}a - A_V \cdot 2a + P \cdot a - m = 0;$$

$$A_V = \frac{5}{2}\frac{qa^2}{2a} + \frac{4qa^2}{2a} - \frac{qa^2}{2a} = \frac{11}{4}qa\ .$$

$$\sum V = 0\ .$$

$$A_V + B_V - P - q \cdot a = 0\ ;$$

$$A_V = 4qa + qa - \frac{11}{4}qa = \frac{9}{4}qa\ .$$

$$Q_y^{I} = -qz\ ;$$

$$Q_y^{II} = -qa + A_V = -qa + \frac{11}{4}qa = \frac{7}{4}qa\ ;$$

$$Q_y^{III} = -qa + A_V - P = \frac{7}{4}qa - 4qa = -\frac{9}{4}qa\ .$$

$$M_x^{I} = -q\frac{z^2}{2};$$

$$M_x^{II} = -qa\left(z-\frac{a}{2}\right)+A_V\left(z-a\right) = -qaz+\frac{qa^2}{2}+\frac{11}{4}qaz-\frac{11}{4}qa^2 = \frac{7}{4}qaz-\frac{9}{4}qa^2 = \frac{qa}{4}\left(7z-9a\right);$$

$$M_x^{II}\left(2a\right) = \frac{5}{4}qa^2;$$

$$M_x^{III} = -qa\left(z-\frac{a}{2}\right)+A_V\left(z-a\right)-P\left(z-2a\right) = \frac{qa}{4}\left(7z-9a\right)-4qaz+8qa^2 = \frac{qa}{4}\left(23a-9z\right).$$

$$v\left(z\right) = \left\{\left[\left(v_0 + {}_0\cdot z - \frac{q\cdot z^4}{4!EJ}\right)+\frac{11}{4}qa\frac{\left(z-a\right)^3}{3!EJ}+q\frac{\left(z-a\right)^4}{4!EJ}\right]-4qa\frac{\left(z-2a\right)^3}{3!EJ}\right\}$$

( ) - I участок, [ ] - II участок, { } - III участок.

2 неизвестных константы v_0, ${}_0$ определяем из граничных условий:

$$\begin{cases} v_1(a) = 0 \\ v_3(3a) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_1(a) = v_0 + {}_0 \cdot a - \dfrac{q \cdot a^4}{4!EJ} = 0 \\ v_3(3a) = \left\{ \left[\left(v_0 + {}_0 \cdot 3a - \dfrac{q \cdot (3a)^4}{4!EJ} \right) + \dfrac{11}{4} qa \dfrac{(3a - a)^3}{3!EJ} + q \dfrac{(3\varphi - a)^4}{4!EJ} \right] - 4qa \dfrac{(3a - 2a)^3}{3!EJ} \right\} = 0 \end{cases}$$

Система 2-х уравнений относительно v_0, ${}_0$.

$$\begin{cases} v_0 + {}_0 \cdot a = \dfrac{1}{24} \dfrac{q \cdot a^4}{EJ} \\ v_0 + 3 {}_0 \cdot a = -\dfrac{7}{24} \dfrac{q \cdot a^4}{EJ} \end{cases} \qquad \begin{cases} v_0 = \dfrac{5}{24} \dfrac{q \cdot a^4}{EJ} \\ {}_0 = -\dfrac{1}{6} \dfrac{q \cdot a^3}{EJ} \end{cases}$$

Окончательное выражение для упругой кривой прогиба, угла поворота, изгибающегс момента и поперечной силы:

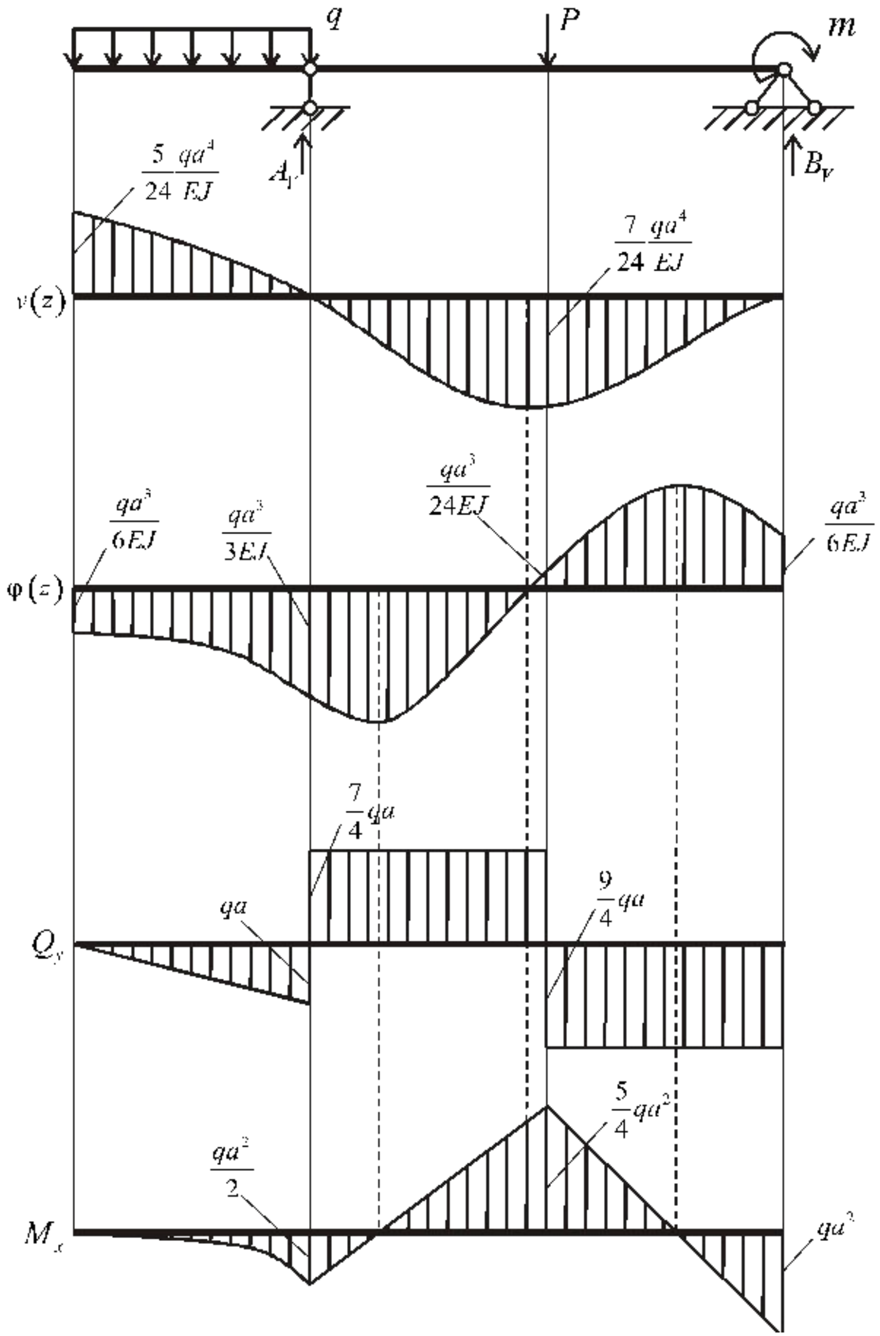
$$v(z)=\left\{\left[\left(\frac{5q\cdot a^4}{24EJ}-\frac{q\cdot a^3}{6EJ}\cdot z-\frac{q\cdot z^4}{24EJ}\right)+\frac{11}{4}qa\frac{(z-a)^3}{6EJ}+q\frac{(z-a)^4}{24EJ}\right]-4qa\frac{(z-2a)^3}{6EJ}\right\}$$

$$(z)=\frac{dv}{dz}=\left\{\left[\left(-\frac{q\cdot a^3}{6EJ}-\frac{q\cdot z^3}{6EJ}\right)+\frac{11}{4}qa\frac{(z-a)^2}{2EJ}+q\frac{(z-a)^3}{6EJ}\right]-4qa\frac{(z-2a)^2}{2EJ}\right\}$$

$$M_x(z)=EJ\frac{d^2v}{dz^2}=\left\{\left[\left(-\frac{q\cdot z^2}{2}\right)+\frac{11}{4}qa(z-a)+q\frac{(z-a)^2}{2}\right]-4qa(z-2a)\right\}$$

$$Q_y(z)=EJ\frac{d^3v}{dz^3}=\left\{\left[(-q\cdot z)+\frac{11}{4}qa+q(z-a)\right]-4qa\right\}$$

Строим эпюры



$$v(0) = \frac{5}{24}\frac{q\cdot a^4}{EJ}$$

$$v(2a) = -\frac{7}{24}\frac{q\cdot a^4}{EJ}$$

$$(0) = -\frac{q\cdot a^3}{6EJ}, \qquad (a) = -\frac{q\cdot a^3}{3EJ}$$

$$(2a) = \frac{q\cdot a^3}{24EJ}, \qquad (3a) = \frac{q\cdot a^3}{6EJ}$$