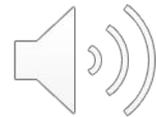
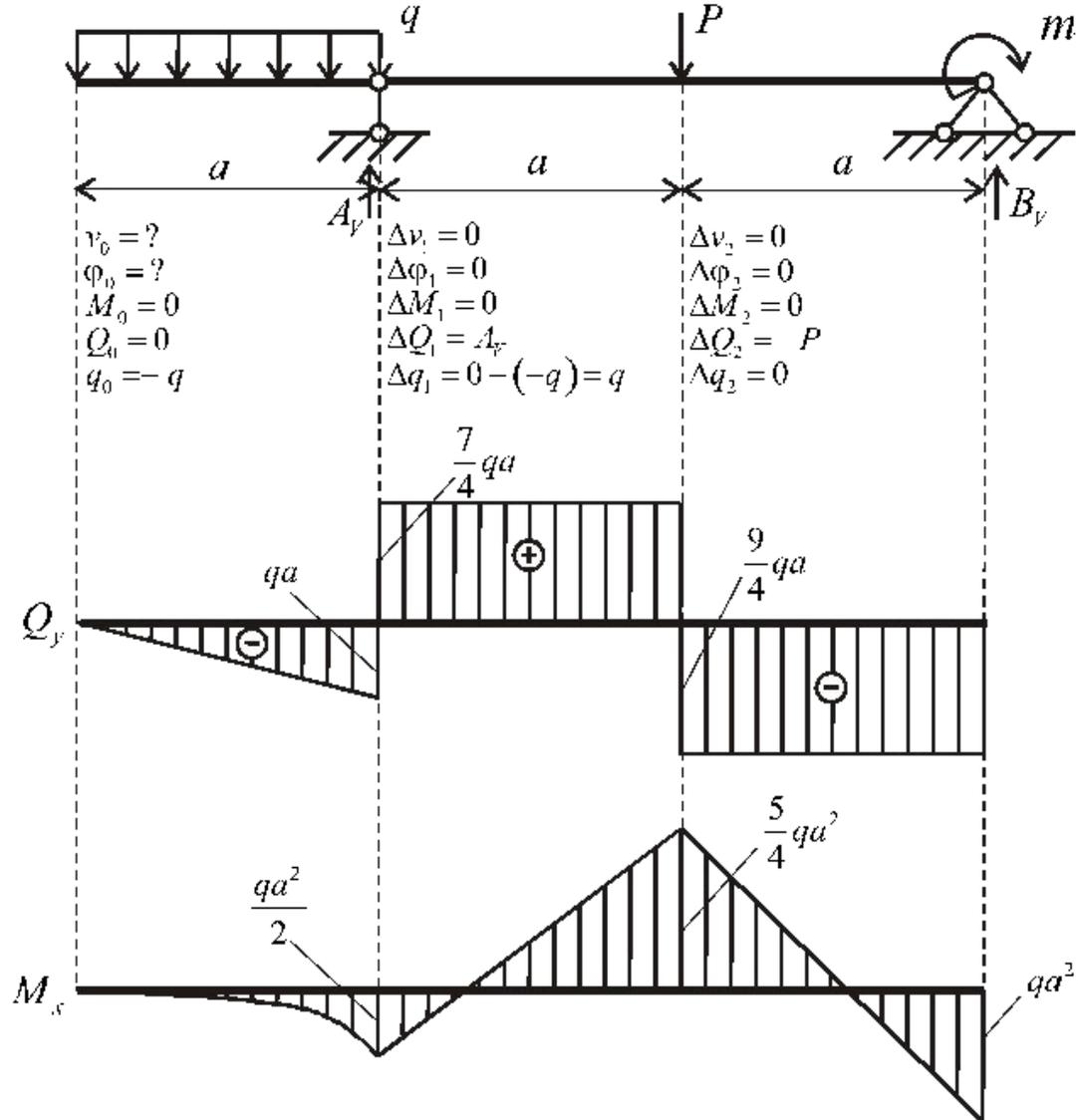


Задача 8.1

РАСЧЕТ БАЛОК ПО МЕТОДУ НАЧАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ



ЗАДАЧА №8.1



Дано:

$$q, a, EJ = const$$

$$P = 4qa$$

$$m = qa^2$$

$$v(z) = ?$$

$$\theta(z) = ?$$

$$M_x(z) = ?$$

$$Q_y(z) = ?$$



Решение:

Сначала строим эпюры Q_y, M_x . Затем

$v(z), \theta(z)$ - методом начальных параметров.

1) Определение опорных реакций

$$\sum m_o m_B = 0.$$

$$q \cdot a \cdot \frac{5}{2}a - A_V \cdot 2a + P \cdot a - m = 0;$$

$$A_V = \frac{5}{2} \frac{q a^2}{2 a} + \frac{4 q a^2}{2 a} - \frac{q a^2}{2 a} = \frac{11}{4} q a .$$

$$\sum V = 0 .$$

$$A_V + B_V - P - q \cdot a = 0 ;$$

$$A_V = 4 q a + q a - \frac{11}{4} q a = \frac{9}{4} q a .$$

$$Q_y^I = -q z ;$$

$$Q_y^{II} = -q a + A_V = -q a + \frac{11}{4} q a = \frac{7}{4} q a ;$$

$$Q_y^{III} = -q a + A_V - P = \frac{7}{4} q a - 4 q a = -\frac{9}{4} q a .$$



$$M_x^I = -q \frac{z^2}{2};$$

$$M_x^{II} = -qa \left(z - \frac{a}{2} \right) + A_V (z - a) = -qaz + \frac{qa^2}{2} + \frac{11}{4}qaz - \frac{11}{4}qa^2 = \frac{7}{4}qaz - \frac{9}{4}qa^2 = \frac{qa}{4}(7z - 9a);$$

$$M_x^{II}(2a) = \frac{5}{4}qa^2;$$

$$M_x^{III} = -qa \left(z - \frac{a}{2} \right) + A_V (z - a) - P(z - 2a) = \frac{qa}{4}(7z - 9a) - 4qaz + 8qa^2 = \frac{qa}{4}(23a - 9z).$$

$$v(z) = \left\{ \left[\left(v_0 + v_0 \cdot z - \frac{q \cdot z^4}{4!EJ} \right) + \frac{11}{4}qa \frac{(z-a)^3}{3!EJ} + q \frac{(z-a)^4}{4!EJ} \right] - 4qa \frac{(z-2a)^3}{3!EJ} \right\}$$

() - I участок, [] - II участок, { } - III участок.



2 неизвестных константы v_0 , C_0 определяем из граничных условий:

$$\begin{cases} v_1(a) = 0 \\ v_3(3a) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_1(a) = v_0 + C_0 \cdot a - \frac{q \cdot a^4}{4! EJ} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_3(3a) = \left\{ \left[\left(v_0 + C_0 \cdot 3a - \frac{q \cdot (3a)^4}{4! EJ} \right) + \frac{11}{4} qa \frac{(3a-a)^3}{3! EJ} + q \frac{(3a-a)^4}{4! EJ} \right] - 4qa \frac{(3a-2a)^3}{3! EJ} \right\} = 0 \end{cases}$$

Система 2-х уравнений относительно v_0 , C_0 .

$$\begin{cases} v_0 + C_0 \cdot a = \frac{1}{24} \frac{q \cdot a^4}{EJ} \\ v_0 + 3C_0 \cdot a = -\frac{7}{24} \frac{q \cdot a^4}{EJ} \end{cases} \quad \begin{cases} v_0 = \frac{5}{24} \frac{q \cdot a^4}{EJ} \\ C_0 = -\frac{1}{6} \frac{q \cdot a^3}{EJ} \end{cases}$$



Окончательное выражение для упругой кривой прогиба, угла поворота, изгибающего момента и поперечной силы:

$$v(z) = \left\{ \left[\left(\frac{5q \cdot a^4}{24EJ} - \frac{q \cdot a^3}{6EJ} \cdot z - \frac{q \cdot z^4}{24EJ} \right) + \frac{11}{4} qa \frac{(z-a)^3}{6EJ} + q \frac{(z-a)^4}{24EJ} \right] - 4qa \frac{(z-2a)^3}{6EJ} \right\}$$

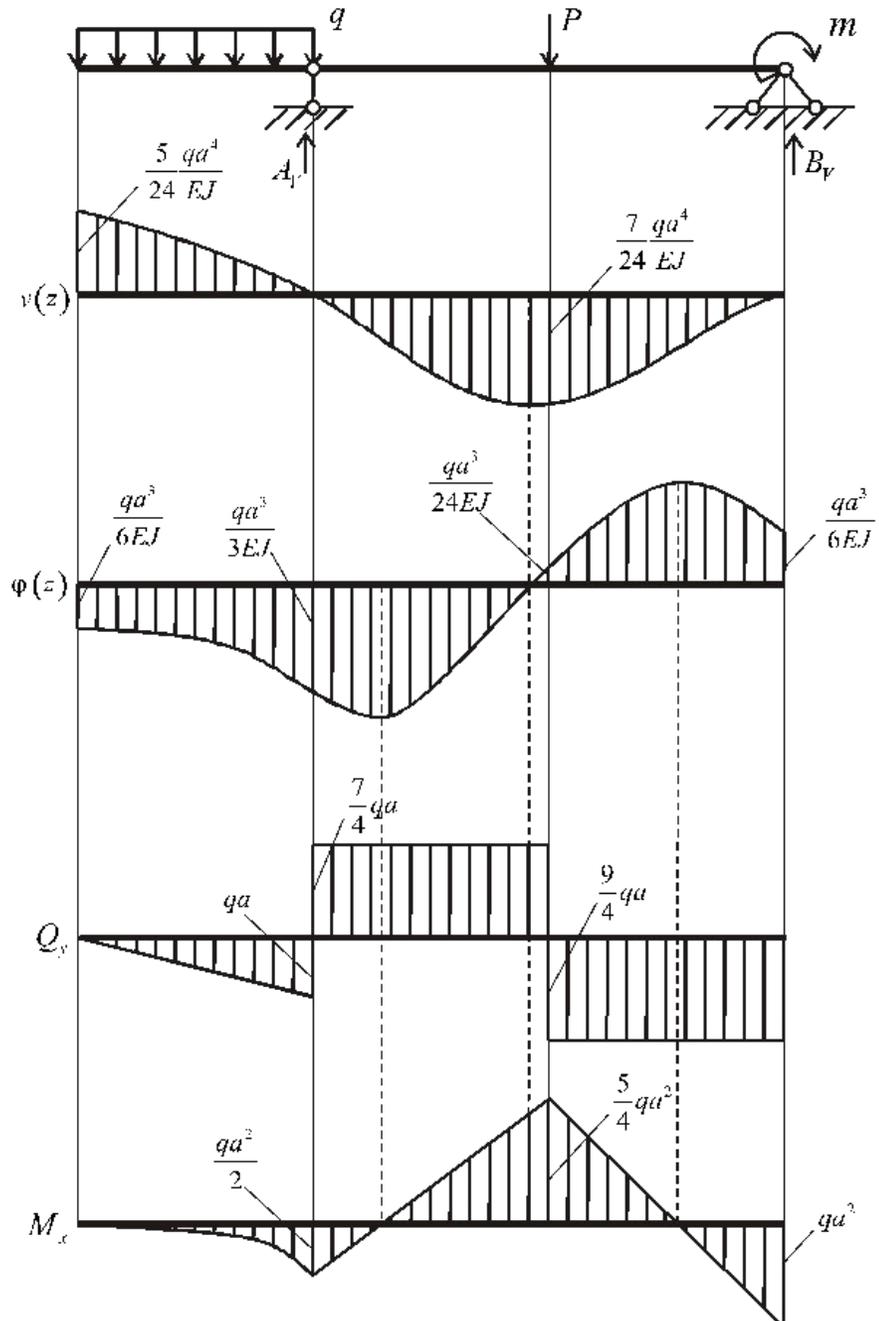
$$\theta(z) = \frac{dv}{dz} = \left\{ \left[\left(-\frac{q \cdot a^3}{6EJ} - \frac{q \cdot z^3}{6EJ} \right) + \frac{11}{4} qa \frac{(z-a)^2}{2EJ} + q \frac{(z-a)^3}{6EJ} \right] - 4qa \frac{(z-2a)^2}{2EJ} \right\}$$

$$M_x(z) = EJ \frac{d^2v}{dz^2} = \left\{ \left[\left(-\frac{q \cdot z^2}{2} \right) + \frac{11}{4} qa (z-a) + q \frac{(z-a)^2}{2} \right] - 4qa (z-2a) \right\}$$

$$Q_y(z) = EJ \frac{d^3v}{dz^3} = \left\{ \left[(-q \cdot z) + \frac{11}{4} qa + q (z-a) \right] - 4qa \right\}$$

Строим эпюры





$$v(0) = \frac{5}{24} \frac{q \cdot a^4}{EJ}$$

$$v(2a) = -\frac{7}{24} \frac{q \cdot a^4}{EJ}$$

$$\varphi(0) = -\frac{q \cdot a^3}{6EJ}, \quad \varphi(a) = -\frac{q \cdot a^3}{3EJ}$$

$$\varphi(2a) = \frac{q \cdot a^3}{24EJ}, \quad \varphi(3a) = \frac{q \cdot a^3}{6EJ}$$

