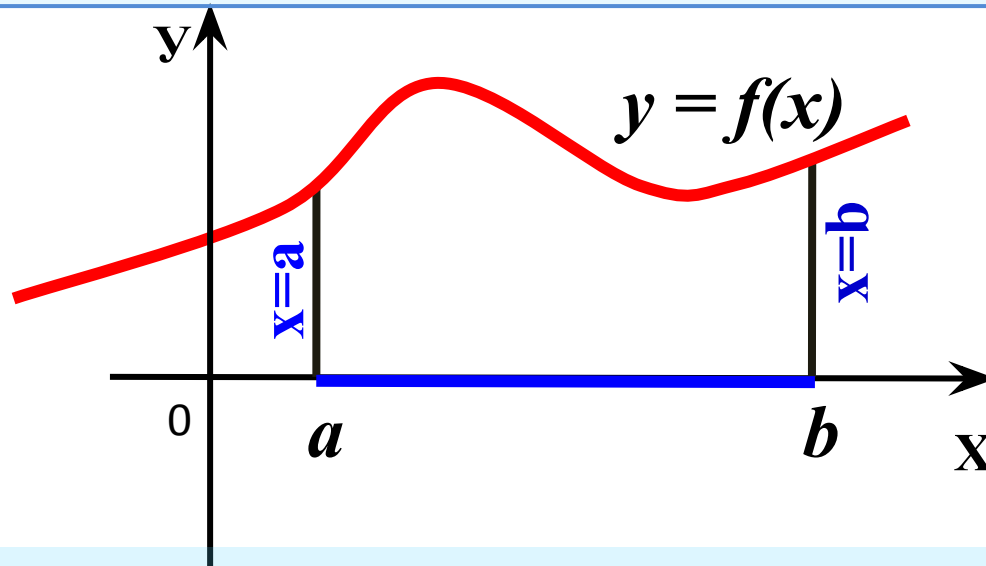


**Площадь
криволинейной
трапеции.**

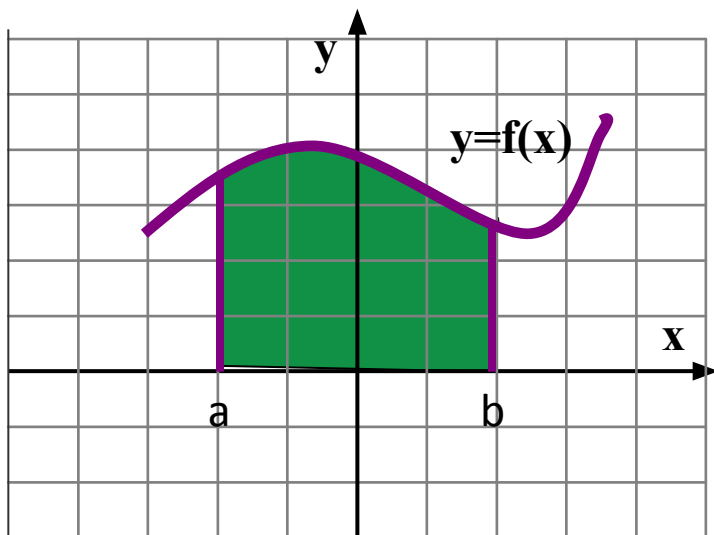
Криволинейная трапеция

Криволинейной трапецией называется фигура, ограниченная графиком непрерывной и не меняющей на отрезке $[a;b]$ знака функции $f(x)$, прямыми $x=a$, $x=b$, $y=0$

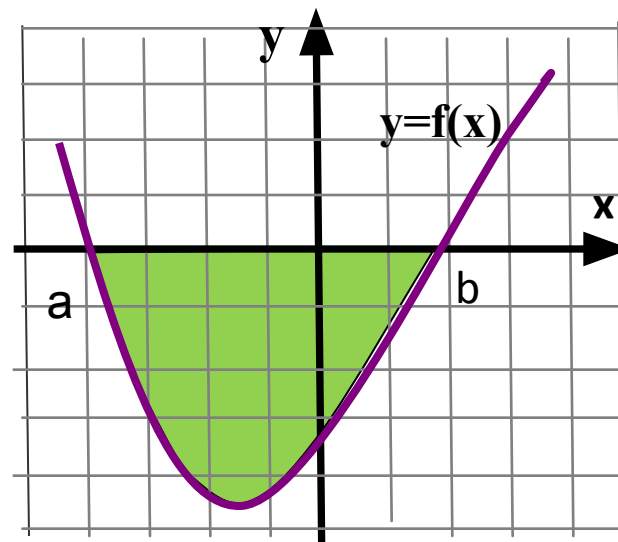


Отрезок $[a;b]$ называют *основанием* этой криволинейной трапеции

Формулы вычисления площади с помощью интеграла

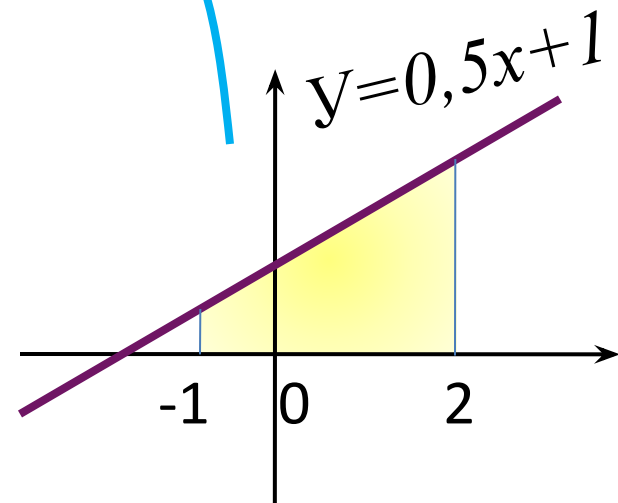
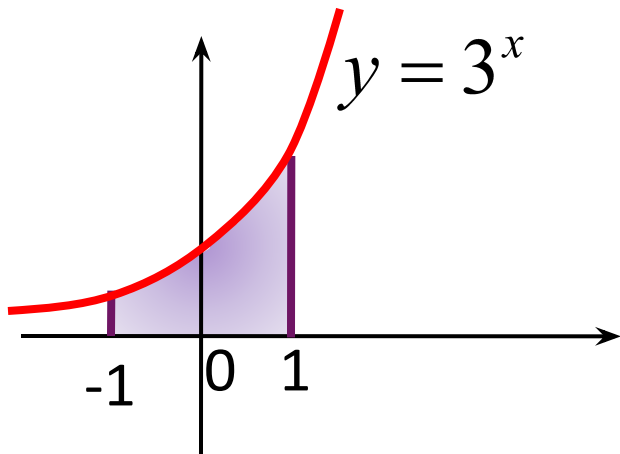
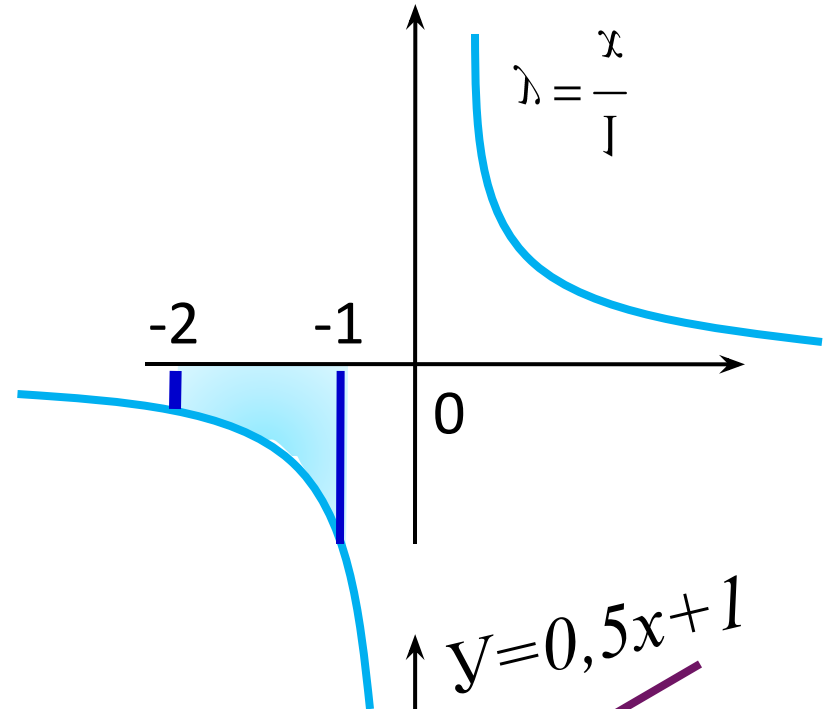
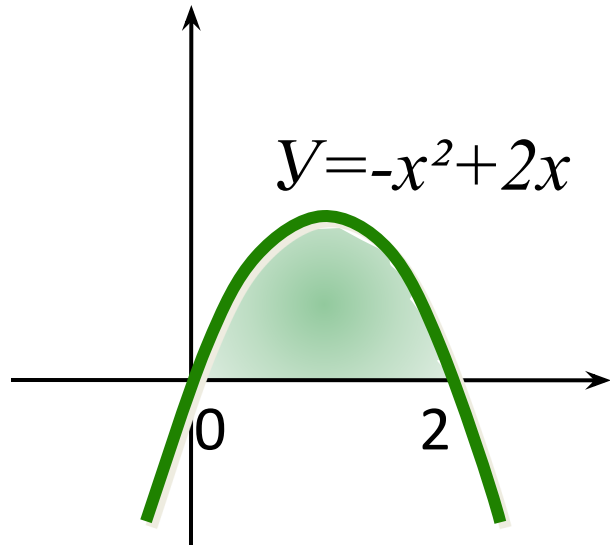


$$S = \int_a^b f(x) dx$$



$$S = -\int_a^b f(x) dx$$

Криволинейная трапеция



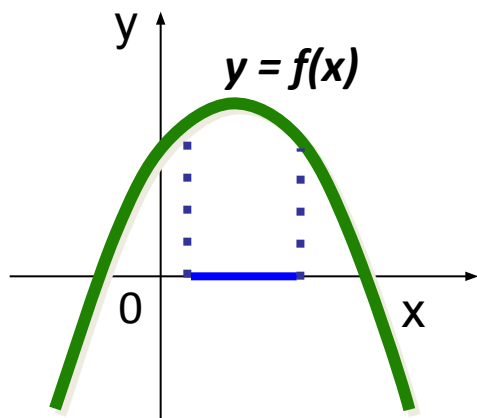
Какие из заштрихованных на рисунке фигур являются криволинейными трапециями, а какие нет?

Заполнить таблицу

№1	Да/нет
№2	
№3	
№4	
№5	
№6	

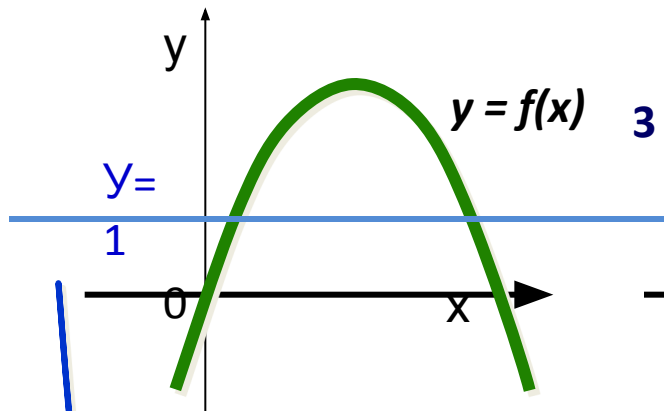
1

верно



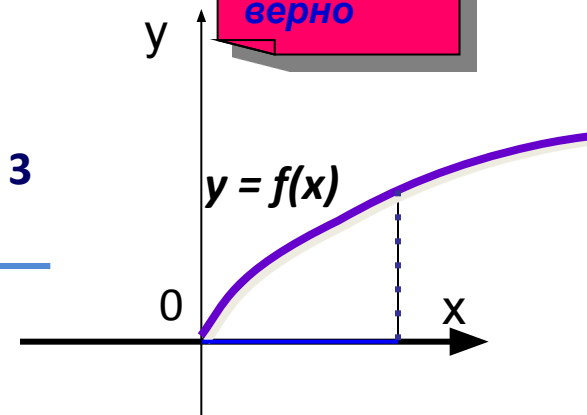
2

Не верно



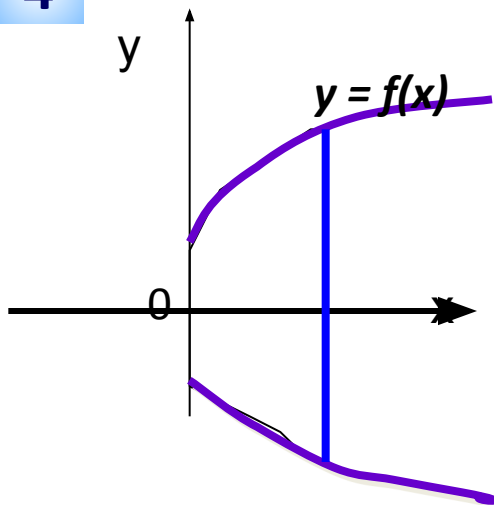
3

верно



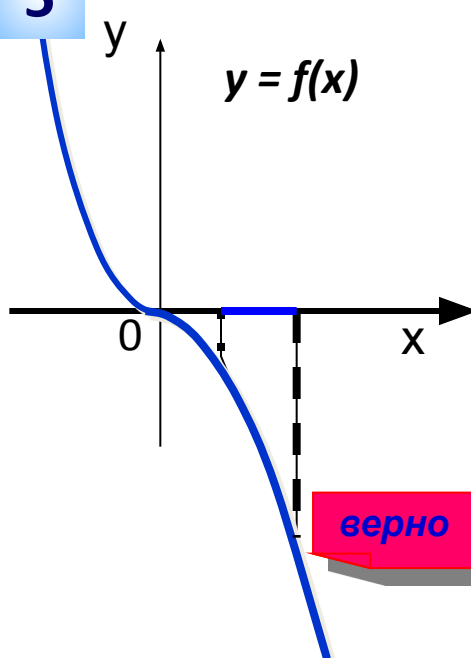
4

Не верно



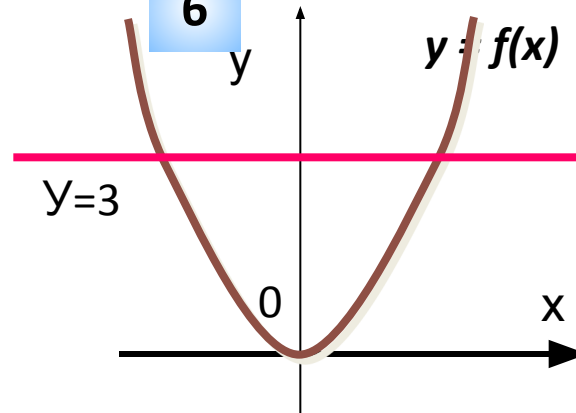
5

верно



6

Не верно



Пример 1.

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3 - 2x - x^2$ и осью абсцисс.

Решение:

Для начала найдем точки пересечения оси абсцисс с графиком функции $y = 3 - 2x - x^2$. Для этого решим уравнение.

$$3 - 2x - x^2 = 0 \Rightarrow x_1 = -3 \text{ и } x_2 = 1$$

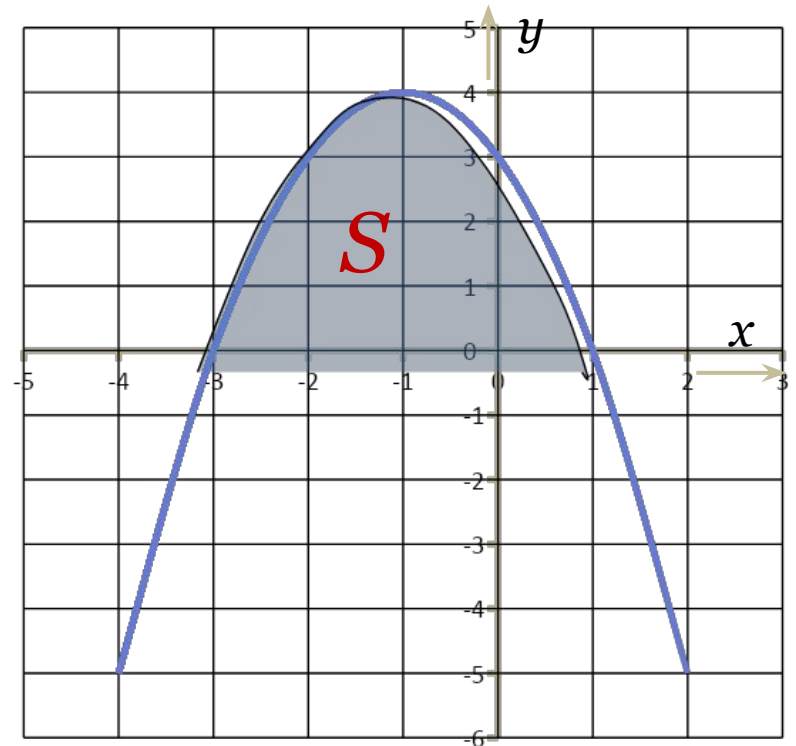
$$S = \int_{-3}^1 (3 - 2x - x^2) dx =$$

$$\left(3 \cdot 1 - 1^2 - \frac{1^3}{3} \right) -$$

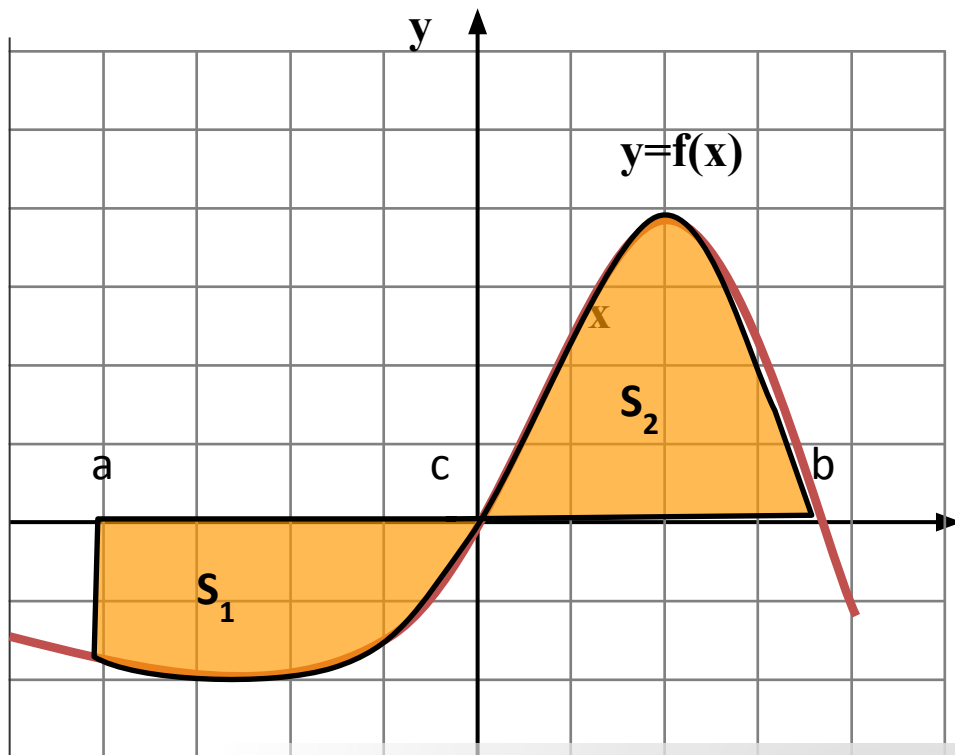
$$\left(3 \cdot (-3) - (-3)^2 - \frac{(-3)^3}{3} \right) =$$

$$= 10 \frac{2}{3} \text{ (ед}^2\text{)}$$

=



Формулы вычисления площади с помощью интеграла



$$S = S_1 + S_2$$

$$S = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

Пример 2

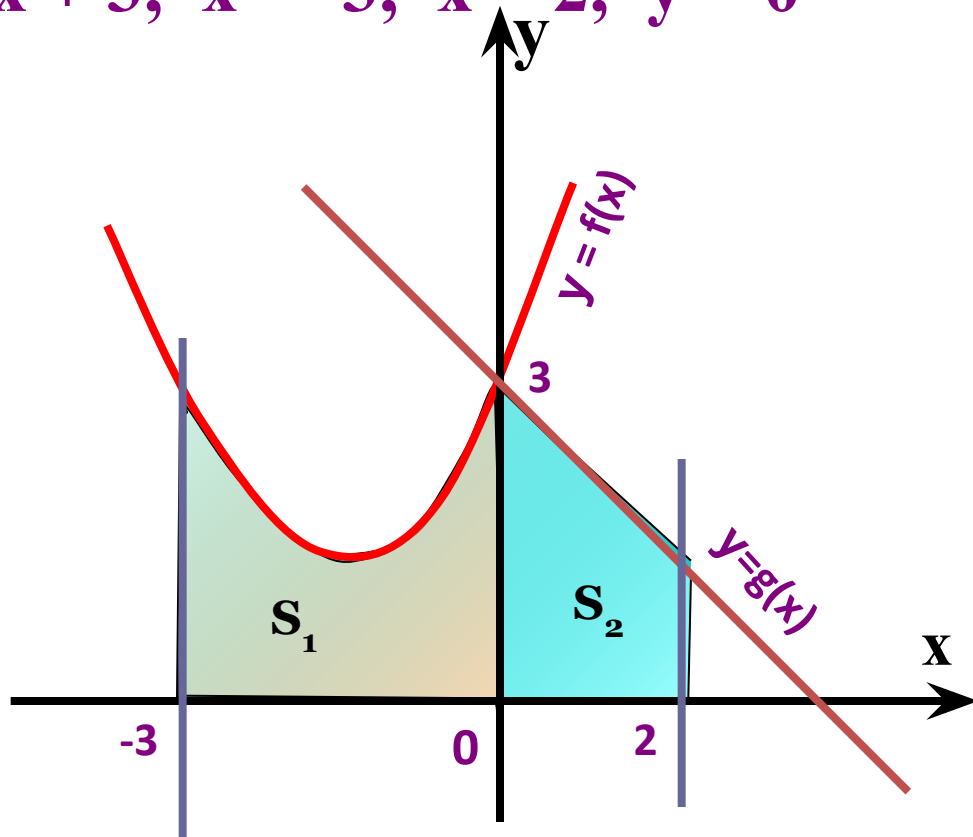
Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями

$$g(x) = 3 - x, \quad f(x) = 0,5x^2 + 2x + 3, \quad x = -3, \quad x = 2, \quad y = 0$$

$$S_{\Phi} = S_1 + S_2$$

$$S_1 = \int_{-3}^0 (0,5x^2 + 2x + 3) dx$$

$$S_2 = \int_0^2 (3 - x) dx = \left(3x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^2$$



$$S_{\Phi} = 4,5$$

Пример 3.

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями
 $y = 3 - 2x - x^2$ и $y = 1 - x$

Решение:

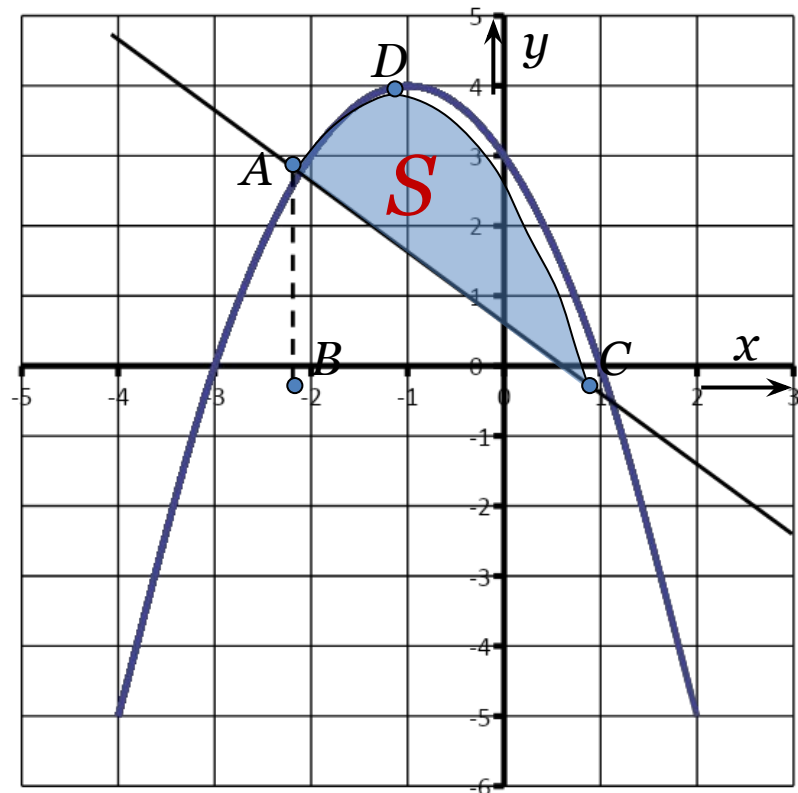
Найдём точки пересечения (абсциссы) этих линий, решив уравнение
 $1 - x = 3 - 2x - x^2 \Rightarrow x_1 = -2; x_2 = 1$

$$S = S_{\text{BADC}} - S_{\Delta \text{BAC}}$$

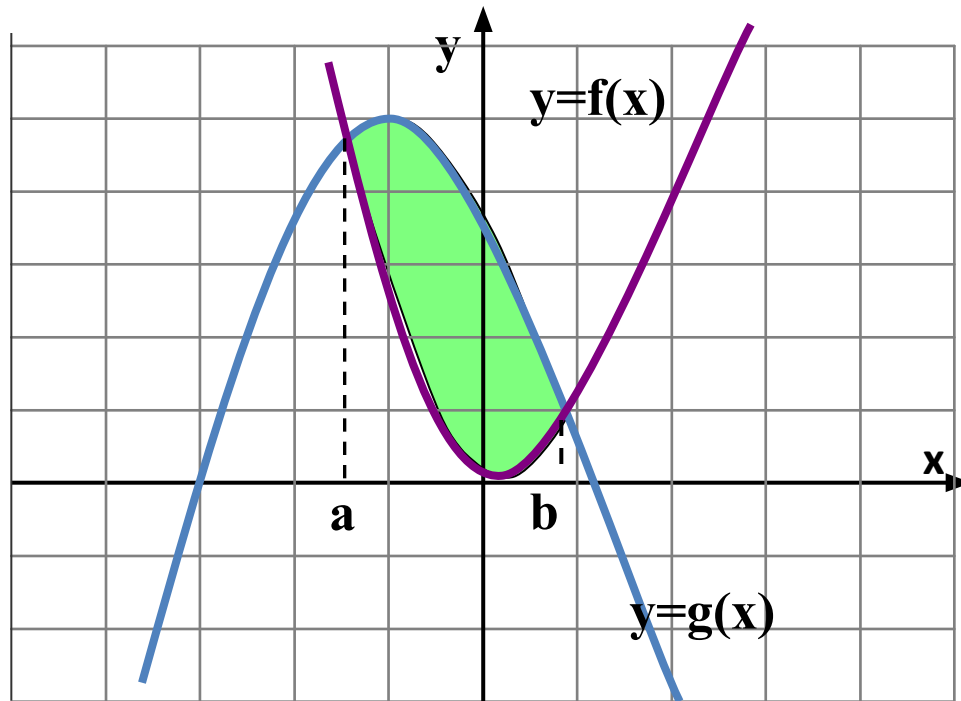
$$S_{\text{BADC}} = \int_{-2}^1 (3 - 2x - x^2) dx =$$

$$S_{\Delta \text{BAC}} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 = 4,5 (\text{ед}^2)$$

$$\Rightarrow S = 9 - 4,5 = 4,5 (\text{ед}^2)$$

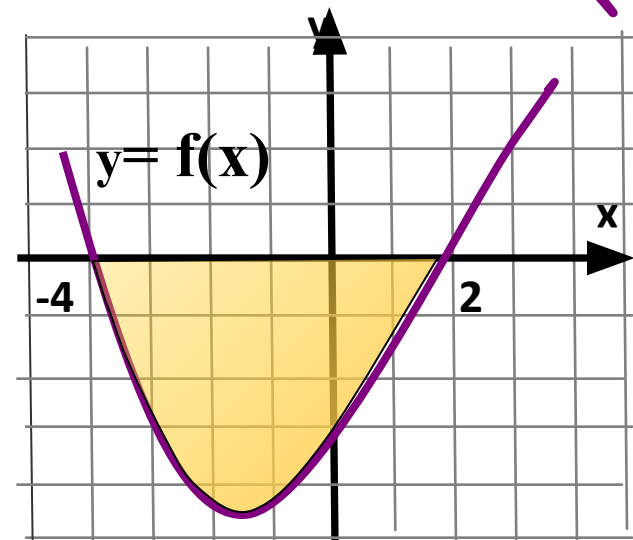
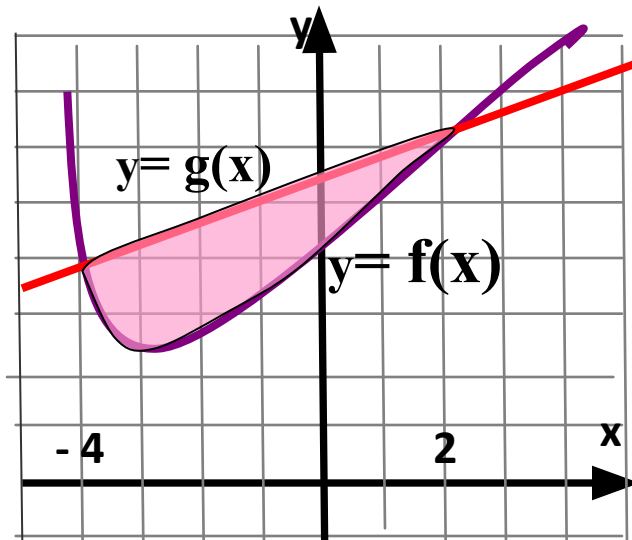
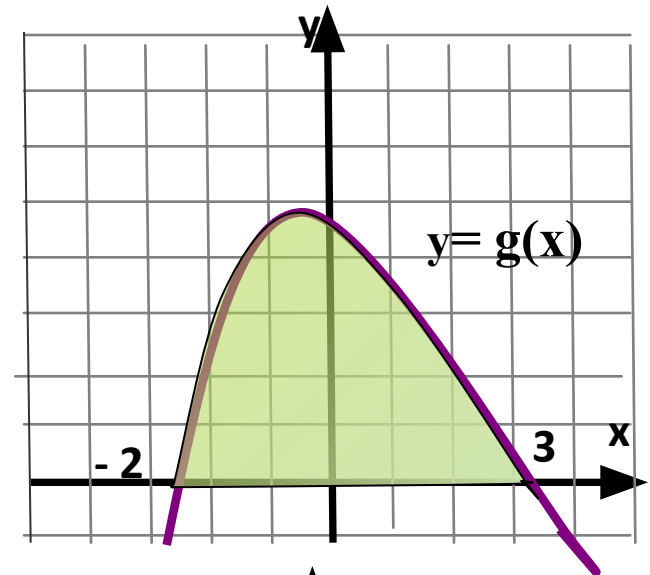
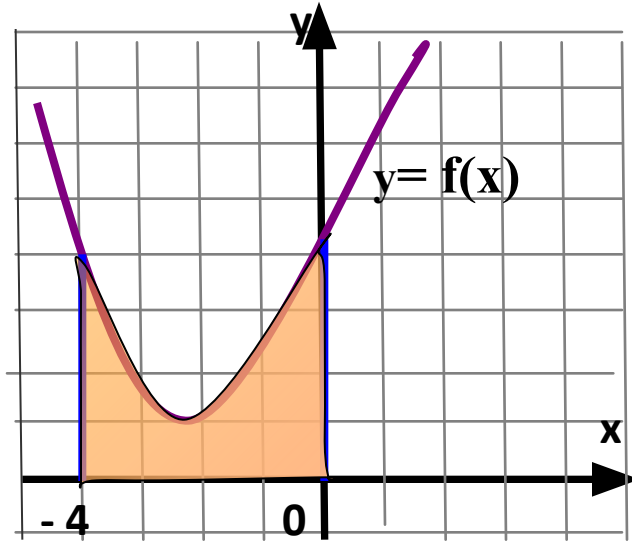


Формулы вычисления площади с помощью интеграла

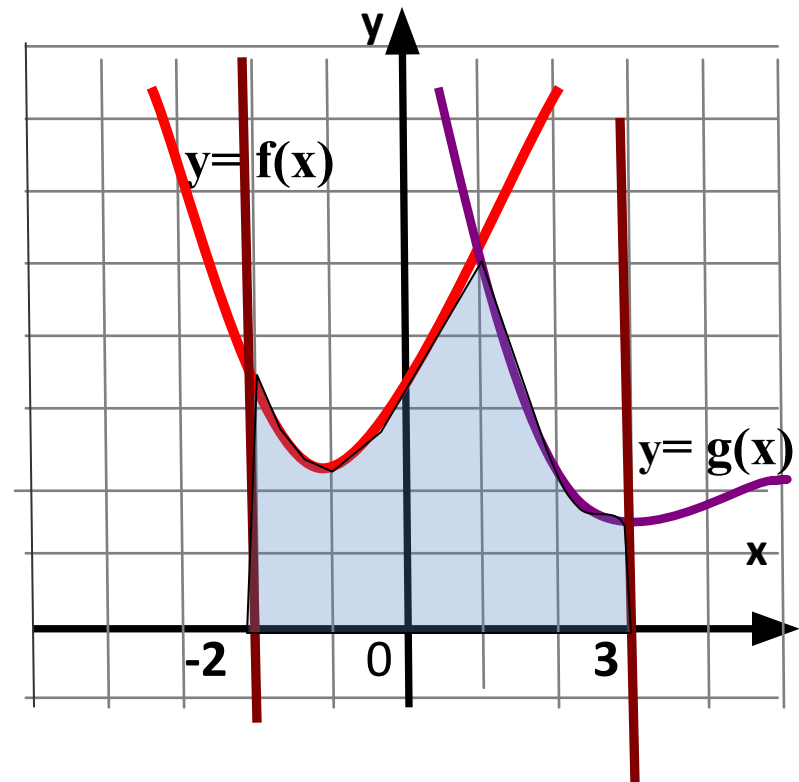
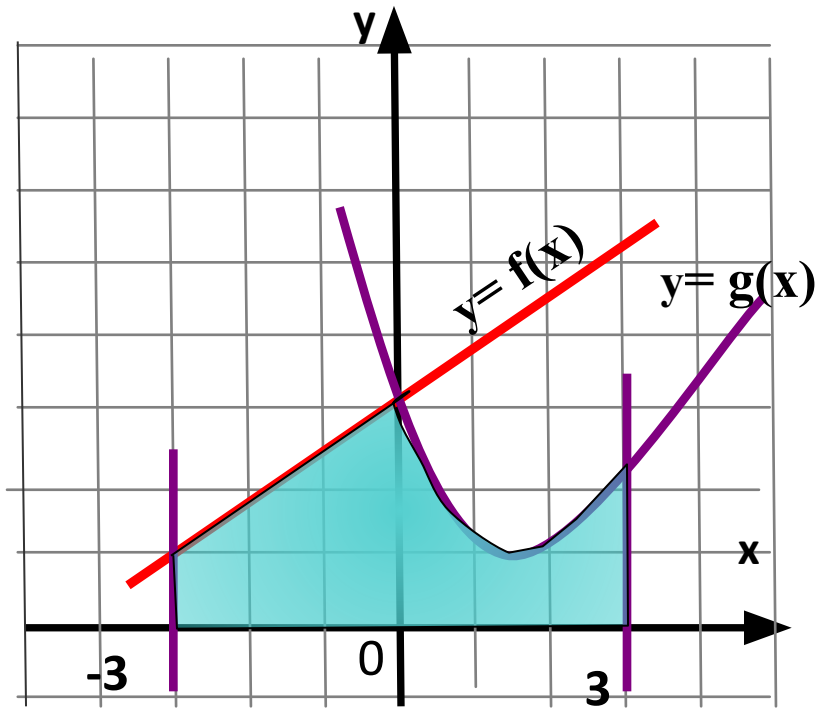


$$S = \int_c^b (f(x) - g(x)) dx$$

Запишите формулы для вычисления площади фигуры.



Запишите формулы для вычисления площади фигуры.



Пример 4.

Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = x + 3, \quad y = x^2 - 3$$

$$S = \int_{-2}^3 (x + 3 - (x^2 - 3)) dx$$

$$S = \int_{-2}^3 (x - x^2 + 6) dx$$

$$S = \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + 6x \right) \Big|_{-2}^3$$

$$S = 11\frac{5}{6}$$

