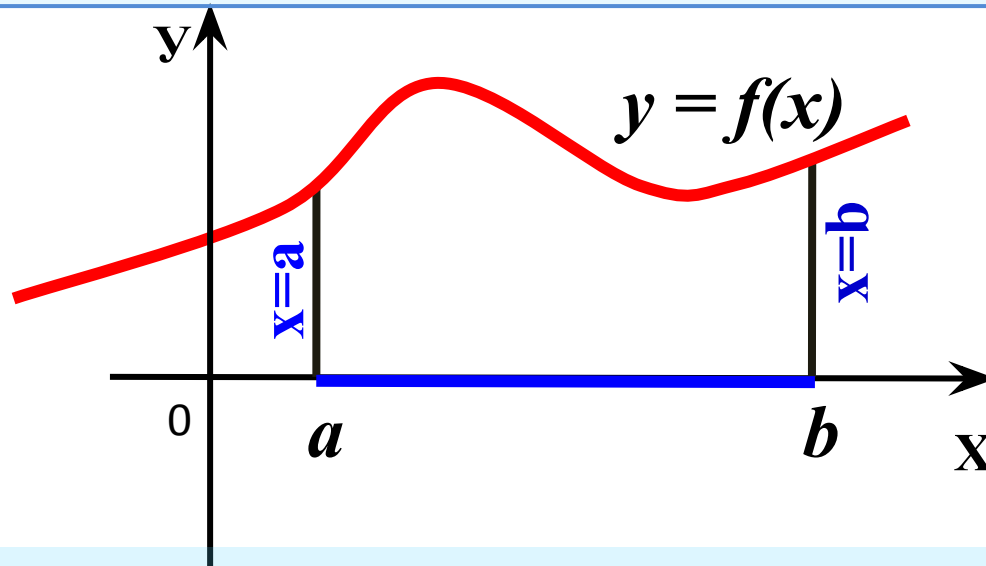


**Площадь  
криволинейной  
трапеции.**

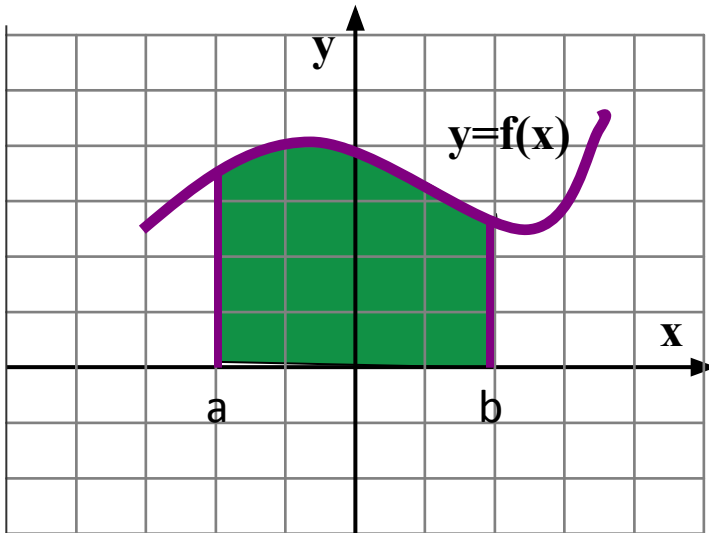
# Криволинейная трапеция

Криволинейной трапецией называется фигура, ограниченная графиком непрерывной и не меняющей на отрезке  $[a;b]$  знака функции  $f(x)$ , прямыми  $x=a$ ,  $x=b$ ,  $y=0$

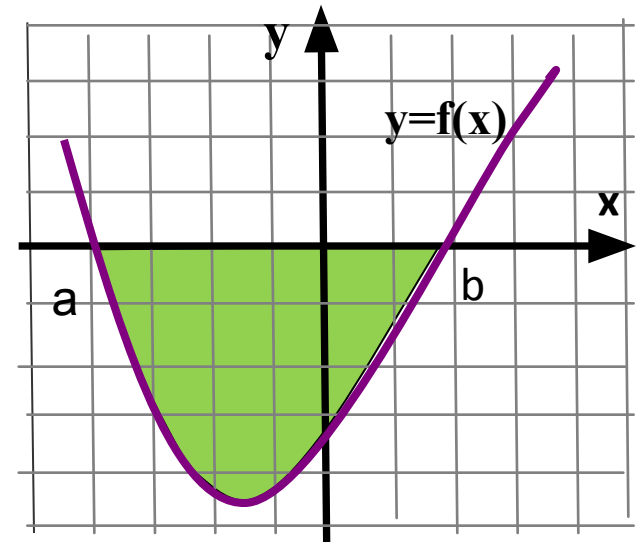


Отрезок  $[a;b]$  называют *основанием* этой криволинейной трапеции

# Формулы вычисления площади с помощью интеграла

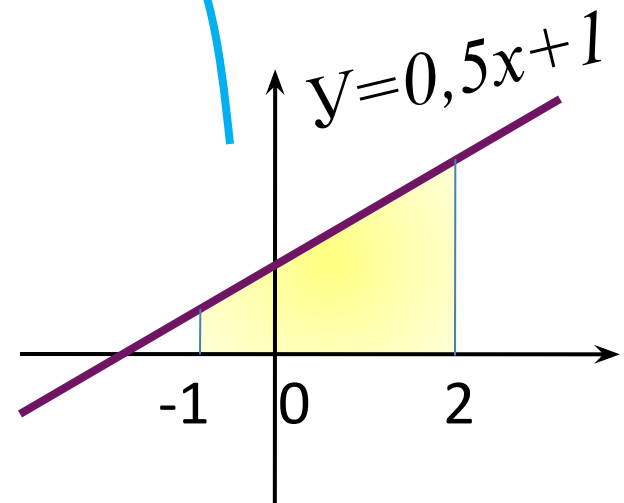
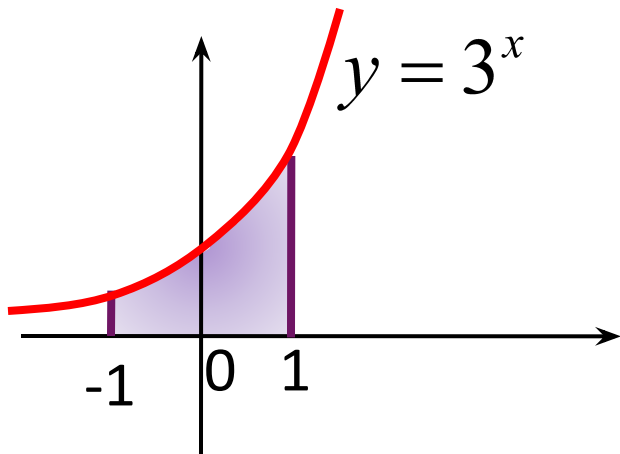
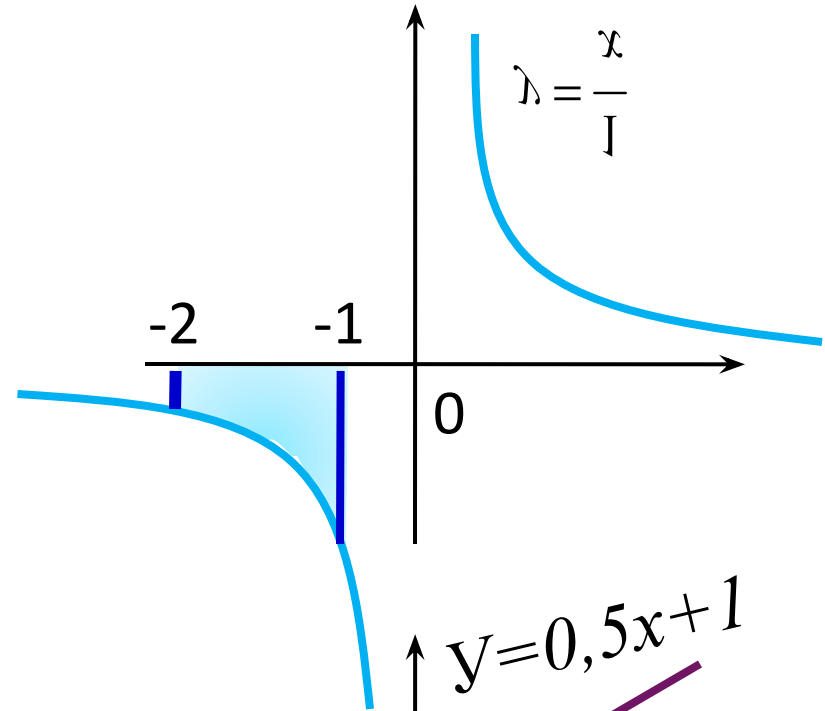
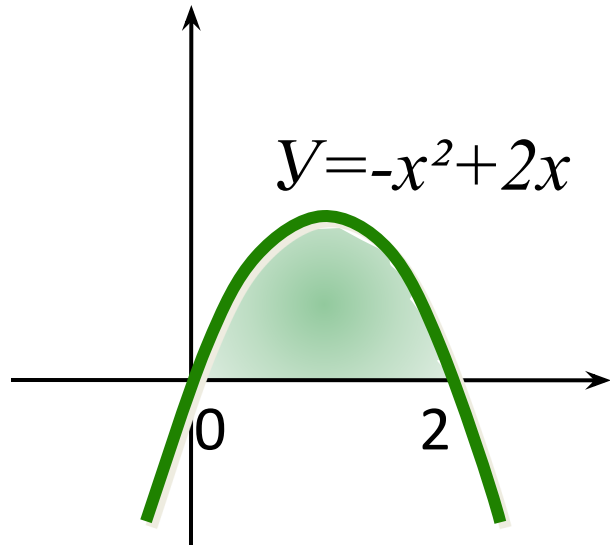


$$S = \int_a^b f(x) dx$$



$$S = -\int_a^b f(x) dx$$

# Криволинейная трапеция



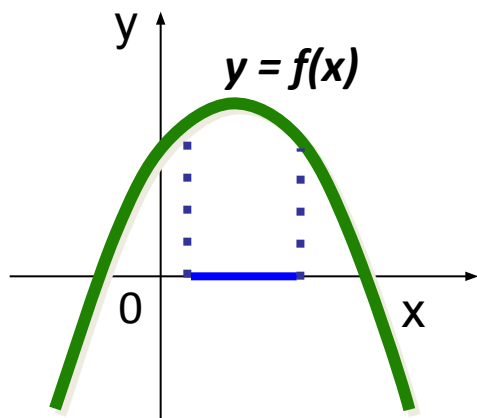
**Какие из заштрихованных на рисунке фигур являются криволинейными трапециями, а какие нет?**

*Заполнить таблицу*

<b>№1</b>	<b>Да/нет</b>
№2	
№3	
№4	
№5	
№6	

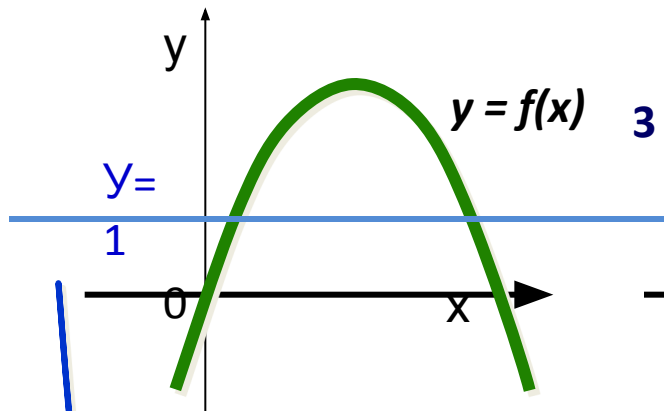
1

верно



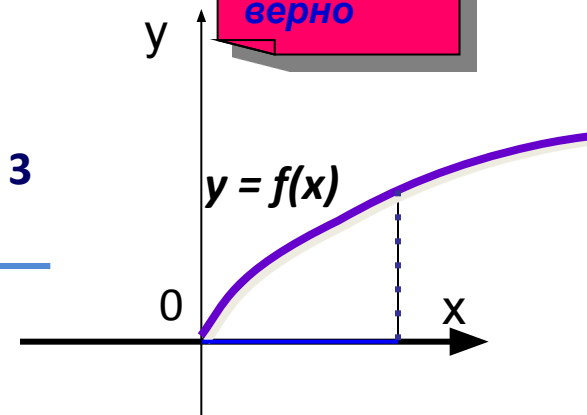
2

Не верно



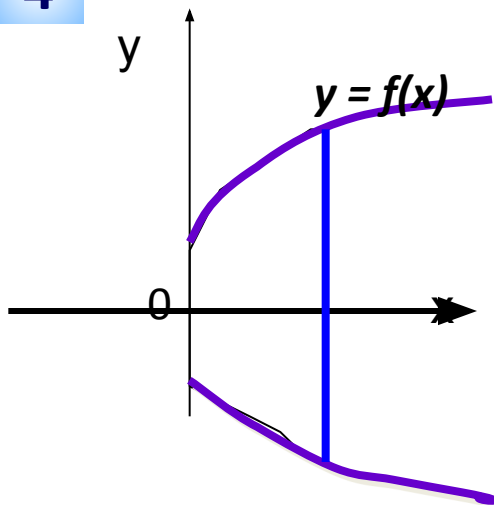
3

верно



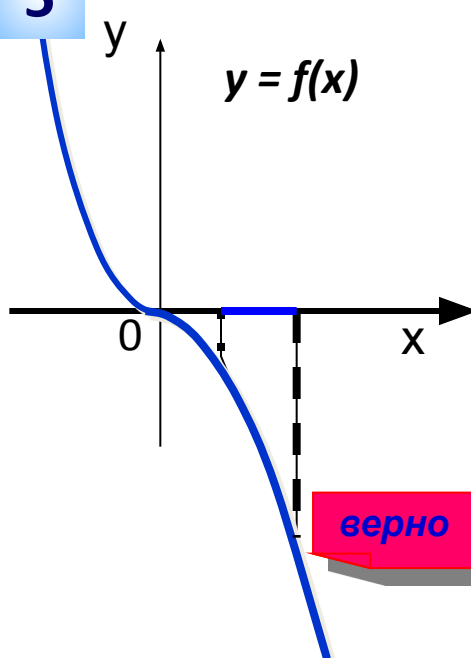
4

Не верно



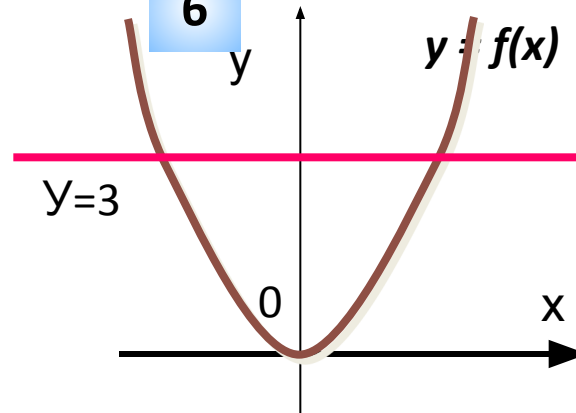
5

верно



6

Не верно



# Пример 1.

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = 3 - 2x - x^2$  и осью абсцисс.

## Решение:

Для начала найдем точки пересечения оси абсцисс с графиком функции  $y = 3 - 2x - x^2$ . Для этого решим уравнение.

$$3 - 2x - x^2 = 0 \Rightarrow x_1 = -3 \text{ и } x_2 = 1$$

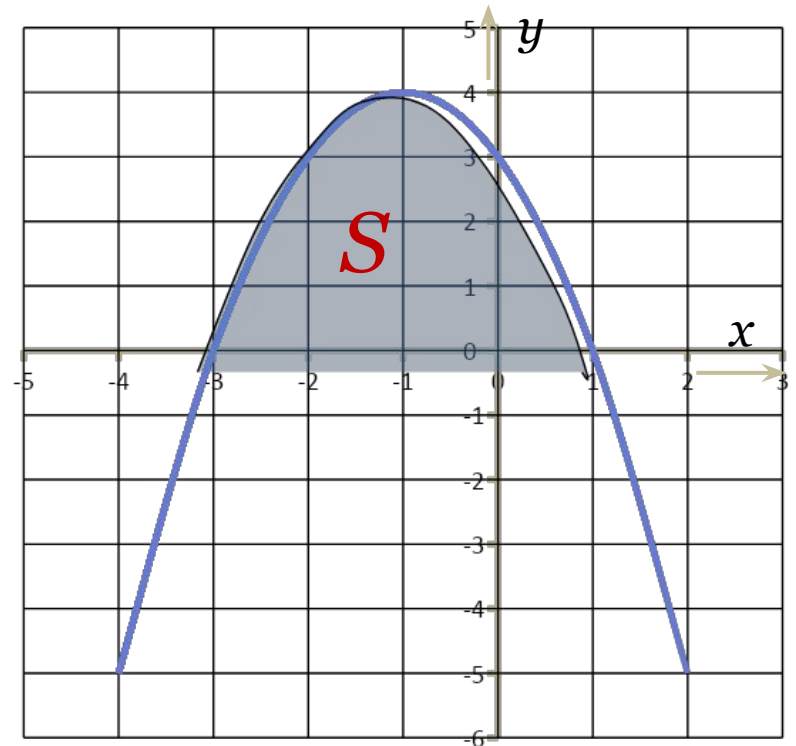
$$S = \int_{-3}^1 (3 - 2x - x^2) dx =$$

$$\left( 3 \cdot 1 - 1^2 - \frac{1^3}{3} \right) -$$

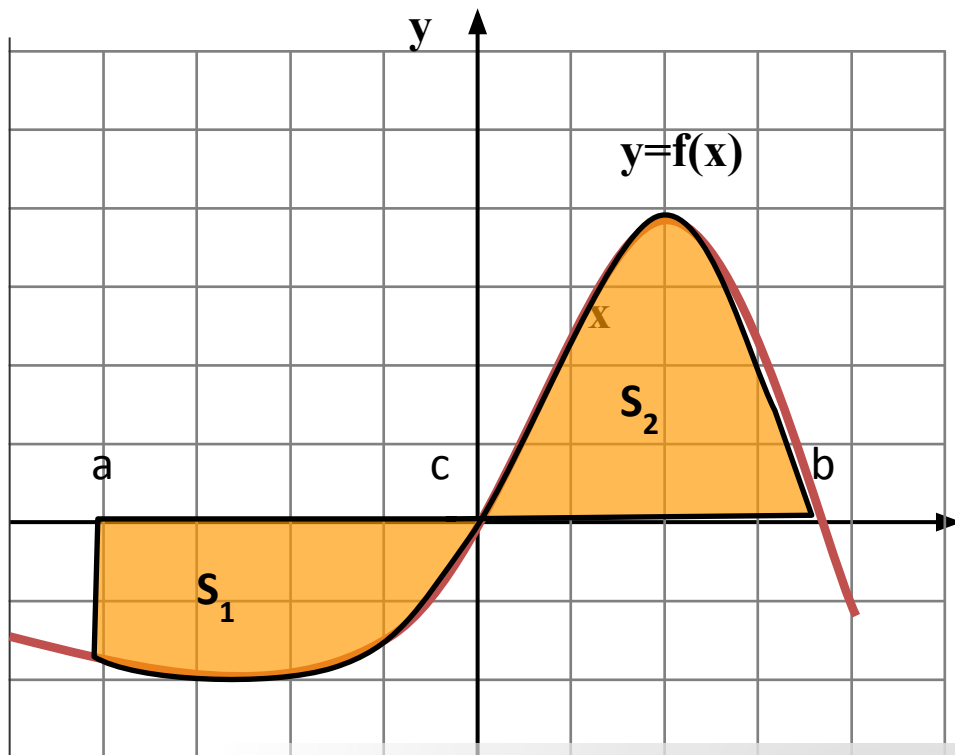
$$\left( 3 \cdot (-3) - (-3)^2 - \frac{(-3)^3}{3} \right) =$$

$$= 10 \frac{2}{3} \text{ (ед}^2\text{)}$$

=



# Формулы вычисления площади с помощью интеграла



$$S = S_1 + S_2$$

$$S = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$



## Пример 2

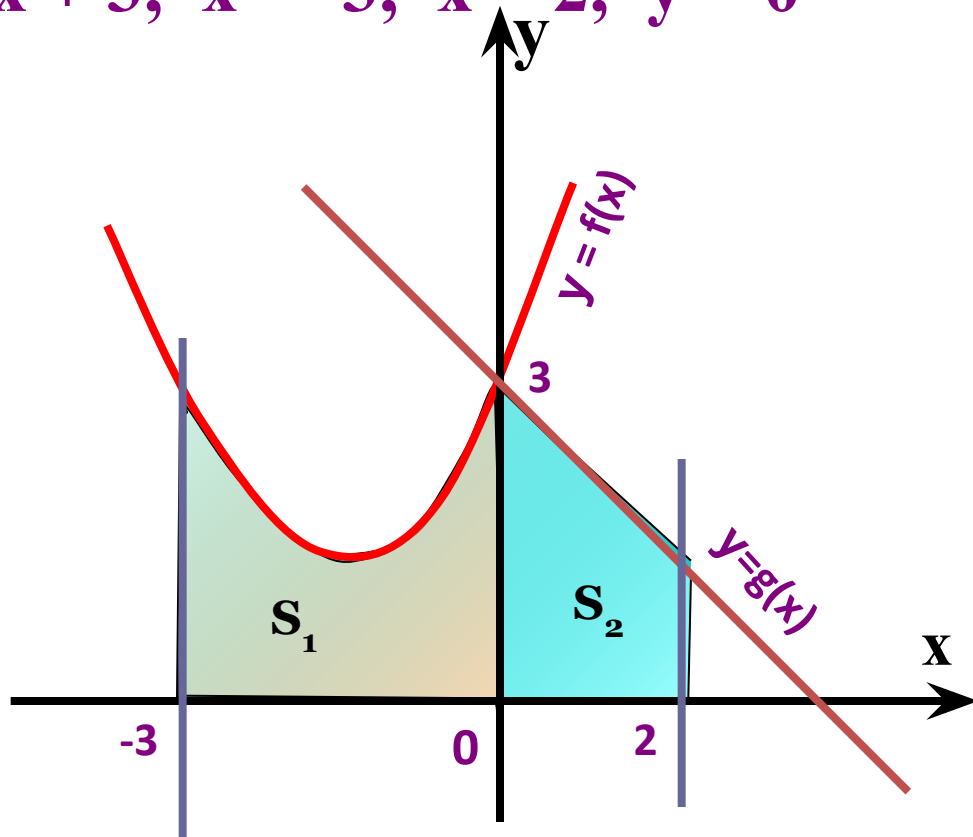
Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями

$$g(x) = 3 - x, \quad f(x) = 0,5x^2 + 2x + 3, \quad x = -3, \quad x = 2, \quad y = 0$$

$$S_{\Phi} = S_1 + S_2$$

$$S_1 = \int_{-3}^0 (0,5x^2 + 2x + 3) dx$$

$$S_2 = \int_0^2 (3 - x) dx = \left( 3x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^2$$



$$S_{\Phi} = 4,5$$

# Пример 3.

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями  
 $y = 3 - 2x - x^2$  и  $y = 1 - x$

## Решение:

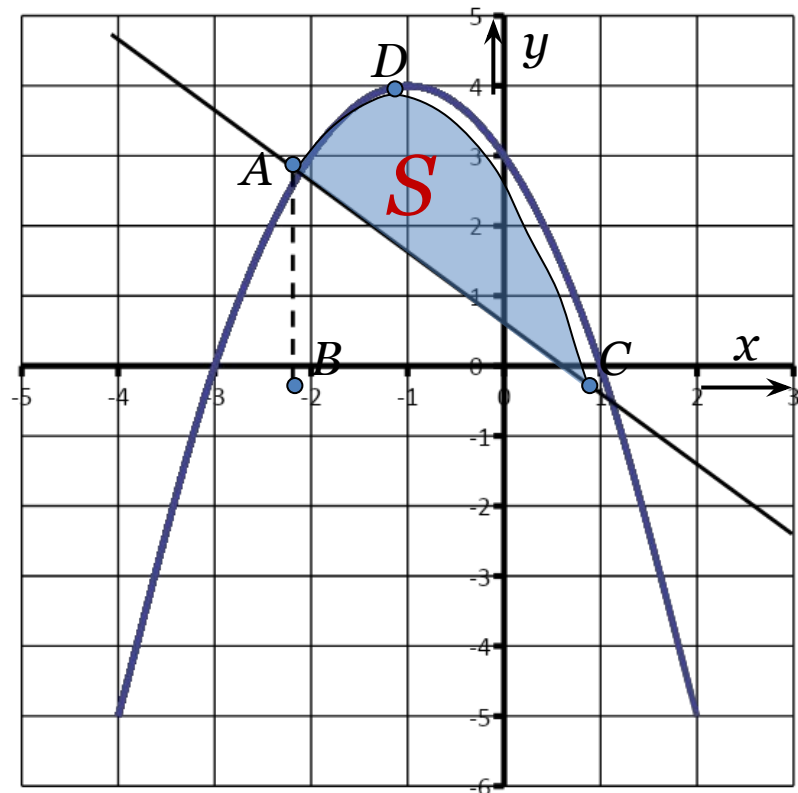
Найдём точки пересечения (абсциссы) этих линий, решив уравнение  
 $1 - x = 3 - 2x - x^2 \Rightarrow x_1 = -2; x_2 = 1$

$$S = S_{\text{BADC}} - S_{\Delta \text{BAC}}$$

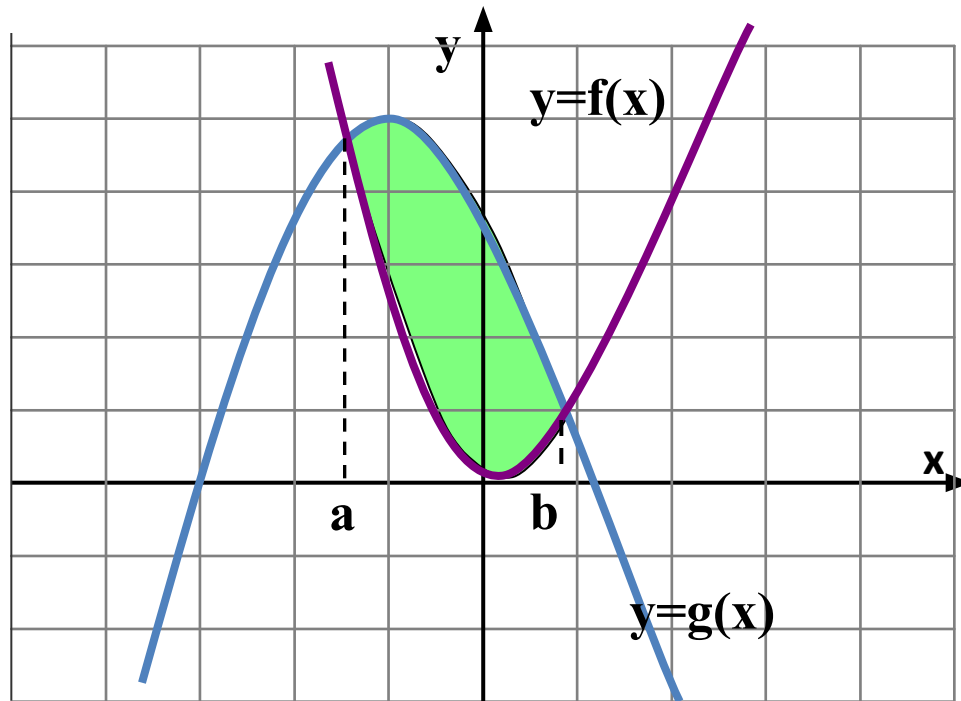
$$S_{\text{BADC}} = \int_{-2}^1 (3 - 2x - x^2) dx =$$

$$S_{\Delta \text{BAC}} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 = 4,5 (\text{ед}^2)$$

$$\Rightarrow S = 9 - 4,5 = 4,5 (\text{ед}^2)$$

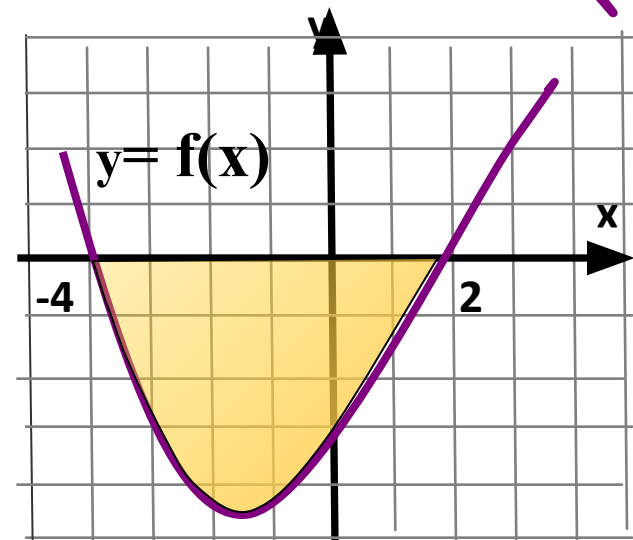
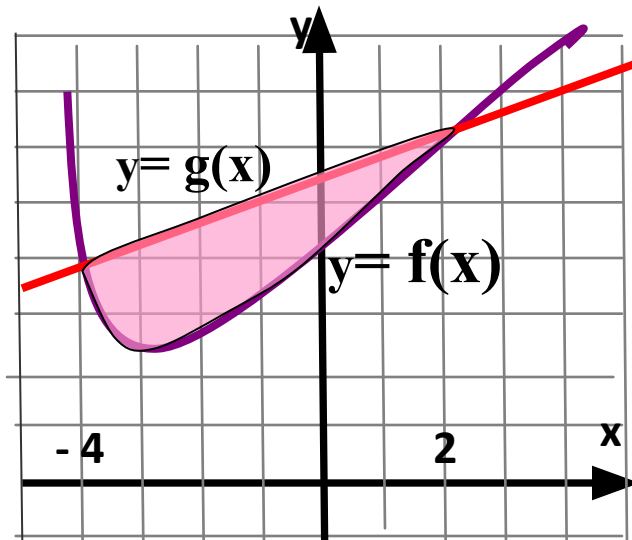
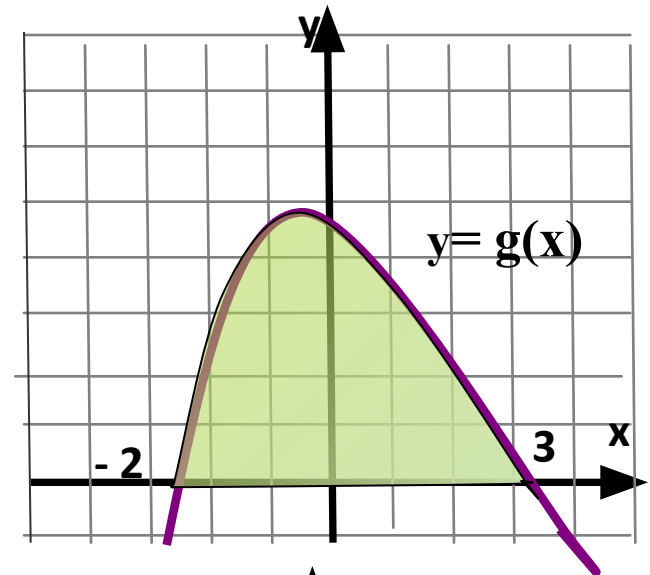
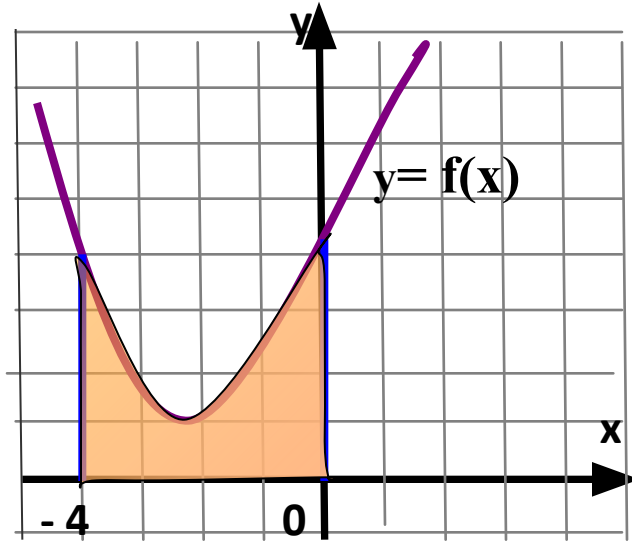


# Формулы вычисления площади с помощью интеграла

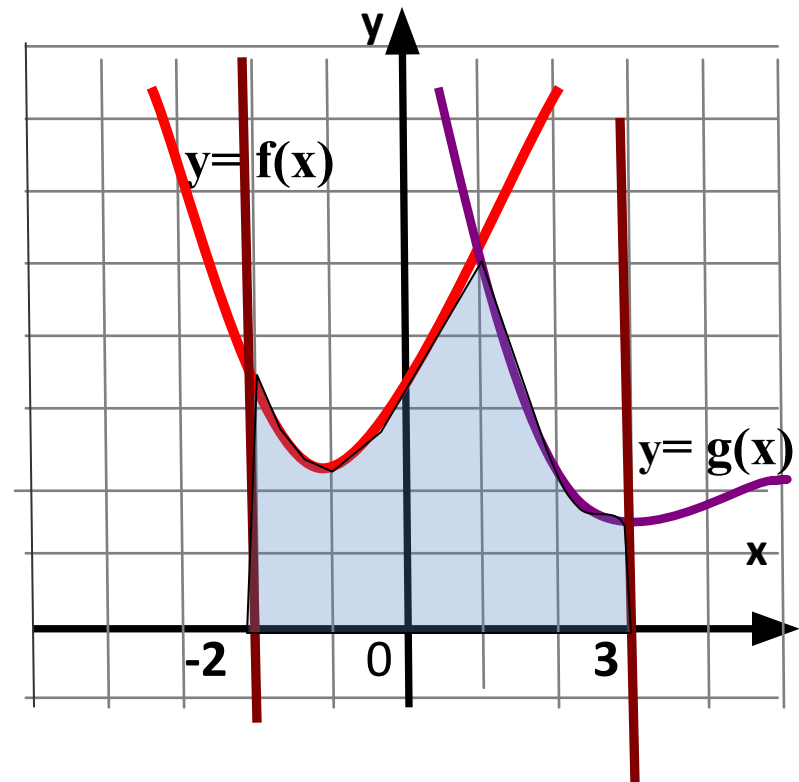
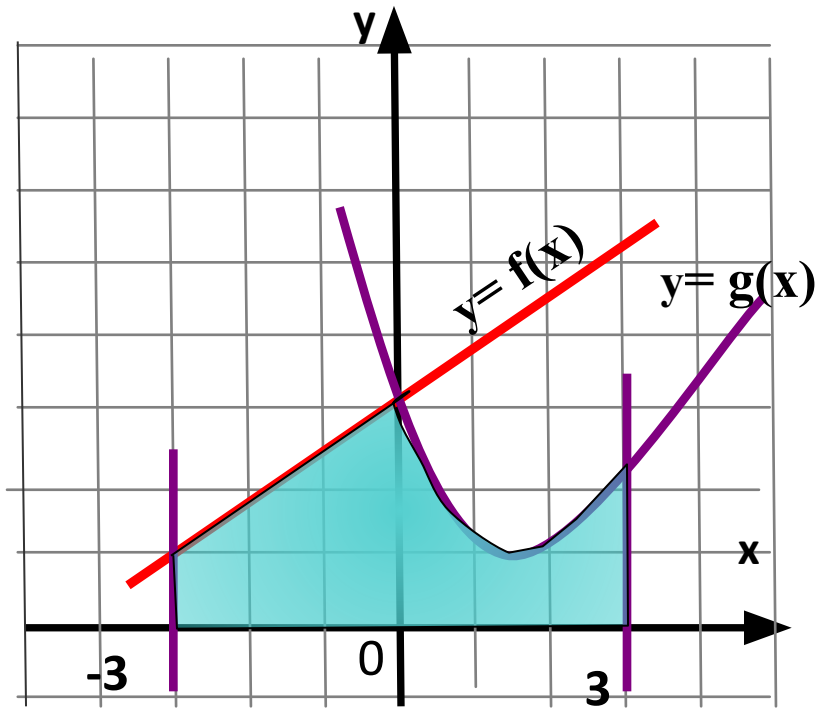


$$S = \int_c^b (f(x) - g(x)) dx$$

# Запишите формулы для вычисления площади фигуры.



# Запишите формулы для вычисления площади фигуры.



# Пример 4.

Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = x + 3, \quad y = x^2 - 3$$

$$S = \int_{-2}^3 (x + 3 - (x^2 - 3)) dx$$

$$S = \int_{-2}^3 (x - x^2 + 6) dx$$

$$S = \left( \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + 6x \right) \Big|_{-2}^3$$

$$S = 11\frac{5}{6}$$

