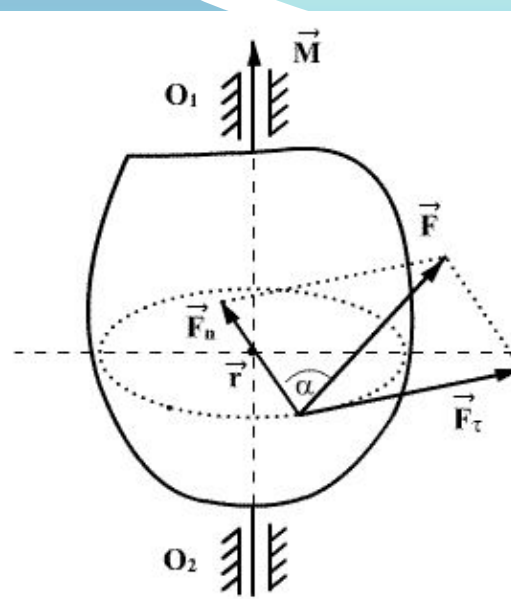
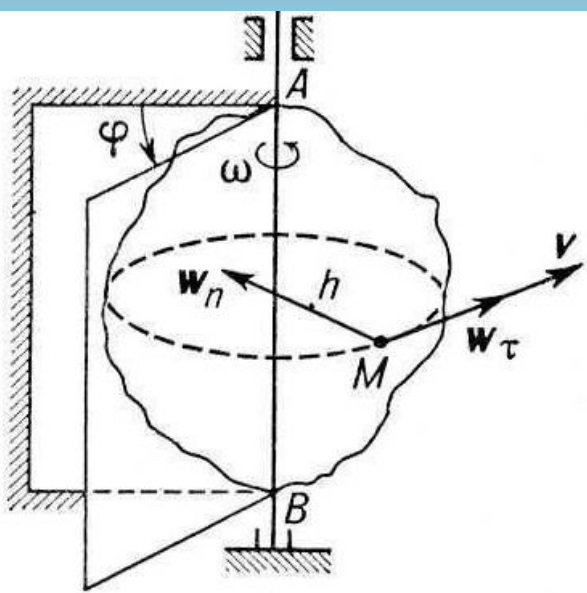


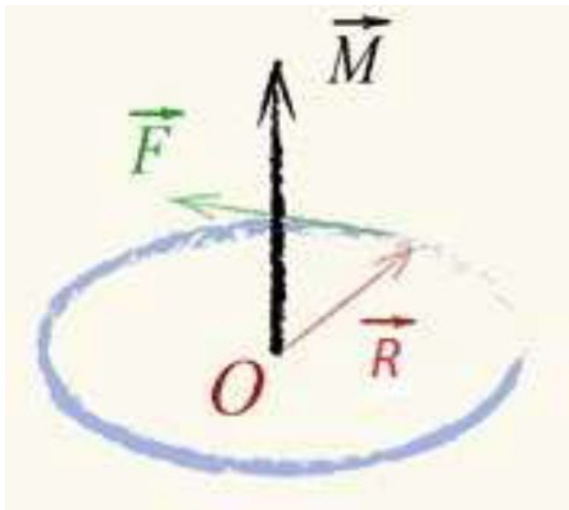
# МЕХАНИКА

## Лекция 4

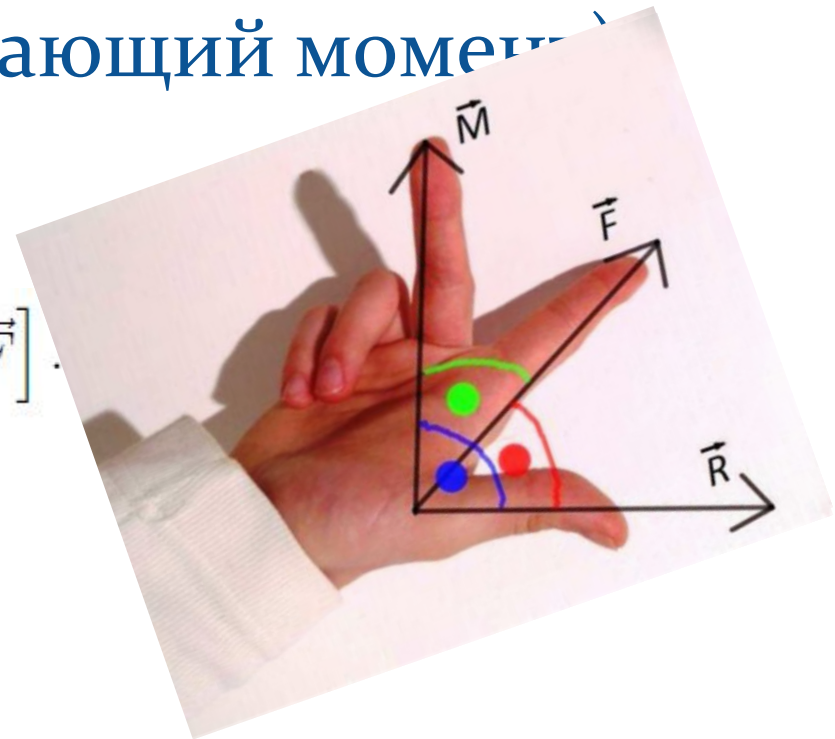
### Вращательное движение тел



- Момент силы (вращающий момент)

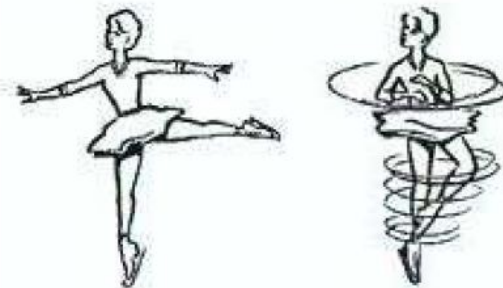


$$\vec{M} = [\vec{R} \times \vec{F}]$$



- Момент импульса  $\vec{L} = [\vec{R} \times \vec{p}]$   
 $L = p \cdot R = mvR = \omega mR^2 = I \cdot \omega.$
- Момент инерции  $I = mR^2$
- 2-й закон динамики для вращательного движения  $\dot{\vec{p}} = \vec{F} \Rightarrow \dot{\vec{p}} = \frac{\vec{M}}{\vec{R}} \Rightarrow \vec{R} \cdot \dot{\vec{p}} = \vec{M}$   
 $\dot{\vec{L}} = \vec{M}.$
- Закон сохранения момента импульса:  
 если  $L = \text{const}$ , то  $M = 0$ .

$$L = \omega mR^2 = \text{const}.$$



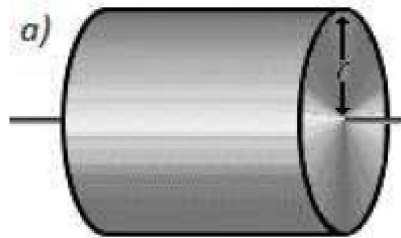
**ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ**

**МОМЕНТА ИМПУЛЬСА.**

**СКАМЬЯ ЖУКОВСКОГО**

## Моменты инерции некоторых тел:

- Сплошной однородный цилиндр



$$\frac{dm}{ds} = \frac{m}{s} \Rightarrow dm = \frac{m}{s} ds, \quad I = \int r^2 dm = \int r^2 \frac{m}{s} ds,$$

$$I = \int r^2 \cdot \frac{m}{\pi R^2} d(\pi r^2) = \int r^2 \cdot \frac{m}{\pi R^2} (2\pi r dr) = \frac{2m}{R^2} \int_0^R r^3 dr =$$

$$= \frac{2m}{R^2} \left( \frac{r^4}{4} \right) \Big|_0^R = \frac{2m}{4R^2} \cdot (r^4) \Big|_0^R = \frac{mR^2}{2}.$$

$$I = \frac{mR^2}{2}.$$

## Моменты инерции некоторых тел:

- Бесконечно тонкий диск

$$I = \frac{mR^2}{2}.$$

- Сплошной однородный шар

$$\frac{m}{V} = \frac{dm}{dv} \Rightarrow dm = m \frac{dV}{V}, \quad V = \frac{4}{3}\pi R^3. \quad I = \frac{2}{5}mR^2.$$

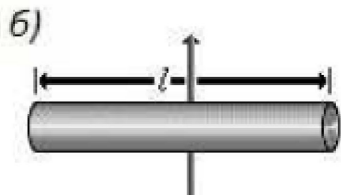
- Полый шар с тонкими стенками

$$I = \frac{2}{3}mR^2.$$

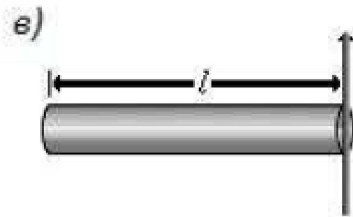
- Тонкое круглое кольцо

$$I = \frac{mR^2}{2}.$$

- Однородный тонкий диск



$$I_c = \frac{1}{12}ml^2,$$



$$I_a = \frac{1}{3}ml^2.$$

## Моменты инерции некоторых тел:

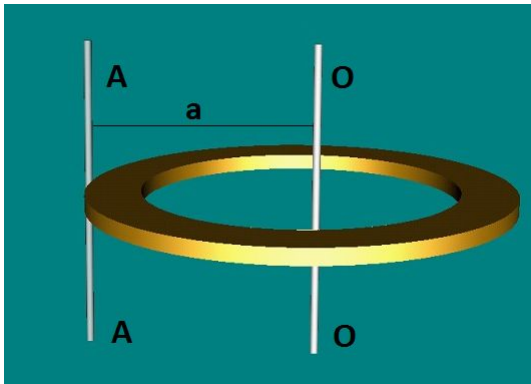
- Однородная прямоугольная пластина

$$I_x = \frac{1}{12}my^2, \quad I_y = \frac{1}{12}mx^2.$$

- Прямоугольный параллелепипед

$$\begin{cases} I_x = \frac{1}{12}m(y^2 + z^2) \\ I_y = \frac{1}{12}m(x^2 + z^2) \\ I_z = \frac{1}{12}m(x^2 + y^2). \end{cases}$$

- Теорема Гюйгенса-Штейнера  $I_a = I_o + ma^2.$



- **Кинетическая энергия вращающегося тела**

$$E = \frac{mv^2}{2}. \quad E = \left(\frac{mv^2}{2}\right)_{\text{поступат.}} + \left(\frac{mv^2}{2}\right)_{\text{вращат.}} = \frac{I\omega^2}{2}$$

$$E = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}.$$

- **Работа при вращении**  $dA = Fds$   $F = M/R$

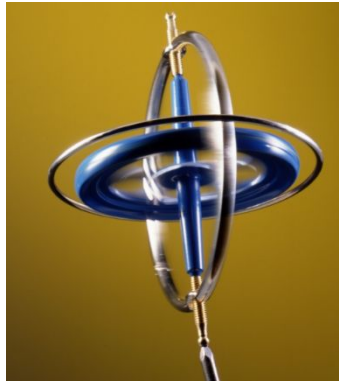
$$dA = \frac{M}{R}Rd\varphi = Md\varphi \quad dA = Md\varphi \Rightarrow A = \int dA = \int Md\varphi.$$

- **Мощность при вращении**  $P = \dot{A} = M\dot{\varphi} = M\omega.$



# Трёхмерное вращение

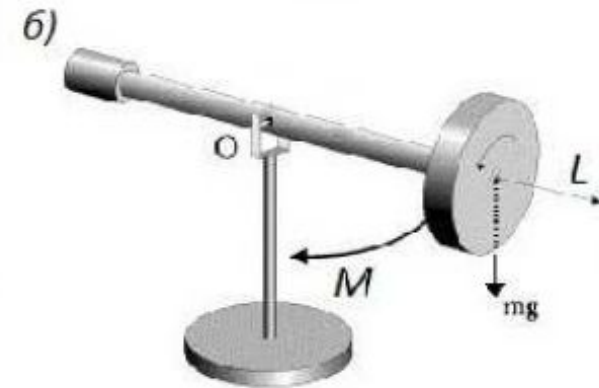
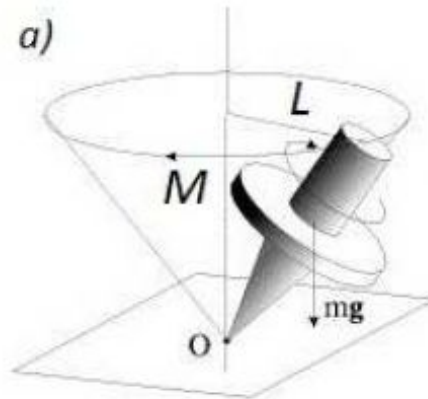
- Гироскоп

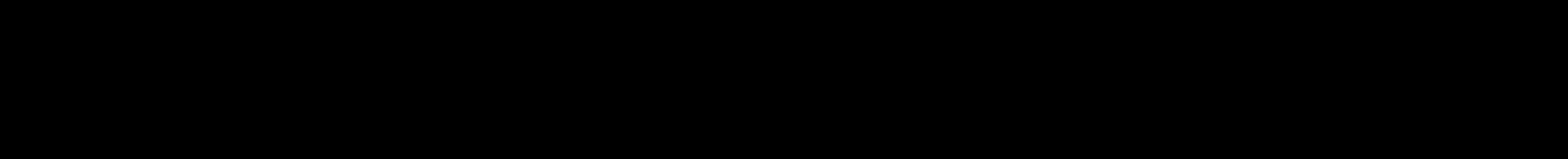
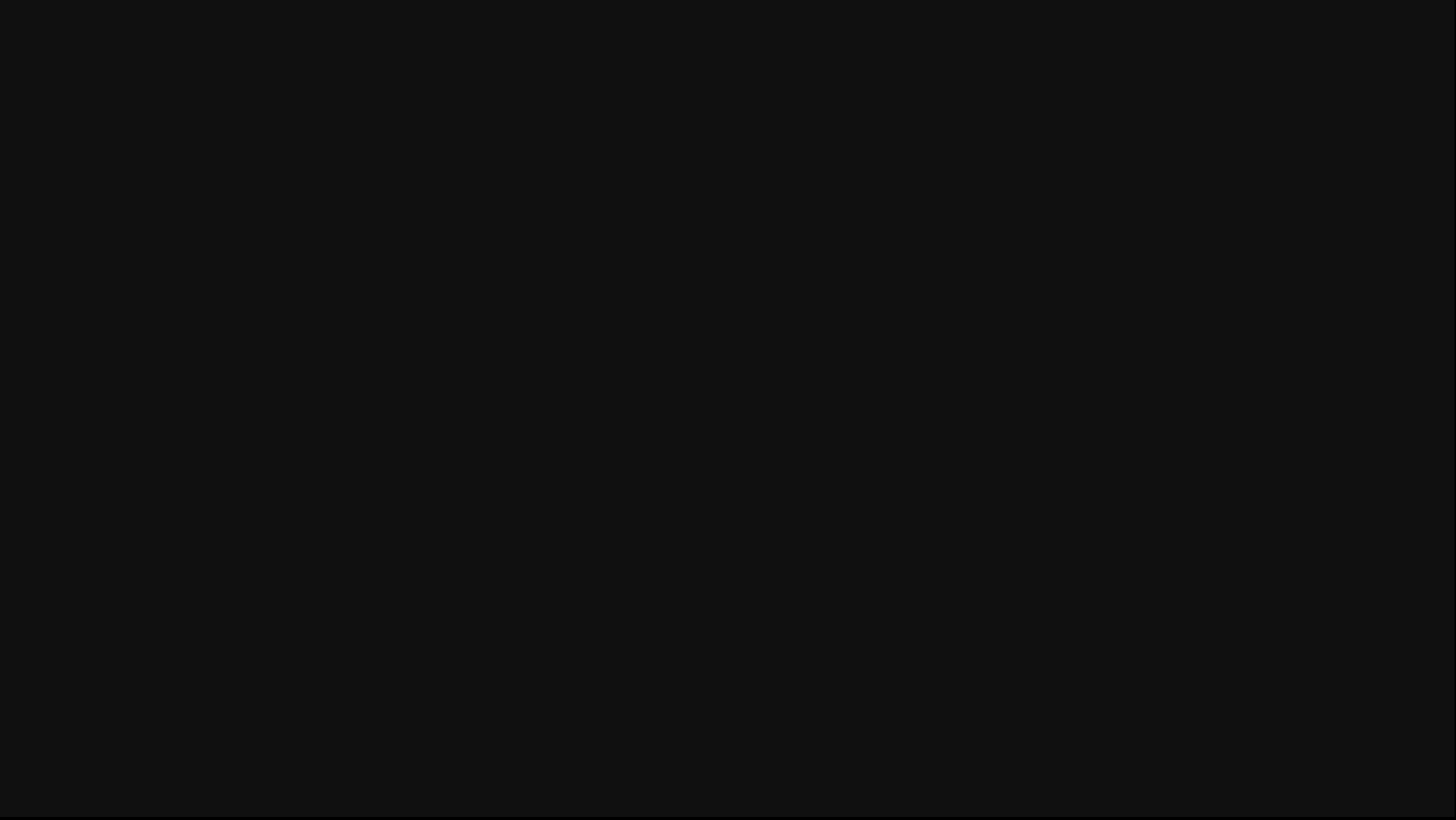


- Свойства гироскопа:

- Ось сохраняет положение в пр-ве,
- Прецессия оси.

$$\vec{M} = [\vec{L} \times m\vec{g}] .$$







*Спасибо за внимание*