

Гидродинамика

Гидродинамика изучает законы движения жидкостей и рассматривает приложения этих законов к решению практических инженерных задач

**Движение
жидкости**

Установившееся
 $u=f(x,y,z); p=f(x,y,z)$

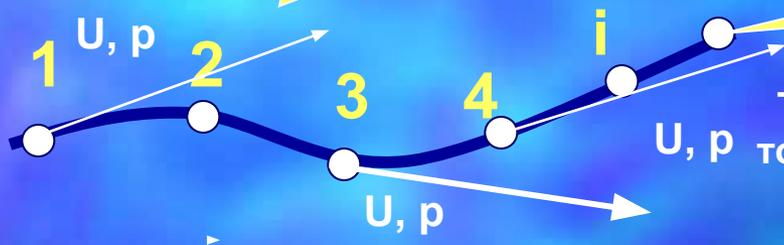
Неустановившееся
 $u=f(x,y,z,t); p=f(x,y,z,t)$



Гидравлические элементы потока

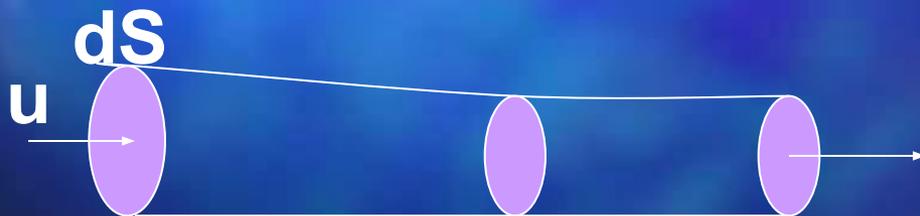
Линия тока – кривая, проведенная внутри потока так, что в данный момент времени векторы скорости во всех точках этой кривой касательны к ней

В точках пространства 1, 2, .. i жидкость обладает разными скоростями и давлениями



Траектория жидкой частицы – геометрическое место точек, являющихся последовательными положениями движущейся частицы

Если в движущейся жидкости построить достаточно малый замкнутый контур и через все его точки провести линии тока, образуется поверхность – трубка тока.



Часть потока, заключенная внутри трубки тока – элементарная струйка

Элементарная струйка и поток жидкости

Элементарная струйка, скорость U , сечение ds



Поток жидкости – совокупность элементарных струек, движущихся с разными скоростями

Живое (поперечное) сечение – сечение, перпендикулярное направлению скоростей

Для напорного течения:

$$S = \pi d^2 / 4$$

-площадь сечения

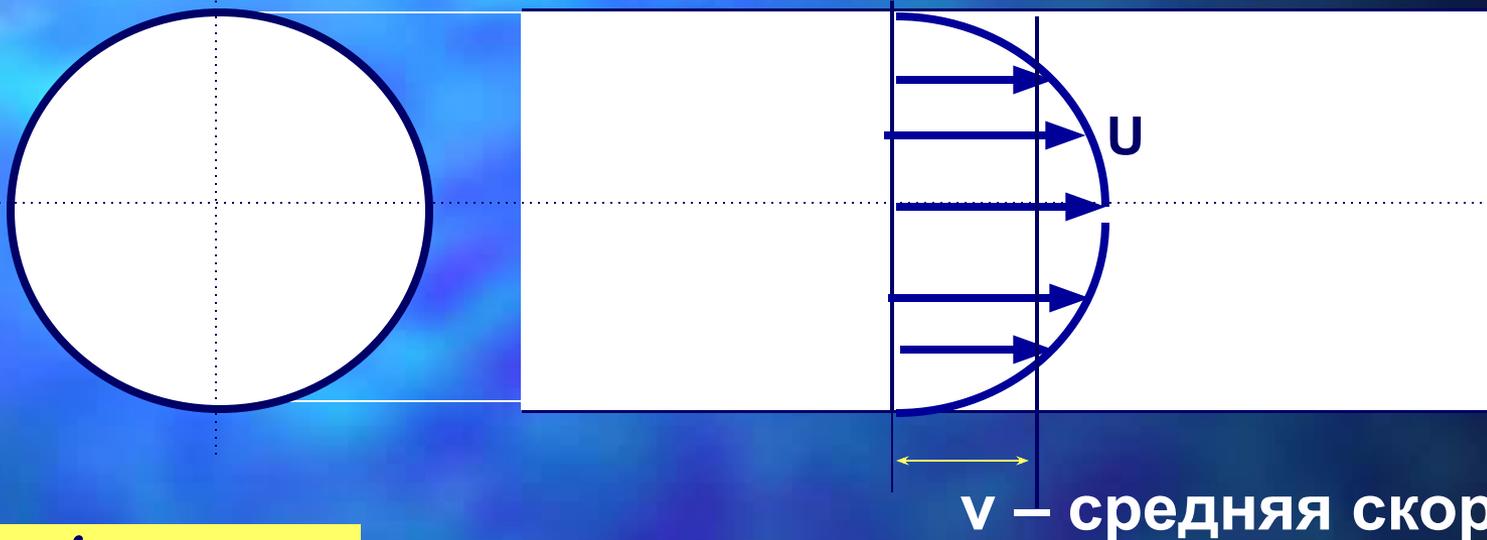
$$\Pi = \pi d$$

-смоченный периметр



Расход и средняя скорость

Расход – количество жидкости, проходящее через поперечное сечение потока за единицу времени



$$Q = \int dQ = \int u ds = v \cdot s \quad \text{-м}^3/\text{с, объёмный расход}$$

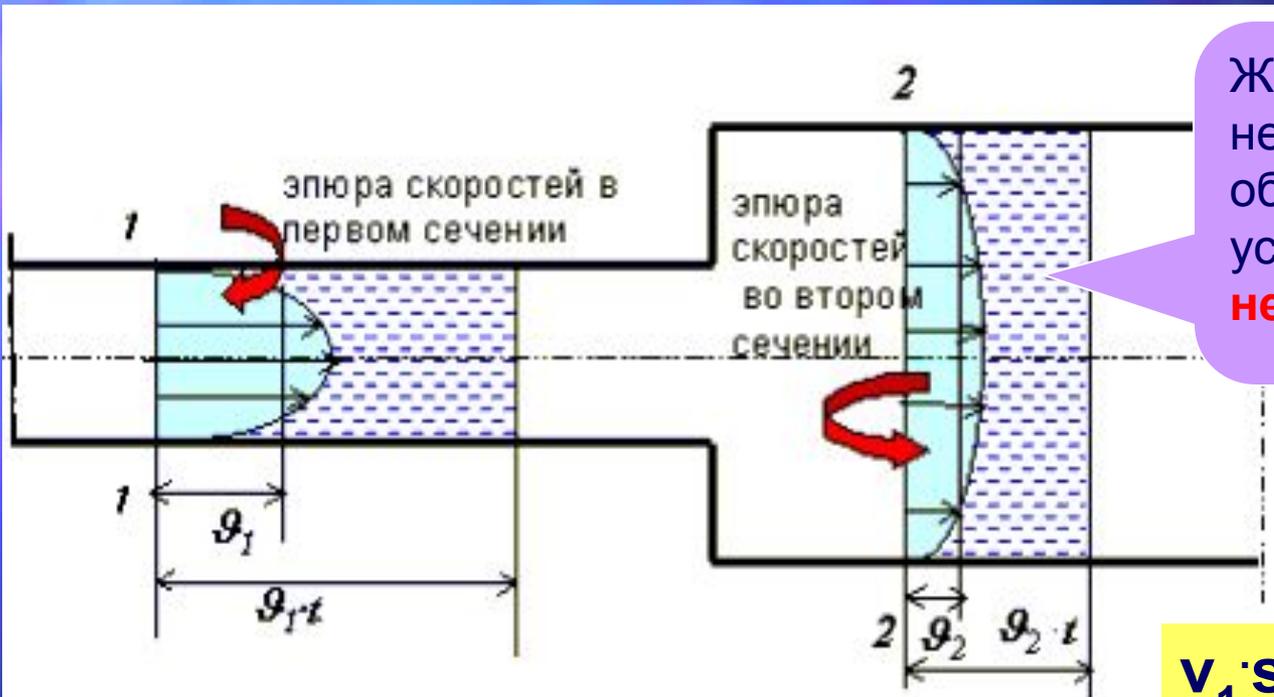
$$Q_m = \rho Q = \rho \cdot v \cdot s \quad \text{-кг/с, массовый расход}$$

$$Q_G = \rho g Q = \rho \cdot g \cdot v \cdot s \quad \text{-н/с, весовой расход}$$

$$1 \text{ литр} = 10^{-3} \text{ м}^3$$



Уравнение неразрывности



Жидкость несжимаема и в ней невозможно образование пустот. Это условие **сплошности** или **неразрывности** движения

$$v_1 \cdot t \cdot s_1 = v_2 \cdot t \cdot s_2$$

$$v_1 \cdot s_1 = v_2 \cdot s_2 = Q = \text{const}$$

$$W_1 = v_1 \cdot t \cdot s_1 - \text{объём через сеч. 1-1}$$

$$W_2 = v_2 \cdot t \cdot s_2 - \text{объём через сеч. 2-2}$$

$$\rho_1 \cdot v_1 \cdot s_1 = \rho_2 \cdot v_2 \cdot s_2 = Q_m = \text{const} - \text{для газа}$$

$$v_1 / v_2 = s_2 / s_1$$

- скорости обратно пропорциональны площадям сечений



Виды энергии жидкости

Энергия жидкости

потенциальная

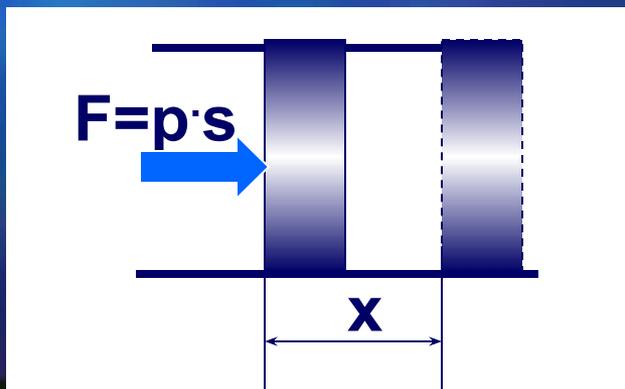
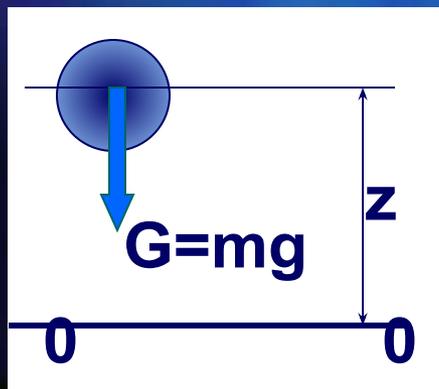
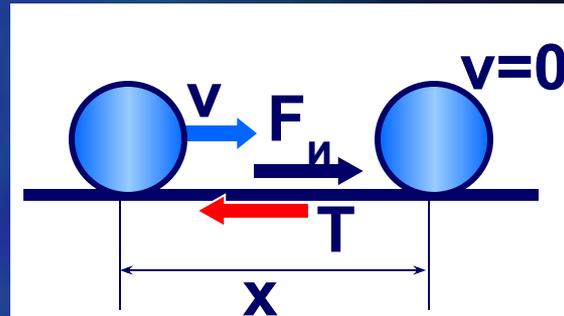
кинетическая

положения E_z

давления E_p

$$E_z = mgz$$

$$E_p = Fx = p \cdot s \cdot x = pV = mp/\rho$$

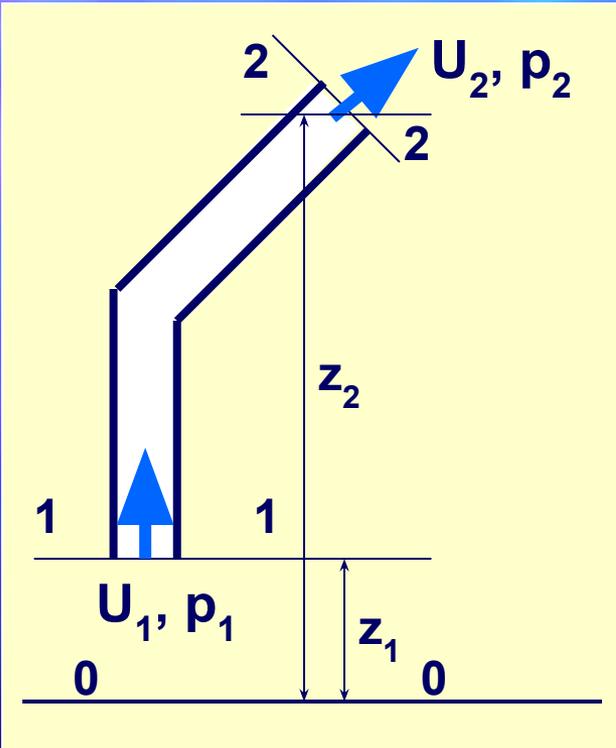


$$E_k = T \cdot x = F_{и} \cdot x \\ = m a \cdot x = m \cdot v/t \cdot \\ v/2 \cdot t = mv^2/2$$



Закон сохранения энергии – уравнение Бернулли

1. Идеальная жидкость, элементарная струйка



$$E = dmgz + dmp/\rho + dm u^2/2$$

полная энергия массы dm жидкости

$$E_1 = E_2$$
$$dmgz_1 + dmp_1/\rho + dm u_1^2/2 =$$
$$dmgz_2 + dmp_2/\rho + dm u_2^2/2$$

$$z_1 + p_1/\gamma + u_1^2/2g = z_2 + p_2/\gamma + u_2^2/2g$$

При движении идеальной жидкости полная энергия сохраняется. Возможен переход одного вида энергии в другой

Уравнение Бернулли (1738)



Удельная энергия жидкости

- энергия, отнесенная к количеству вещества (объёмному, или массовому, или весовому) - **напор**

$$E/G = E/mg = z + p/\gamma + \alpha v^2/2g = H$$

Гидродинамический напор – полная энергия единицы веса, метры

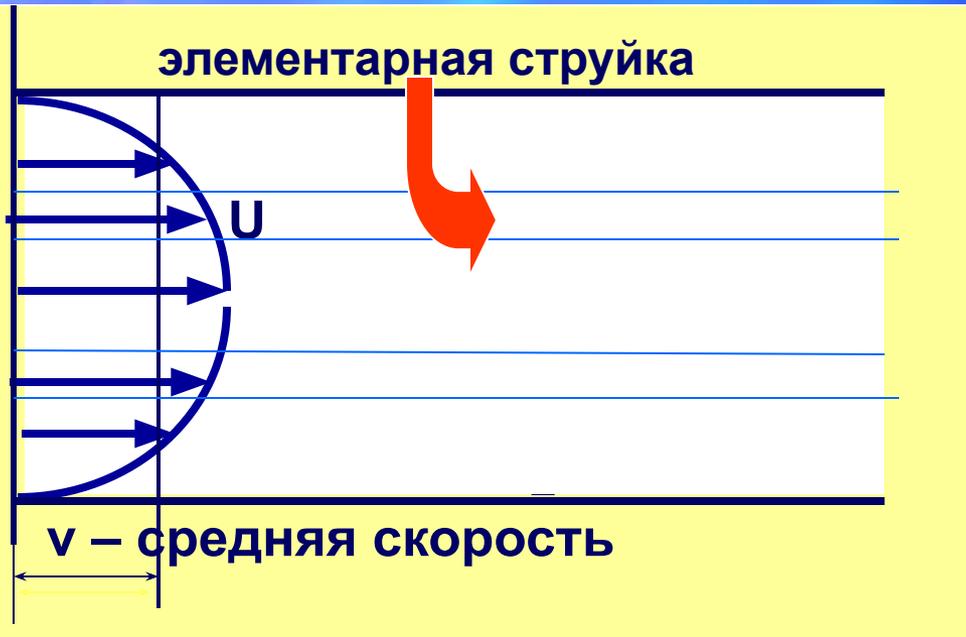
$$E/W = E/(m/\rho) = \rho g z + p + \alpha \rho v^2/2$$

Полное давление – энергия единицы объёма, Па



2. Поток идеальной жидкости

Кинетическая энергия



Кинетическая энергия массы m потока жидкости – сумма энергий отдельных струек

$$E_k = \int dm u^2 / 2 = \alpha m v^2 / 2$$

Чем больше **неравномерность скоростей u** , тем больше α . Для ламинарного режима $\alpha=2$, для турбулентного $\alpha=1,1-1,2$ (на практике принимается **1**).

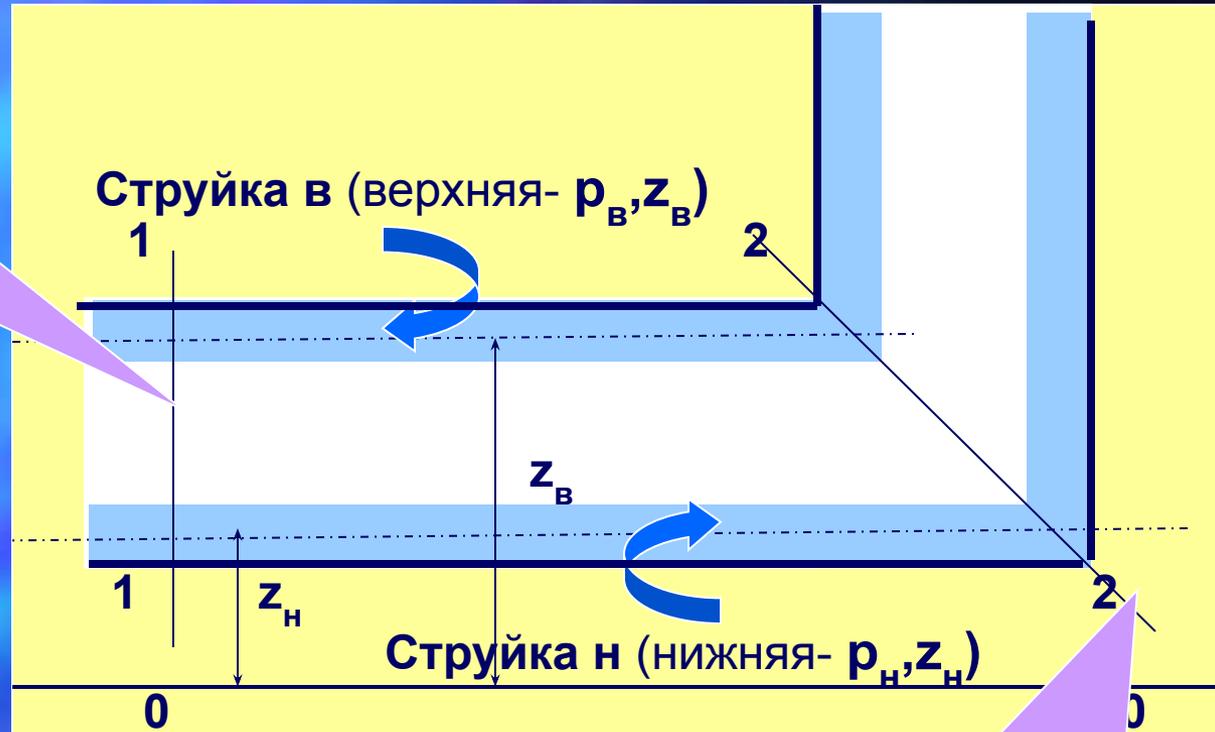
Коэффициент Кориолиса α - отношение действительной кинетической энергии к энергии, определяемой по средней скорости



Потенциальная энергия

В сеч. 1-1 нет сил инерции, давление распределяется по гидростатическому закону

$$\begin{aligned} p_v + \rho \cdot g \cdot z_v &= p_n + \\ \rho \cdot g \cdot z_n &= p + \rho \cdot g \cdot z \\ &= \text{const} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} E_n &= \int dm(gz + p/\rho) = \int dm(gz + p/\rho) = \\ &= mgz + mp/\rho \end{aligned}$$

В сеч. 2-2 появляется сила инерции, давление НЕ распределяется по гидростатическому закону

Потенциальная энергия массы m потока жидкости – сумма энергий отдельных струек



Полная энергия:

$$E = mgz + mp/\rho + \alpha mv^2/2 = \text{const}$$

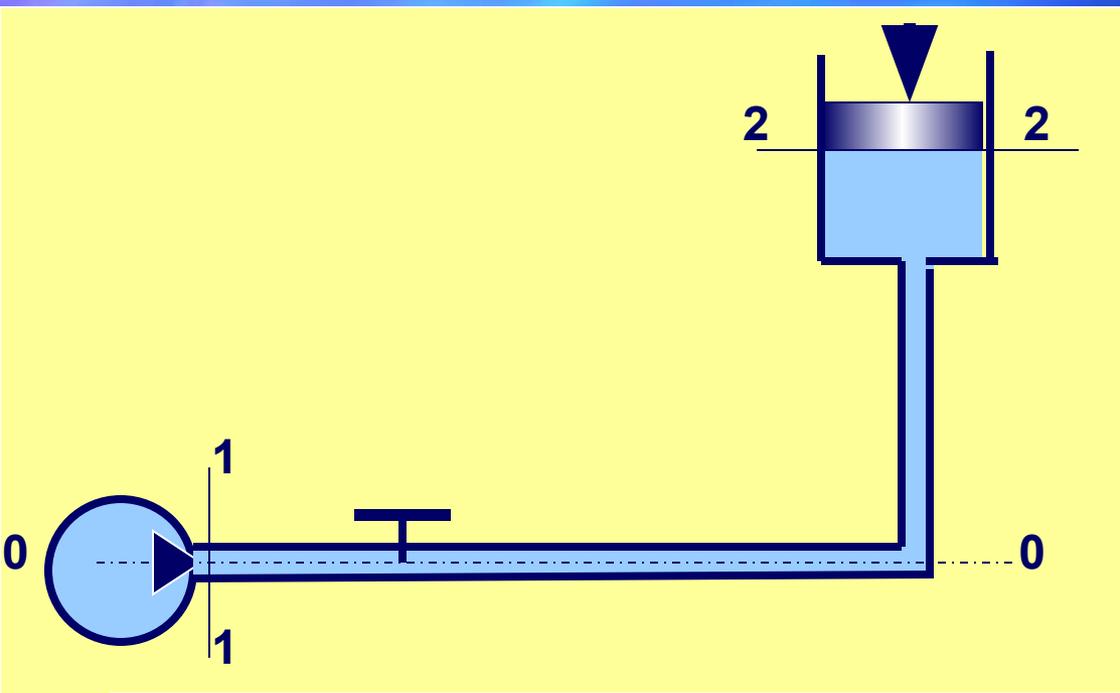
$m = \text{const}$, $\rho = \text{const}$:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha v_2^2}{2g}$$

уравнение

**- Бернулли для потока
идеальной жидкости**

3. Уравнение Бернулли для потока реальной жидкости



$$E_1 = E_2 + \delta E$$

Потери энергии при
движении жидкости от сеч.
1-1 к сеч. 2-2

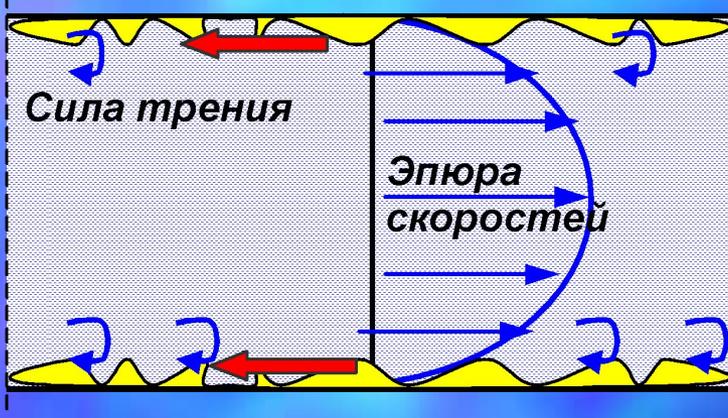
$$mgz_1 + \frac{mp_1}{\rho} + \frac{\alpha mv_1^2}{2} = mgz_2 + \frac{mp_2}{\rho} + \frac{\alpha mv_2^2}{2} + \sum h_{nom}^{1-2}$$

Потери напора при
движении жидкости от сеч.
1-1 к сеч. 2-2



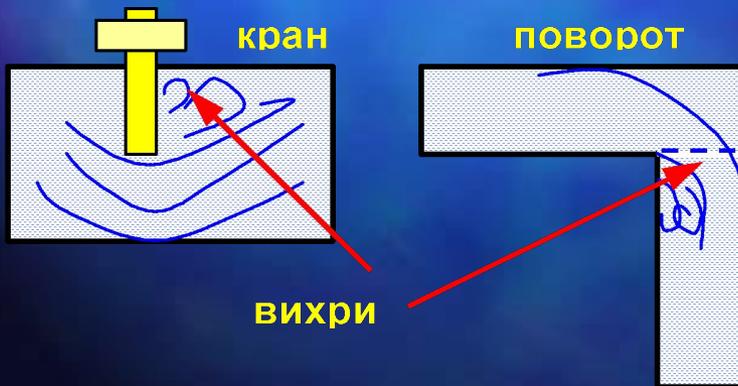
Гидравлические потери

- ✓ **Потери на сопротивления по длине**, обусловленные силами трения и обтеканием граничных поверхностей



Энергия тратится на работу по преодолению силы трения и на вихреобразование при обтекании микронеровностей стенки турбулентным потоком

- ✓ **Потери на местные сопротивления**, обусловленные деформацией потока, в связи с препятствиями на его пути

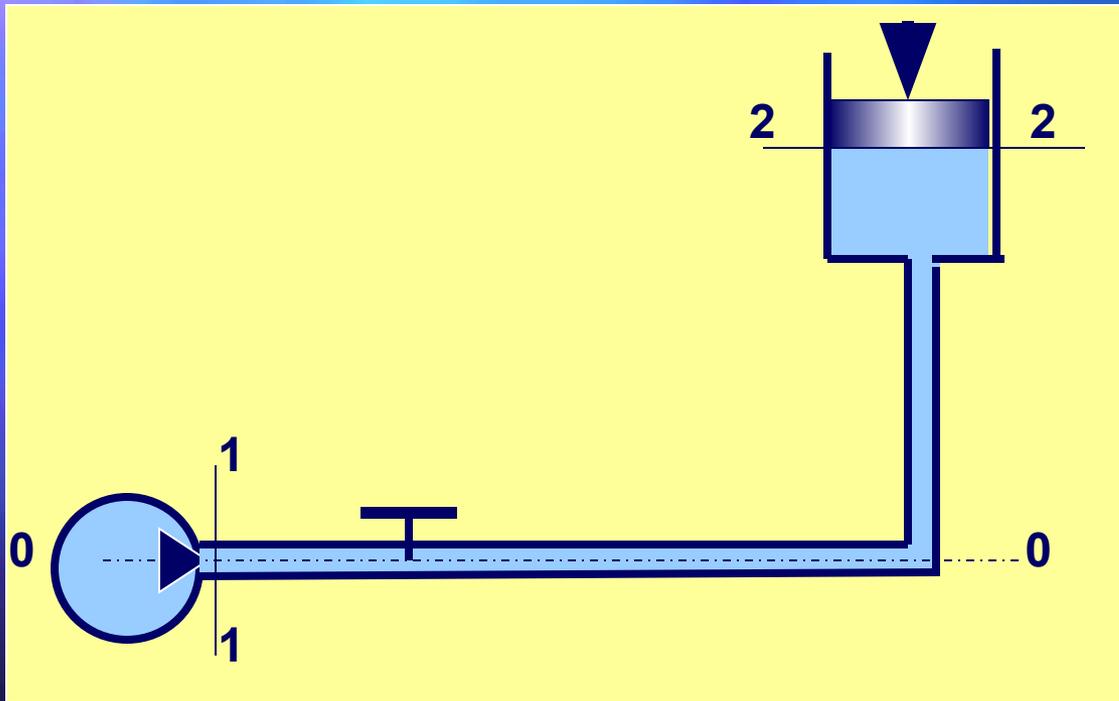


Энергия тратится на работу по преодолению силы инерции при деформации потока и на вихреобразование



Гидравлические сопротивления в уравнении Бернулли

$$z_1 + p_1/\rho g + \alpha_1 v_1^2/2g = z_2 + p_2/\rho g + \alpha_2 v_2^2/2g + h_{1-2}$$



Потери удельной энергии (напора) при движении жидкости от сеч. 1-1 к сеч. 2-2:

$$h_{1-2} = h_{\text{дл}} + \sum h_{\text{м}}$$

$$h_{1-2} = h_{\text{дл}} + h_{\text{кр}} + h_{\text{пов}} + h_{\text{вых}}$$

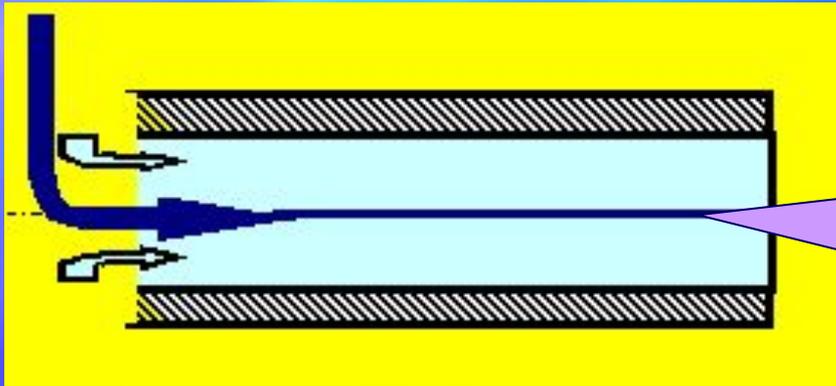
местные потери

$h_{\text{дл}}$ - сопротивления по длине,

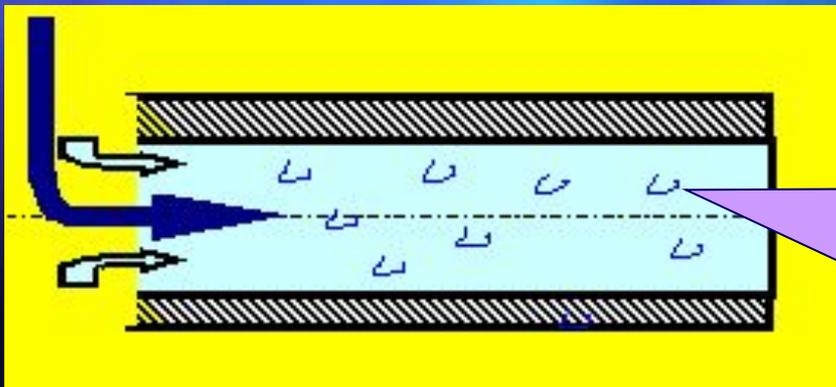
$\sum h_{\text{м}}$ - местные сопротивления



Режимы движения



Струйка краски параллельна оси трубы. Слои жидкости не перемешиваются. **Ламинарное движение** (от латинского lamina – слой)



Струйка краски распалась на отдельные вихри. Слои жидкости перемешиваются в поперечном направлении. **Турбулентное движение** (от латинского turbulentus – хаотический, беспорядочный)



Число Рейнольдса Re

$$Re = \frac{v \cdot d \cdot \rho}{\mu} = \frac{v \cdot d}{\nu}$$

Число (критерий) Рейнольдса).
Re-мера отношения силы инерции к силе трения

μ - динамический коэффициент вязкости

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

- кинематический коэффициент вязкости



При увеличении скорости растут силы инерции. Силы трения при этом больше сил инерции и до некоторых пор выпрямляют траектории струек

При некоторой скорости $v_{кр}$:

Сила инерции $F_{и} >$ силы трения $F_{тр}$, поток становится турбулентным

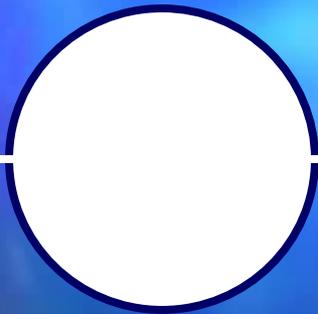


Критическое число Рейнольдса $Re_{кр}$

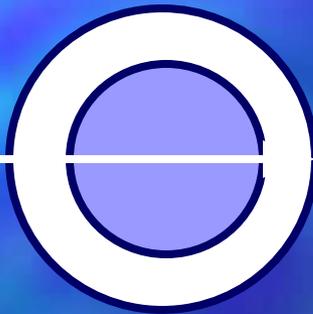
$Re_{кр}$

Число Рейнольдса, при котором ламинарный режим сменяется турбулентным

$Re_{кр}$ зависит от формы сечения канала



$Re_{кр} = 2300$



$Re_{кр} = 1600$

- в таком канале больше поверхность контакта между жидкостью и стенкой и больше локальных возмущающих факторов



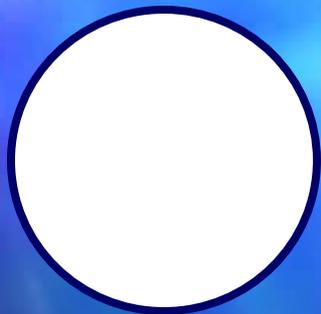
Гидравлический диаметр

$$d_z = \frac{4s}{\Pi}$$

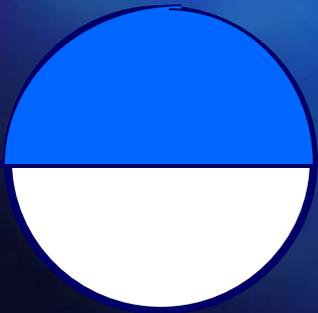
Характерный линейный размер сечения.
S - площадь сечения; Π - смоченный периметр

$$Re = \frac{v \cdot d_z \cdot \rho}{\mu} = \frac{v \cdot d_z}{\nu}$$

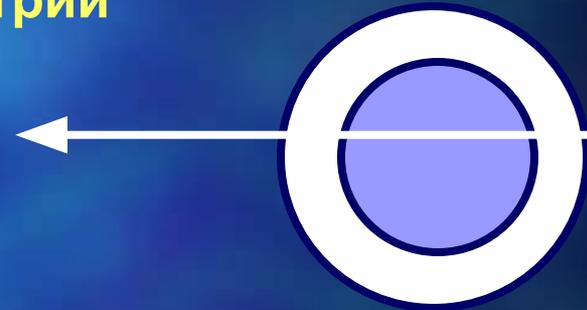
- по этой формуле определяется
число Рейнольдса в канале любой
геометрии



$$d_z = \frac{4s}{\Pi} = \frac{4\pi d^2}{4 \cdot \pi d} = d$$



$$d_z = \frac{4s}{\Pi} = \frac{4\pi d^2 \cdot 2}{8 \cdot \pi d} = d$$



$$d_z = \frac{4s}{\Pi} = \frac{4\pi(D^2 - d^2)}{4 \cdot \pi(D + d)} = D - d$$



Потери по длине.

Формула Дарси-Вейсбаха

$$h_{\text{дл}} = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

Формула Дарси-Вейсбаха

λ - коэффициент гидравлического трения, зависит от режима движения и состояния поверхности трубопровода

l, d – длина и диаметр трубопровода

v – средняя скорость движения



Местные потери. Формула Вейсбаха

$$h_M = \xi \cdot \frac{v^2}{2g}$$

Формула Вейсбаха

ξ - коэффициент местного сопротивления, зависит от его вида и конструктивного выполнения

ξ – приводится в справочной литературе

v – средняя скорость движения



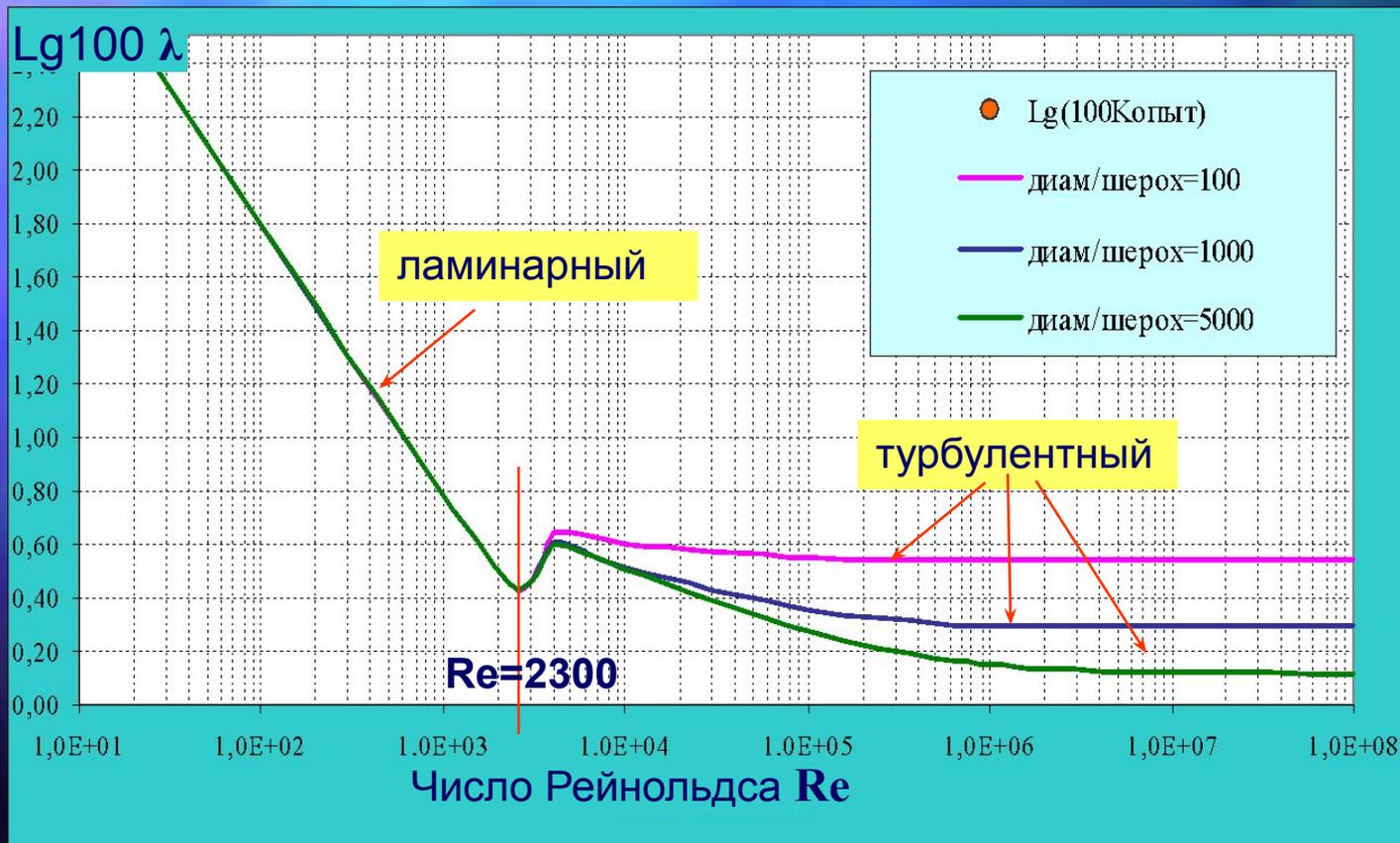
Коэффициенты местных потерь

	Вид местного сопротивления	Коэфф. ξ
	Вход в трубу без закругления входных кромок	0,5
	То же, но при хорошо закругленных кромках	0,1
	Выход из трубы в сосуд больших размеров	1
	Резкий поворот без закругления при угле поворота 90°	1,32
	Колено (плавное закругление) при радиусе закругления $(2-7)d$ (d - диаметр трубы)	0,5 – 0,3
	Кран	5-10
	Вход во всасывающую коробку насоса с обратным клапаном	5-10



Коэффициент трения

Опыты И. И. Никурадзе (1933) и Г. А. Мурина



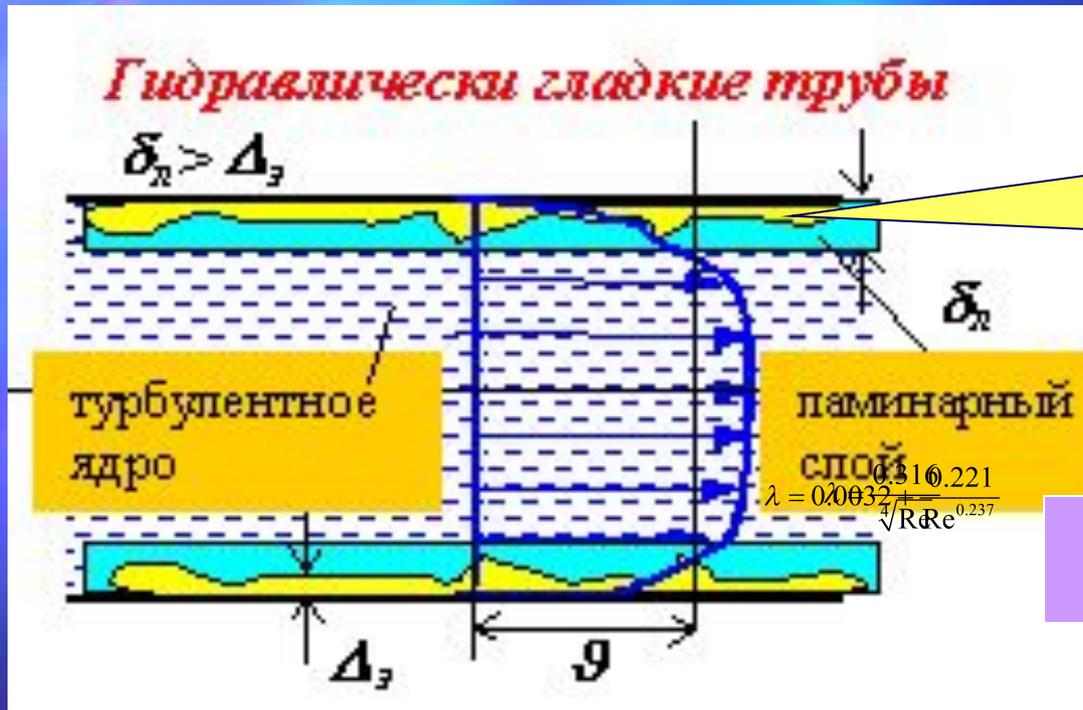
$$\lambda = 64 / Re$$

↑
ламинарный
режим



Турбулентный режим

1. Гидравлически гладкие трубы



Бугорки шероховатости обтекаются ламинарным потоком и не влияют на сопротивление

$$\text{Re}_{\delta} = \frac{u_{\delta} \cdot \delta_{\text{л}}}{\nu} \leq 2300$$

Условие для определения толщины ламинарного слоя

$$10^4 \leq \text{Re} \leq 10^5$$

$$\lambda = \frac{0.316}{\sqrt[4]{\text{Re}}} \quad \text{Блазиус}$$

$$\text{Re} > 10^5$$

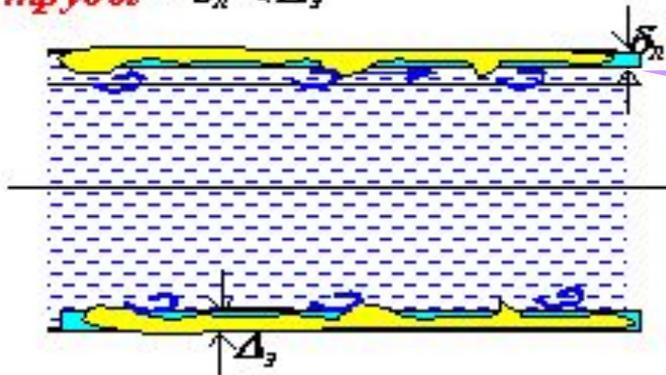
$$\lambda = 0.0032 + \frac{0.221}{\text{Re}^{0.237}} \quad \text{Никурадзе}$$



Гидравлически шероховатые трубы

При увеличении скорости толщина ламинарного слоя уменьшается

Гидравлически шероховатые
трубы - $\delta_{л} < \Delta_{э}$



Бугорки шероховатости выступают в турбулентное ядро, с них срываются вихри. А это дополнительное сопротивление

При $Re \leq Re_{пред} = 568 d / \Delta_{э}$

$$\lambda = 0,11 \cdot \left(68 / Re + \frac{\Delta_{э}}{d} \right)^{0,25}$$

Альтшуль

При дальнейшем увеличении скорости ламинарный слой очень тонкий. Все бугорки шероховатости выступают в турбулентное ядро и полностью определяют сопротивление трубы.

$Re > Re_{пред}$

$$\lambda = 0.11 \left(\frac{\Delta_{э}}{d} \right)^{0.25}$$

Шифринсон



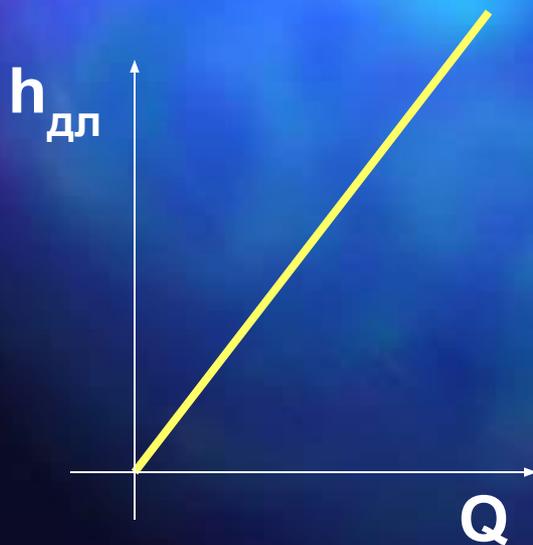
Зависимость потерь по длине от расхода (ламинарный режим)

$$h_{\text{дл}} = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

Формула Дарси-Вейсбаха

Формула Пуазейля

$$h_{\text{дл}} = \lambda \frac{l v^2}{d 2g} = \frac{64}{\text{Re}} \frac{l v^2}{d 2g} = \frac{64 \cdot v}{v \cdot d} \frac{l v^2}{d 2g} = \frac{32v \cdot l \cdot v}{d^2 g} = \frac{128v \cdot l \cdot Q}{\pi d^4 g}$$



При ламинарном режиме
потери по длине
пропорциональны
расходу в первой степени



Зависимость потерь по длине от расхода (турбулентный режим)

$$h_{\text{дл}} = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

Формула Дарси-Вейсбаха

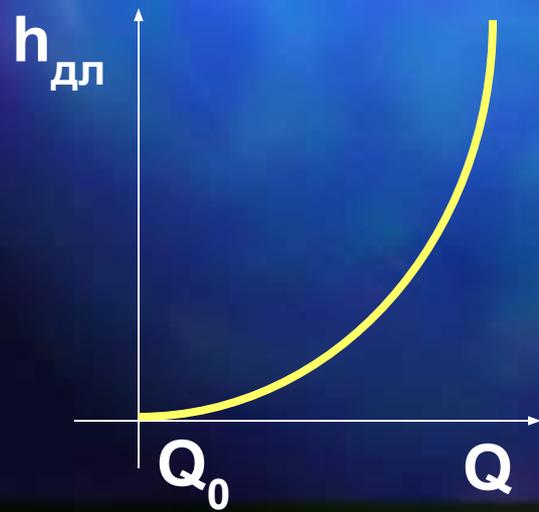
$$\lambda = 0,11 \cdot \left(\frac{68v}{v \cdot d} + \frac{\Delta_{\text{э}}}{d} \right)^{0,25}$$

$$h_{\text{дл}} = \lambda \frac{l v^2}{d 2g} = 0,11 \cdot \left(\frac{68v}{v \cdot d} \right)^{0,25} \frac{l v^2}{d 2g} \approx v^{1,75} \approx Q^{1,75}$$

Гидравлически
гладкие трубы

$$h_{\text{дл}} = \lambda \frac{l v^2}{d 2g} = 0,11 \cdot \left(\frac{\Delta_{\text{э}}}{d} \right)^{0,25} \frac{l v^2}{d 2g} \approx v^2 \approx Q^2$$

Абсолютно
шероховатые
трубы



При турбулентном режиме
потери по длине
пропорциональны $Q^{1,75-2}$

