Гидродинамика

Гидродинамика изучает законы движения жидкостей и рассматривает приложения этих законов к решению практических инженерных задач

Движение жидкости

Установившееся
$u=f(x,y,z)$; $p=f(x,y,z)$

Неустановившееся
$u=f(x,y,z,t)$; $p=f(x,y,z,t)$

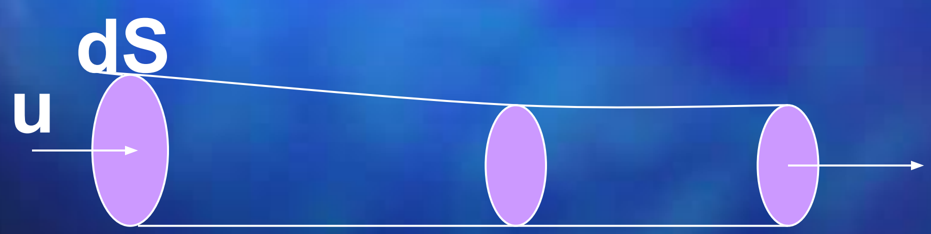
Гидравлические элементы потока

Линия тока – кривая, проведенная внутри потока так, что в данный момент времени векторы скорости во всех точках этой кривой касательны к ней

В точках пространства 1, 2, .. i жидкость обладает разными скоростями и давлениями

Траектория жидкой частицы – геометрическое место точек, являющихся последовательными положениями движущейся частицы

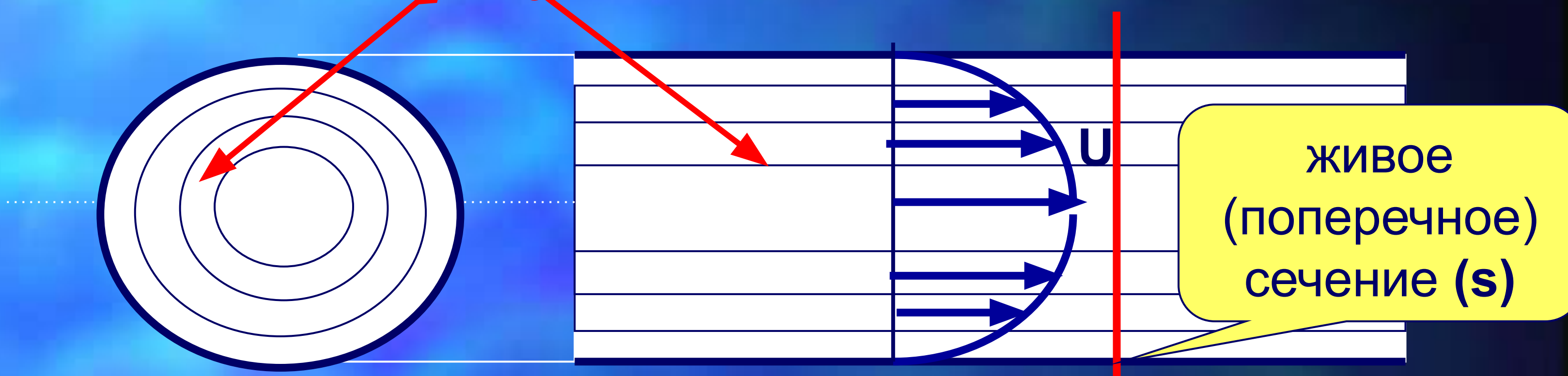
Если в движущейся жидкости построить достаточно малый замкнутый контур и через все его точки провести линии тока, образуется поверхность – трубка тока.



Часть потока, заключенная внутри трубки тока – элементарная струйка

Элементарная струйка и поток жидкости

Элементарная струйка, скорость U, сечение ds



Поток жидкости – совокупность элементарных струек, движущихся с разными скоростями

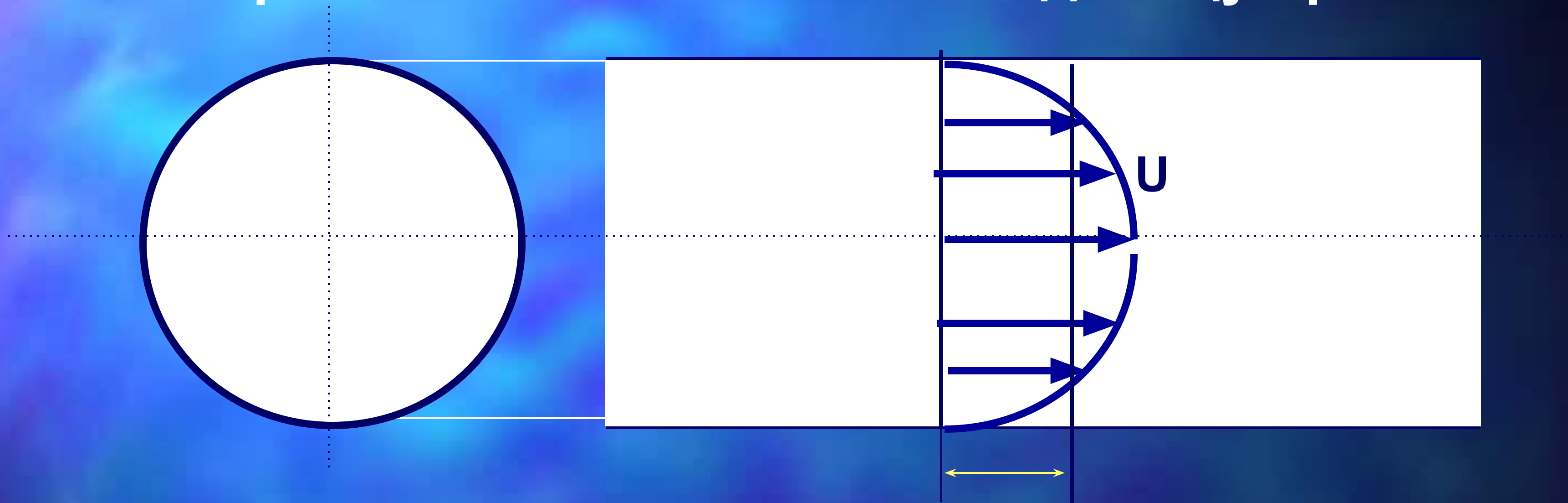
Живое (поперечное) сечение – сечение, перпендикулярное направлению скоростей

Для напорного течения:

$S=\pi d^2/4$ -площадь сечения **$\Pi=\pi d$ -смоченный периметр**

Расход и средняя скорость

Расход – количество жидкости, проходящее через поперечное сечение потока за единицу времени



v – средняя скорость

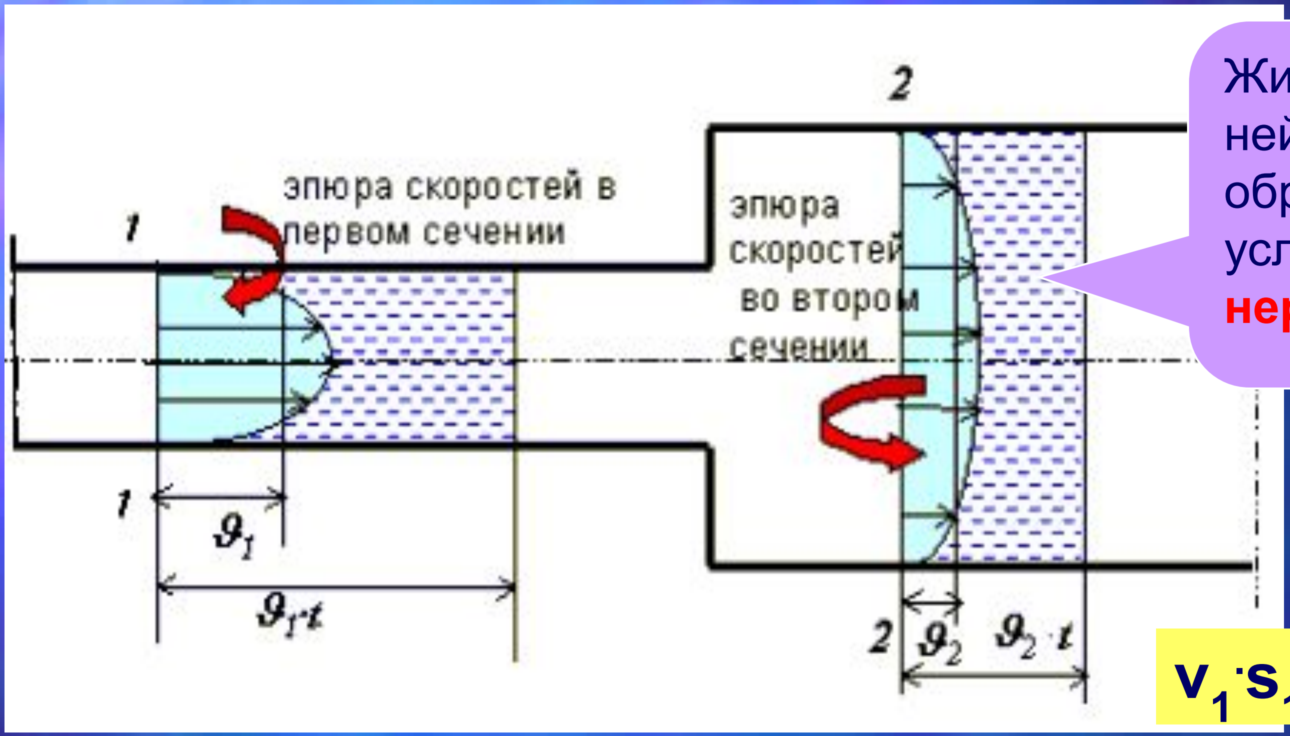
$Q=\int dQ=\int u ds=v \cdot s$ -м^3/с, объёмный расход

1 литр=10^{-3} м^3

$Q_m=\rho Q= \rho \cdot v \cdot s$ -кг/с, массовый расход

$Q_G=\rho g Q= \rho \cdot g \cdot v \cdot s$ -н/с, весовой расход

Уравнение неразрывности



Жидкость несжимаема и в ней невозможно образование пустот. Это условие **сплошности** или **неразрывности** движения

$v_1 \cdot t \cdot s_1 = v_2 \cdot t \cdot s_2$

$v_1 \cdot s_1 = v_2 \cdot s_2 = Q = const$

$W_1 = v_1 \cdot t \cdot s_1$ - объём через сеч. 1-1

$v_1 / v_2 = s_2 / s_1$

$W_2 = v_2 \cdot t \cdot s_2$ - объём через сеч. 2-2

- скорости обратно пропорциональны площадям сечений

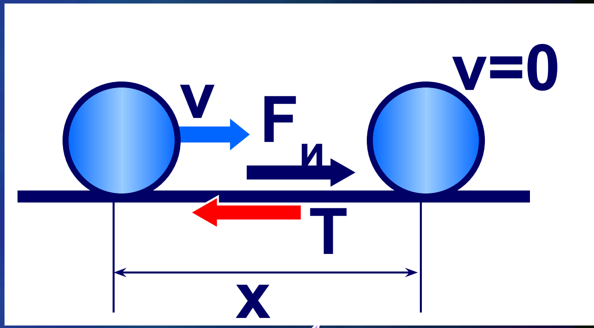
$\rho_1 \cdot v_1 \cdot s_1 = \rho_2 \cdot v_2 \cdot s_2 = Q_m = const$ - для газа

Виды энергии жидкости

Энергия жидкости

потенциальная

кинетическая



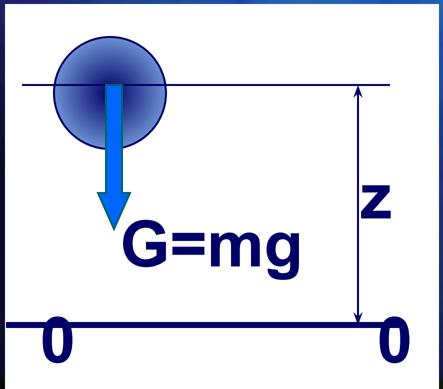
положения E_z

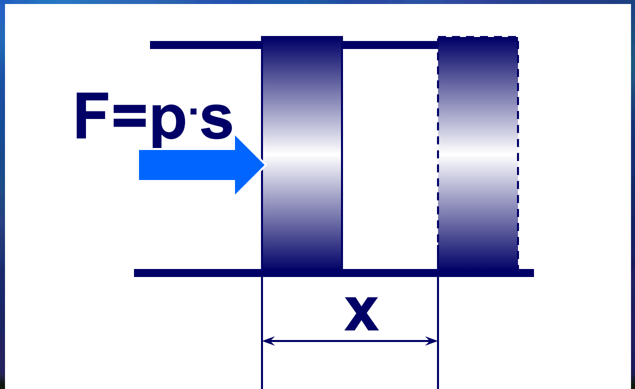
давления E_p

$E_z = mgz$

$E_p = Fx = p\cdot s\cdot x = pV = mp/\rho$

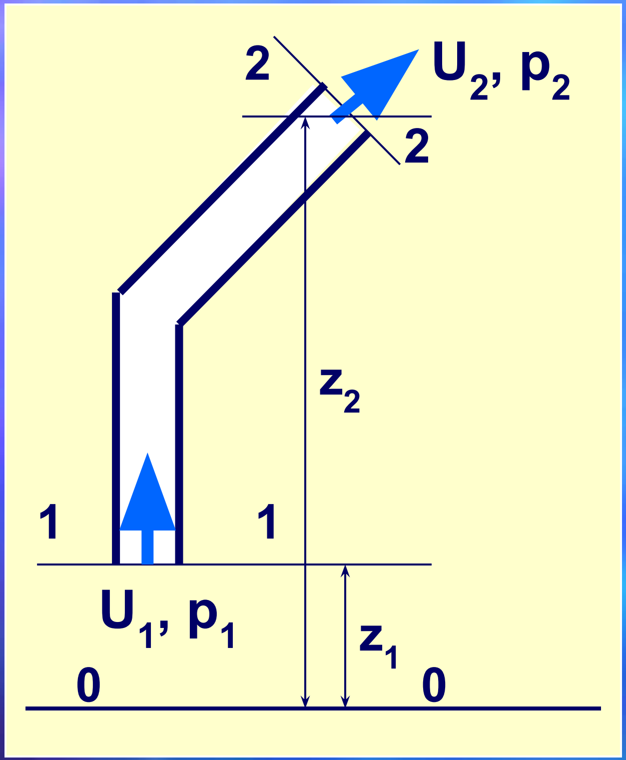
$E_k = T\cdot x = F_и \cdot x = m\,a\cdot x = m\cdot v/t\cdot v/2\cdot t = mv^2/2$





Закон сохранения энергии – уравнение Бернулли

1. Идеальная жидкость, элементарная струйка



$$E = dmgz + dmp/\rho + dmu^2/2$$

полная энергия массы dm жидкости

$$E_1 = E_2$$

$$dmgz_1 + dmp_1/\rho + dmu_1^2/2 =$$
$$dmgz_2 + dmp_2/\rho + dmu_2^2/2$$

$$z_1 + p_1/\gamma + u_1^2/2g = z_2 + p_2/\gamma + u_2^2/2g$$

При движении идеальной жидкости полная энергия сохраняется. Возможен переход одного вида энергии в другой

Уравнение Бернулли (1738)

Удельная энергия жидкости

- энергия, отнесенная к количеству вещества (объёмному, или массовому, или весовому) - напор

$$E/G = E/mg = z + p/\gamma + \alpha v^2/2g = H$$

Гидродинамический напор – полная энергия единицы веса, метры

$$E/W = E/(m/\rho) = \rho g z + p + \alpha \rho v^2/2$$

Полное давление – энергия единицы объёма, Па

НАПОР

геометрический

z_1, z_2

пьезометрический

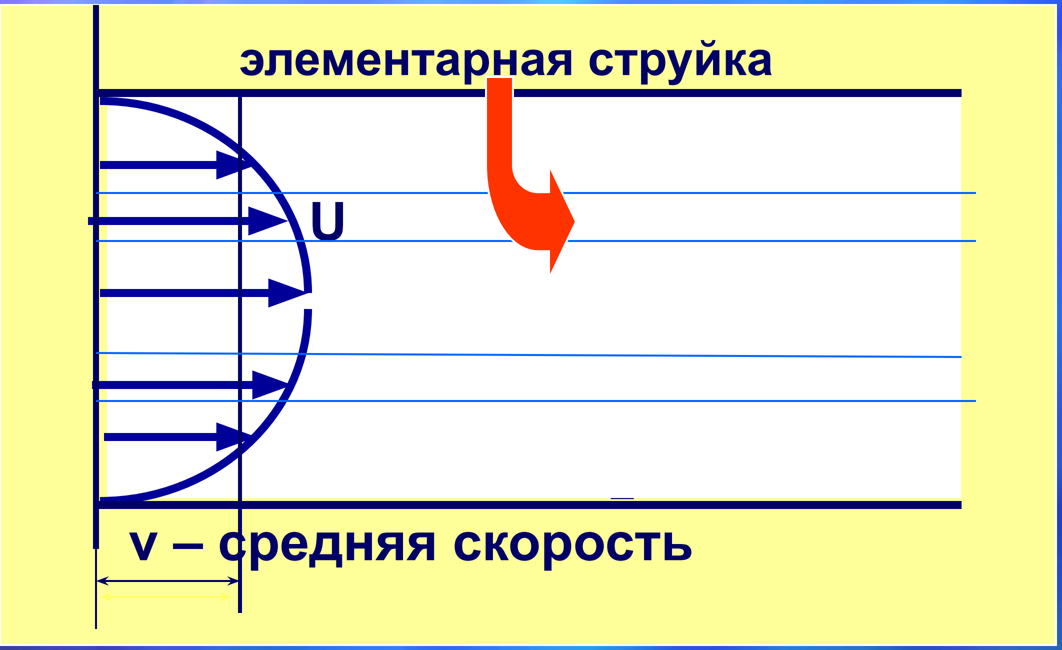
$p_1/\gamma,\ p_2/\gamma$

скоростной

$v_1^2/2g,\ v_2^2/2g$

2. Поток идеальной жидкости

Кинетическая энергия



Кинетическая энергия массы m потока жидкости – сумма энергий отдельных струек

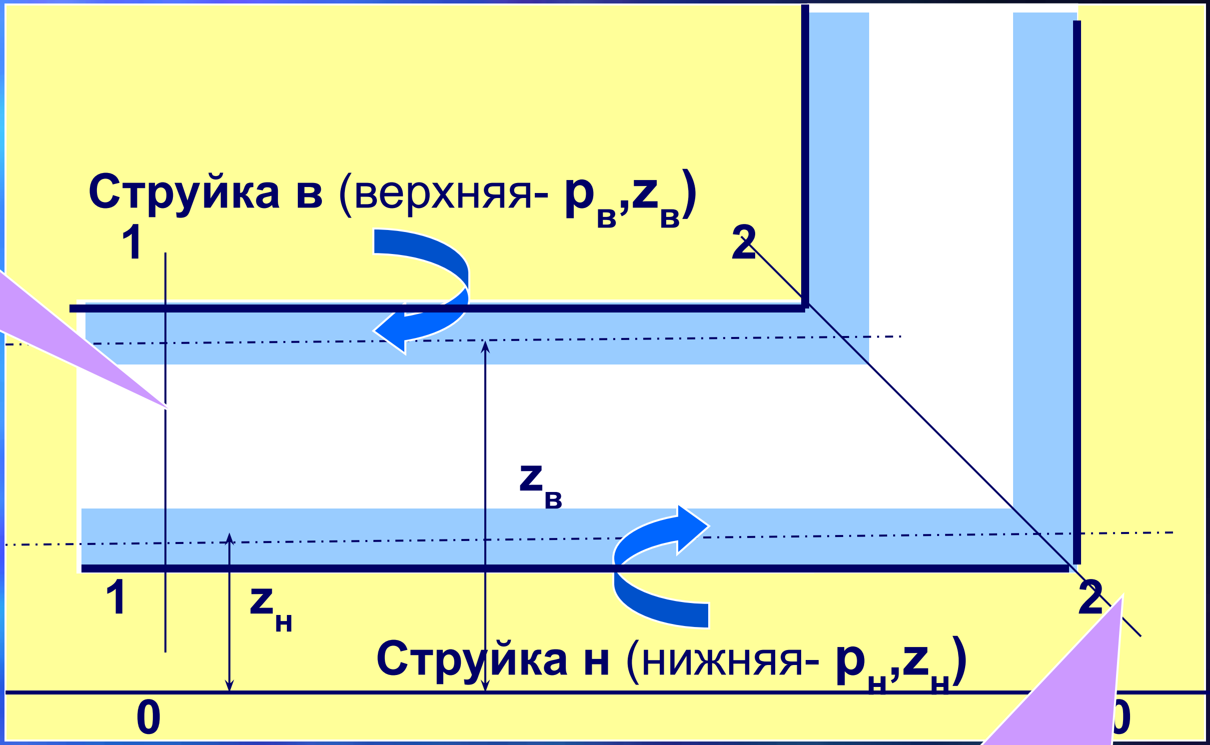
$$E_k = \int dmu^2/2 = \alpha m v^2/2$$

Чем больше *неравномерность скоростей u*, тем больше α. Для ламинарного режима α=2, для турбулентного α=1,1−1,2 (на практике принимается 1).

Коэффициент Кориолиса α **- отношение действительной кинетической энергии к энергии, определяемой по средней скорости**

Потенциальная энергия

В сеч. 1-1 нет сил инерции, давление распределяется по гидростатическому закону



$$p_в + \rho \cdot g \cdot z_в = p_н + \rho \cdot g \cdot z_н = p + \rho \cdot g \cdot z = const$$

В сеч. 2-2 появляется сила инерции, давление НЕ распределяется по гидростатическому закону

$$E_п = \int dm(gz + p/\rho) = \int dm(gz + p/\rho) = mgz + mp/\rho$$

Потенциальная энергия массы m потока жидкости – сумма энергий отдельных струек

Полная энергия:

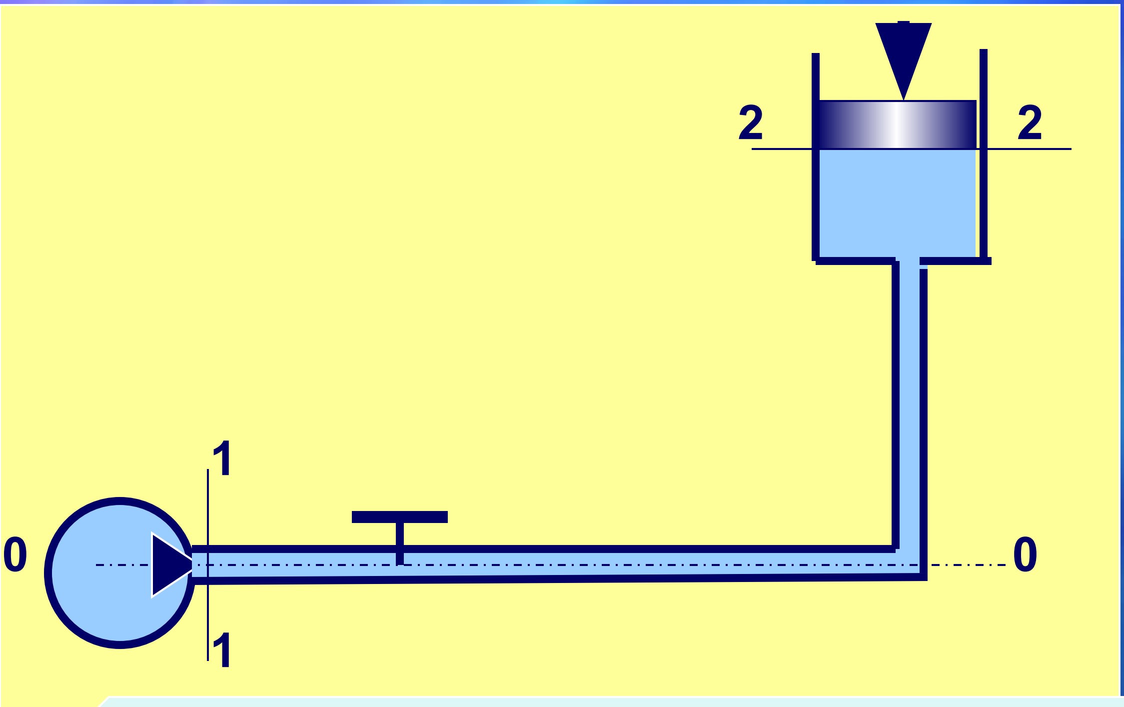
E = mgz+ mp/ρ+αmv²/2 = const

m=const, ρ = const:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha v_2^2}{2g}$$

- уравнение Бернулли для потока идеальной жидкости

3. Уравнение Бернулли для потока реальной жидкости



$$E_1 = E_2 + \delta E$$

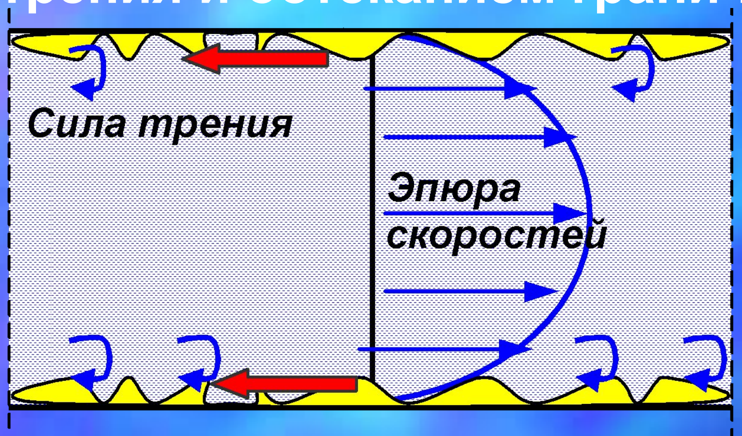
Потери энергии при движении жидкости от сеч. 1-1 к сеч. 2-2

$$mgz_1 + \frac{mp_1}{\rho} + \frac{\alpha m v_1^2}{2} = mgz_2 + \frac{mp_2}{\rho} + \frac{\alpha m v_2^2}{2} + \sum h_{nom}^{1-2}$$

Потери напора при движении жидкости от сеч. 1-1 к сеч. 2-2

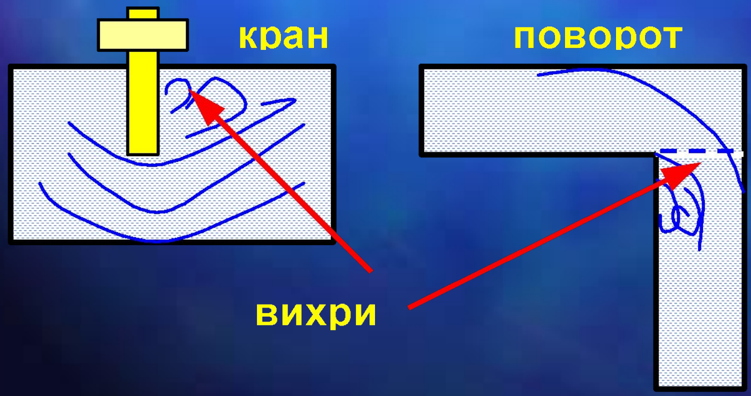
Гидравлические потери

✔*Потери на сопротивления по длине*, обусловленные силами трения и обтеканием граничных поверхностей



Энергия тратится на работу по преодолению силы трения и на вихреобразование при обтекании микронеровностей стенки турбулентным потоком

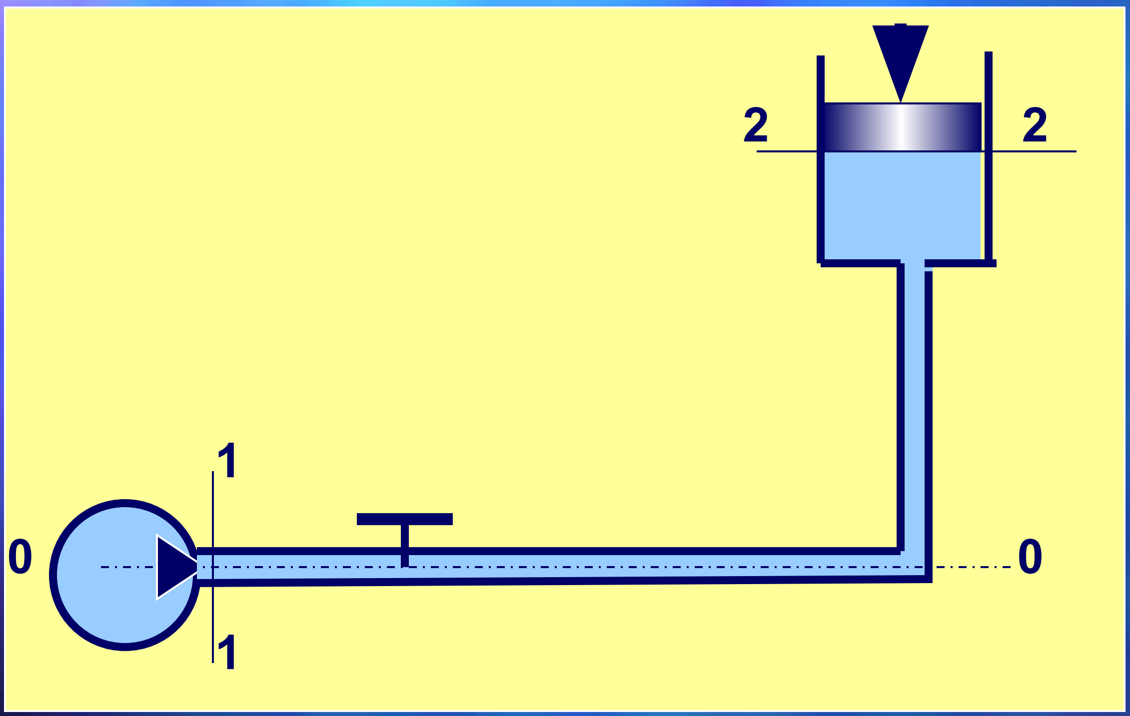
✔*Потери на местные сопротивления*, обусловленные деформацией потока, в связи с препятствиями на его пути



Энергия тратится на работу по преодолению силы инерции при деформации потока и на вихреобразование

Гидравлические сопротивления в уравнении Бернулли

$$z_1 + p_1/\rho g + \alpha_1 v_1^2/2g = z_2 + p_2/\rho g + \alpha_2 v_2^2/2g + h_{1\text{-}2}$$



Потери удельной энергии (напора) при движении жидкости от сеч. 1-1 к сеч. 2-2:

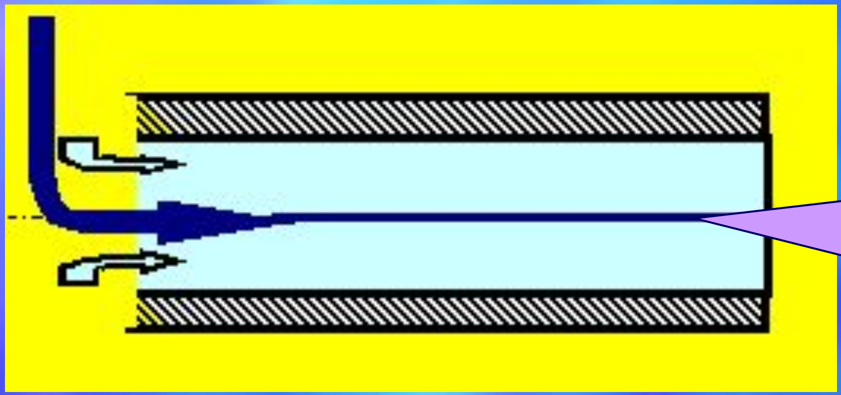
$$h_{1-2} = h_{дл} + \sum h_м$$

$$h_{1\text{-}2} = h_{дл} + \underbrace{h_{кр} + h_{пов} + h_{вых}}_{\text{местные потери}}$$

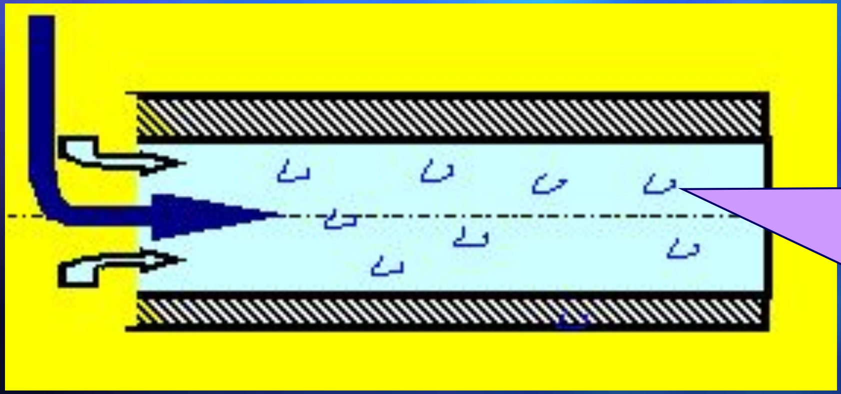
$h_{дл}$ - *сопротивления по длине*,

$\sum h_м$ - *местные сопротивления*

Режимы движения



Струйка краски параллельна оси трубы. Слои жидкости не перемешиваются. **Ламинарное движение** (от латинского lamina – слой)



Струйка краски распалась на отдельные вихри. Слои жидкости перемешиваются в поперечном направлении. **Турбулентное движение** (от латинского turbulentus – хаотический, беспорядочный)

Число Рейнольдса Re

$$\mathrm{Re} = \frac{v \cdot d \cdot \rho}{\mu} = \frac{v \cdot d}{\upsilon}$$

Число (критерий) Рейнольдса). Re-мера отношения силы инерции к силе трения

μ - динамический коэффициент вязкости

$$\upsilon = \frac{\mu}{\rho}$$

- кинематический коэффициент вязкости

При увеличении скорости растут силы инерции. Силы трения при этом больше сил инерции и до некоторых пор выпрямляют траектории струек

При некоторой скорости $v_{кр}$:

Сила инерции $F_и$ > силы трения $F_{тр}$, поток становится турбулентным

Критическое число Рейнольдса $Re_{кр}$

$Re_{кр}$ — Число Рейнольдса, при котором ламинарный режим сменяется турбулентным

$Re_{кр}$ зависит от формы сечения канала

$Re_{кр} = 2300$

$Re_{кр} = 1600$

- в таком канале больше поверхность контакта между жидкостью и стенкой и больше локальных возмущающих факторов

Гидравлический диаметр

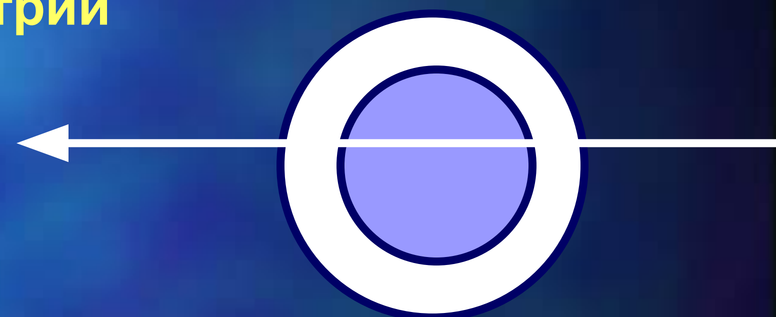
$$d_г = \frac{4s}{П}$$

Характерный линейный размер сечения.
S - площадь сечения; **П** - смоченный периметр

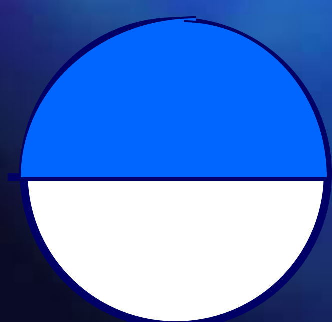
$$\mathrm{Re} = \frac{v \cdot d_г \cdot \rho}{\mu} = \frac{v \cdot d_г}{\upsilon}$$

- по этой формуле определяется ~~число Рейнольдса в канале любой~~ геометрии

$$d_г = \frac{4s}{П} = \frac{4\pi d^2}{4 \cdot \pi d} = d$$



$$d_г = \frac{4s}{П} = \frac{4\pi(D^2 - d^2)}{4 \cdot \pi(D + d)} = D - d$$



$$d_г = \frac{4s}{П} = \frac{4\pi d^2 \cdot 2}{8 \cdot \pi d} = d$$

Потери по длине. Формула Дарси-Вейсбаха

$$h_{дл} = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

Формула Дарси-Вейсбаха

λ - коэффициент гидравлического трения, зависит от режима движения и состояния поверхности трубопровода

l, d – длина и диаметр трубопровода

v – средняя скорость движения

Местные потери. Формула Вейсбаха

$$h_м = \xi \cdot \frac{v^2}{2g}$$

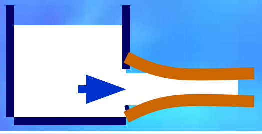
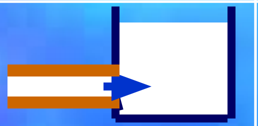
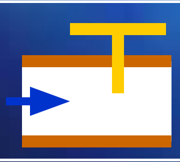
Формула Вейсбаха

ξ - коэффициент местного сопротивления, зависит от его вида и конструктивного выполнения

ξ– приводится в справочной литературе

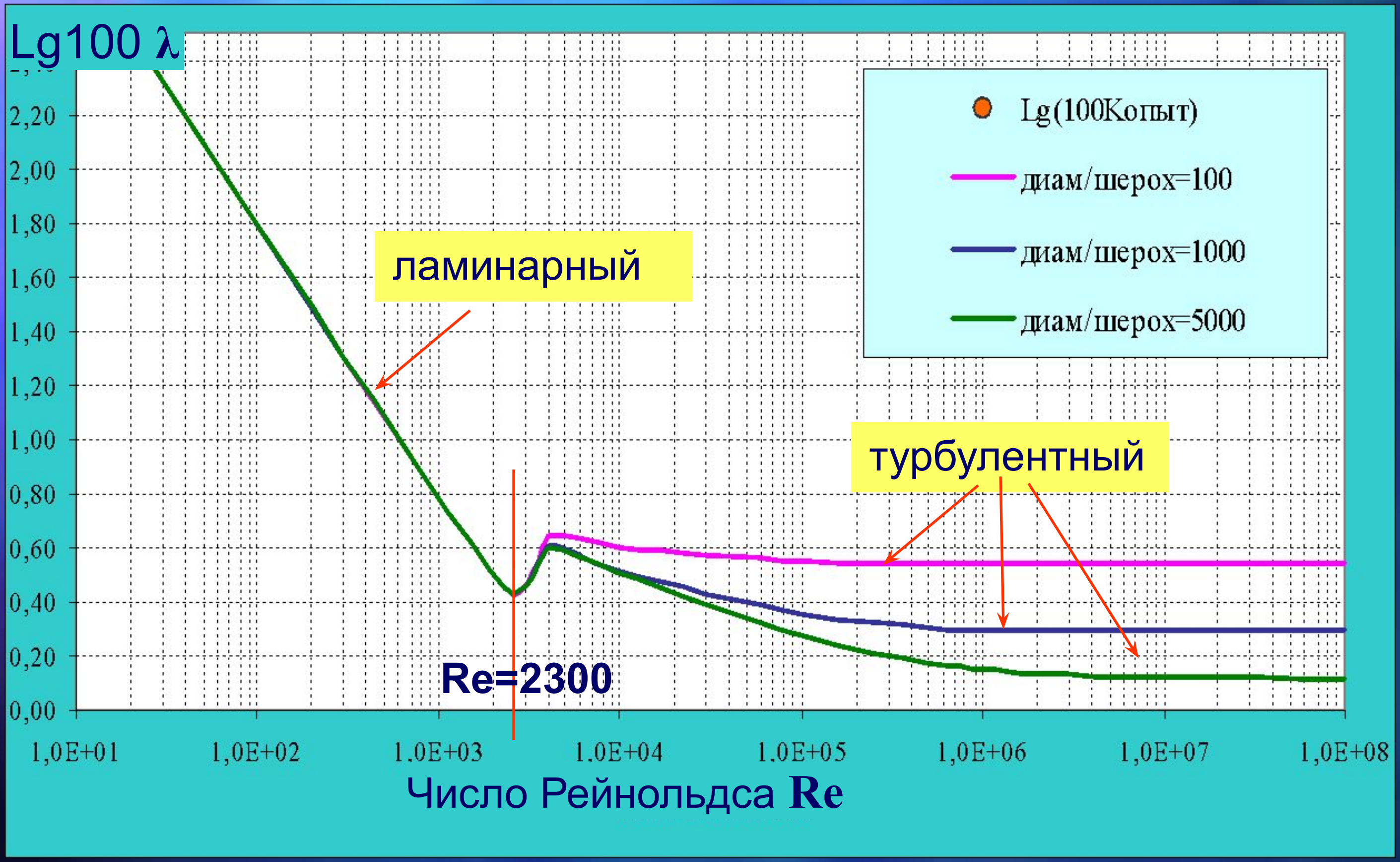
v – средняя скорость движения

Коэффициенты местных потерь

	Вид местного сопротивления	Коэфф. ξ
	Вход в трубу без закругления входных кромок	0,5
	То же, но при хорошо закругленных кромках	0,1
	Выход из трубы в сосуд больших размеров	1
	Резкий поворот без закругления при угле поворота 90^0	1,32
	Колено (плавное загругление) при радиусе закругления (2-7)d (d - диаметр трубы)	0,5 – 0,3
	Кран	5-10
	Вход во всасывающую коробку насоса с обратным клапаном	5-10

Коэффициент трения

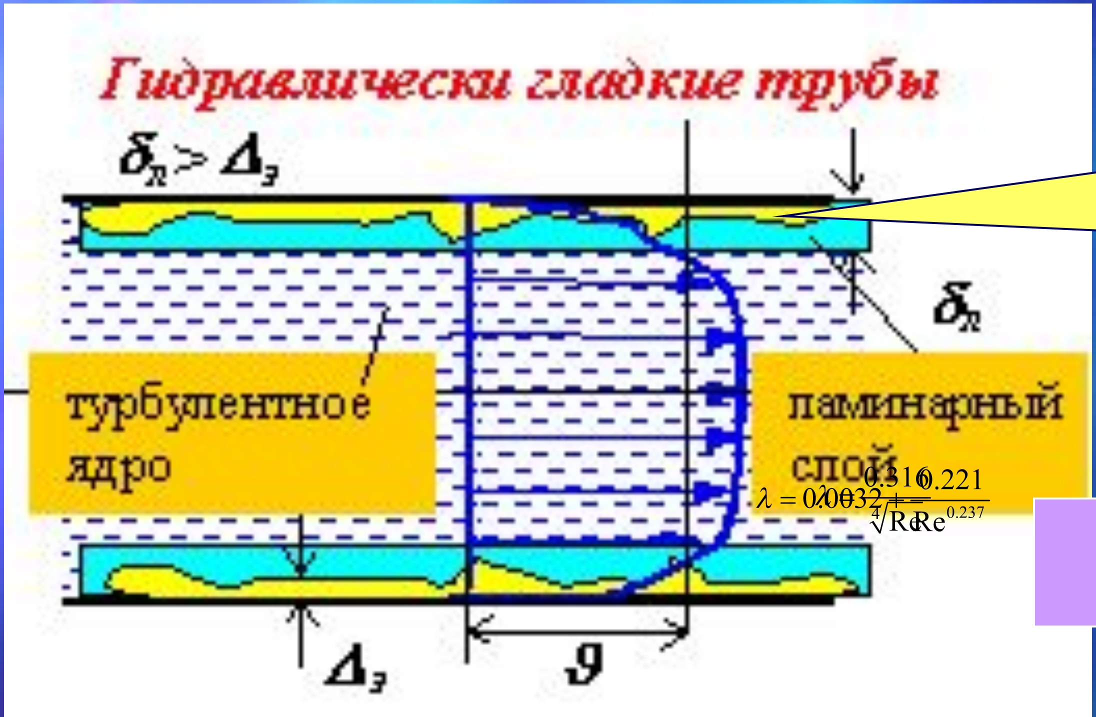
Опыты И. И. Никурадзе (1933) и Г. А. Мурина



$$\lambda = 64 / Re$$

ламинарный режим

Турбулентный режим
1. Гидравлически гладкие трубы



Бугорки шероховатости обтекаются ламинарным потоком и не влияют на сопротивление

$$\mathrm{Re}_\delta = \frac{u_\delta \cdot \delta_л}{\nu} <= 2300$$

Условие для определения толщины ламинарного слоя

$10^4 \le \mathrm{Re} \le 10^5$

$$\lambda = \frac{0.316}{\sqrt[4]{\mathrm{Re}}}$$

Блазиус

$\mathrm{Re} > 10^5$

$$\lambda = 0.0032 + \frac{0.221}{\mathrm{Re}^{0.237}}$$

Никурадзе

Гидравлически шероховатые трубы

При увеличении скорости толщина ламинарного слоя уменьшается

Бугорки шероховатости выступают в турбулентное ядро, с них срываются вихри. А это дополнительное сопротивление

При $Re \le R_{пред} = 568\ d / \Delta_э$

$$\lambda = 0{,}11\cdot\left(68/Re + \frac{\Delta_э}{d}\right)^{0.25}$$ **Альтшуль**

При дальнейшем увеличении скорости ламинарный слой очень тонкий. Все бугорки шероховатости выступают в турбулентное ядро и полностью определяют сопротивление трубы.

$Re > Re_{пред}$

$$\lambda = 0.11\left(\frac{\Delta_{ý}}{d}\right)^{0.25}$$ **Шифринсон**

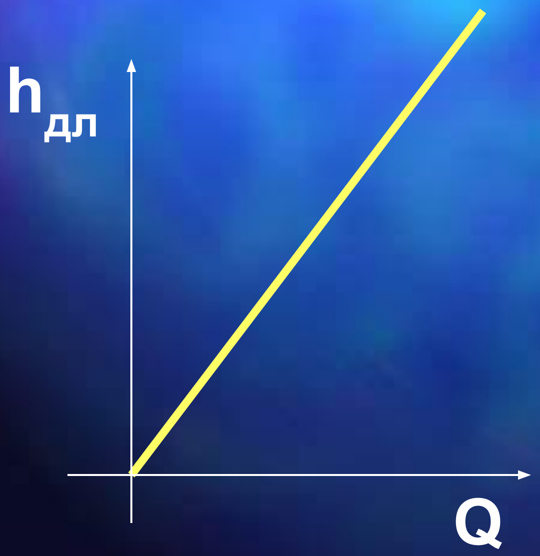
Зависимость потерь по длине от расхода (ламинарный режим)

$$h_{дл} = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

Формула Дарси-Вейсбаха

Формула Пуазейля

$$h_{дл} = \lambda \frac{l}{d}\frac{v^2}{2g} = \frac{64}{\mathrm{Re}}\frac{l}{d}\frac{v^2}{2g} = \frac{64 \cdot \nu}{v \cdot d}\frac{l}{d}\frac{v^2}{2g} = \frac{32\nu \cdot l \cdot v}{d^2 g} = \frac{128\nu \cdot l \cdot Q}{\pi d^4 g}$$



При ламинарном режиме потери по длине пропорциональны расходу в первой степени

Зависимость потерь по длине от расхода (турбулентный режим)

$$h_{дл} = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g}$$

Формула Дарси-Вейсбаха

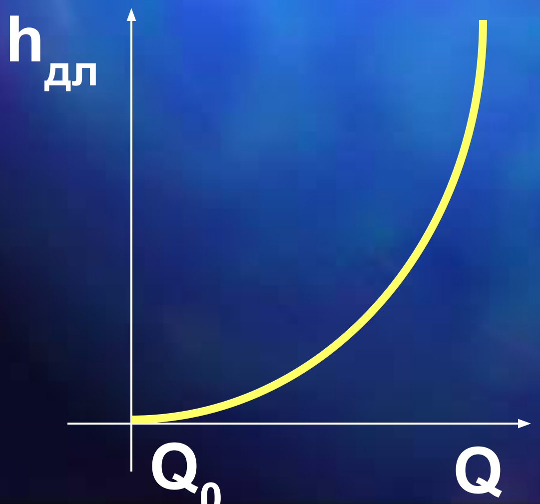
$$\lambda = 0{,}11 \cdot \left(\frac{68\nu}{v \cdot d} + \frac{\Delta_э}{d}\right)^{0,2}$$

$$h_{дл} = \lambda \frac{l}{d}\frac{v^2}{2g} = 0{,}11 \cdot \left(\frac{68\nu}{v \cdot d}\right)^{0,25} \frac{l}{d}\frac{v^2}{2g} \approx v^{1.75} \approx Q^{1.75}$$

Гидравлически гладкие трубы

$$h_{дл} = \lambda \frac{l}{d}\frac{v^2}{2g} = 0{,}11 \cdot \left(\frac{\Delta_э}{d}\right)^{0,25} \frac{l}{d}\frac{v^2}{2g} \approx v^2 \approx Q^2$$

Абсолютно шероховатые трубы



При турбулентном режиме потери по длине пропорциональны Q $^{1.75\text{-}2}$