

Лекция 2

1. Модель идеального газа
2. Модель совершенного газа
3. Законы термодинамики
4. Газодинамические переменные
5. Классификация течений
6. Ламинарное и турбулентное течение
7. Вязкость
8. Число Рейнольдса

Темы НИРС (Аэродинамика)

1. Исследование донного сопротивления
2. Аэродинамика Х-компоновки (прямоугольные и треугольные консоли)
3. Интерференция треугольного крыла и корпуса
4. Панельный метод для осесимметричного тела (матмоделирование)
5. Исследование сопротивления круглого цилиндра с плоским дефлектором вблизи экрана
6. Исследование аэродинамических характеристик тела с различной температурой поверхности

Модель совершенного газа

Уравнение Клапейрона-Менделеева $p = \rho RT$ (2.2)

или $p = \frac{RT}{V\mu}$

$$e = c_v T \quad (2.3)$$

$$i = c_p T \quad (2.4)$$

$$s = c_v \ln \frac{p}{\rho^\kappa} + const \quad (2.5)$$

Для воздуха

$$c_p - c_v = R \quad c_p = 1000 \text{ Дж} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}; \quad c_v = 713 \text{ Дж} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{К}^{-1} \quad (2.6)$$

$R = 287 \text{ Дж} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$ – удельная газовая постоянная

$R = 8,3144598(48) \text{ Дж}/(\text{Моль} \cdot \text{К})$ – универсальная газовая постоянная

$\kappa = \frac{c_p}{c_v}$ – показатель адиабаты. Для воздуха $\kappa = 1,4$

$\frac{p}{\rho^\kappa} = const$ – изоэнтропа, процесс изоэнтропический

Законы термодинамики

Термодинамический процесс называют *равновесным*, или *квазистатическим*, если в ходе этого процесса все характеризующие его параметры изменяются настолько медленно, что система все время находится в равновесных состояниях. Если это условие не выполняется, процесс называют *неравновесным, нестатическим*.

Первый закон термодинамики является частным случаем общего закона сохранения энергии и для процессов, протекающих в воздухе, формулируется так: количество теплоты δq , подведенное к одному килограмму воздуха, расходуется на изменение его внутренней энергии de и внешнюю работу $p d\left(\frac{1}{\rho}\right)$

$$\delta q = de + p d\left(\frac{1}{\rho}\right) \quad (2.7)$$

или с учетом (2.1)- (2.3) и (2.6)

$$\delta q = di - \left(\frac{dp}{\rho}\right) \quad (2.8)$$

Законы термодинамики

Второй закон термодинамики устанавливает существование энтропии s и её неубывание при любых процессах в изолированной системе. Математически этот закон выражается следующим образом:

$$Tds = \delta q \geq 0 \quad (2.9)$$

Из соотношений (2.3), (2.7), (2.9) находим, что в случае равновесных процесс

$$Tds = dc_v T + pd \left(\frac{1}{\rho} \right) \quad (2.10)$$

Процессы, протекающие в воздухе, могут быть **обратимыми и необратимыми**.

Обратимым называется процесс, при котором изолированная система переходит из одного состояния в другое таким образом, что возможен обратный переход через те же промежуточные состояния без возникновения каких либо остаточных конечных изменений в ней или окружающей среде. Если это условие не выполняется, процесс называется **необратимым**.

Газодинамические переменные

Воздух, обтекающий самолет, находится в движении. Механические и термодинамические параметры, определяющие движение и состояние воздуха в поле течения, имеют обобщенное наименование – **газодинамические переменные**.

Ими являются: скорость V , давление p , плотность ρ , температура T , удельная внутренняя энергия e , удельная энтальпия i , удельная энтропия s .

V +(термодинамические параметры) = *газодинамические переменные*

Классификация течений

В общем случае газодинамические переменные зависят от координат и времени.

Течение, в котором газодинамические переменные не изменяются во времени, называют *установившимися*.

Течение, в котором газодинамические переменные изменяются во времени, называют *неустановившимися*.

Течение, в котором газодинамические переменные зависят от всех трех координат, называют *пространственным*.

Течение, в котором частицы воздуха движутся параллельно некоторой фиксированной плоскости, называют *плоскопараллельными*.

Ламинарное и турбулентное течение

Течение, в котором частицы воздуха движутся упорядоченно по слоям называют *ламинарными*.

При *турбулентном* течении частицы воздуха движутся сложным неупорядоченным образом.

Истинные значения газодинамических переменных в каждой точке турбулентного потока хаотически изменяются во времени. Турбулентное течение можно представить как результат наложения хаотического, *пульсационного* движения макрочастиц воздуха на осредненное течение. Например, осреднённые в некоторой точке в момент времени t проекции скорости на ось Ox и давление определяют как

$$\bar{v}_x = \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} v_x dt; \quad \bar{p} = \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} p dt \quad (2.11)$$

Если осреднение в одних и тех же точках в разные моменты времени даёт одинаковые значения газодинамических переменных, то такое осредненное течение называют *установившимся*.

Ламинарное и турбулентное течение

При одинаковых осредненных значениях газодинамических переменных потоки могут существенно различаться формами и амплитудами пульсаций. Поэтому для более полной характеристики турбулентных потоков вводят понятие осредненной во времени амплитуды пульсаций. Например, амплитуда пульсаций компоненты скорости:

$$\sqrt{\overline{v_x'^2}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} v_x'^2 dt} \quad (2.12)$$

При равенстве осредненных во времени амплитуд пульсаций скорости потока по всем направлениям турбулентность называют **изотропной**, а если это свойство сохраняется для всех точек потока, то **однородной**. Отношение осредненной во времени амплитуды пульсаций скорости к осредненной скорости потока в рассматриваемой точке называют **степенью турбулентности**

$$\varepsilon = \frac{I}{V} \sqrt{\frac{1}{3} (\overline{v_x'^2} + \overline{v_y'^2} + \overline{v_z'^2})} \quad (2.13)$$

Ламинарное и турбулентное течение

При изотропной турбулентности $(v'_x = v'_y = v'_z)$ (2.14)

с учетом (2.13) и (2.14) $\varepsilon = \frac{1}{V} \sqrt{v'^2_x}$ (2.15)

Обычно выражают в процентах. Для свободной атмосферы 0,03%. Вблизи поверхности летящего самолета она может увеличиваться более чем на два порядка.

Переход от ламинарного течения к турбулентному при определённом числе Рейнольдса, который называется *критическим*.

Ламинарное и турбулентное течение

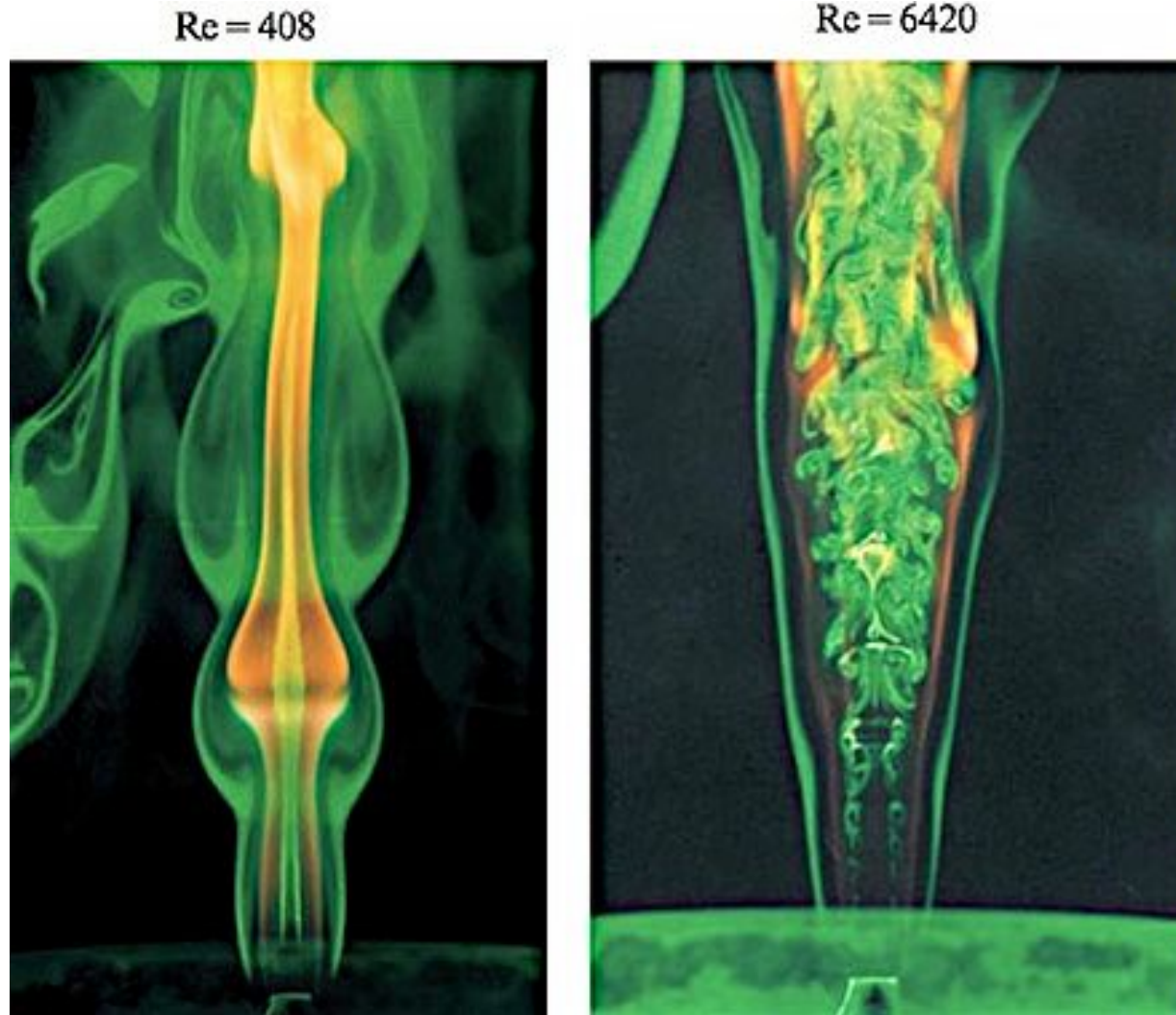


Рисунок 2.1 – Ламинарное и турбулентное течение

[http://st.otvaga2004.ru/wp-content/uploads/2013/05/otvaga2004_bulat_gen5-6_403.jpg]

Вязкость

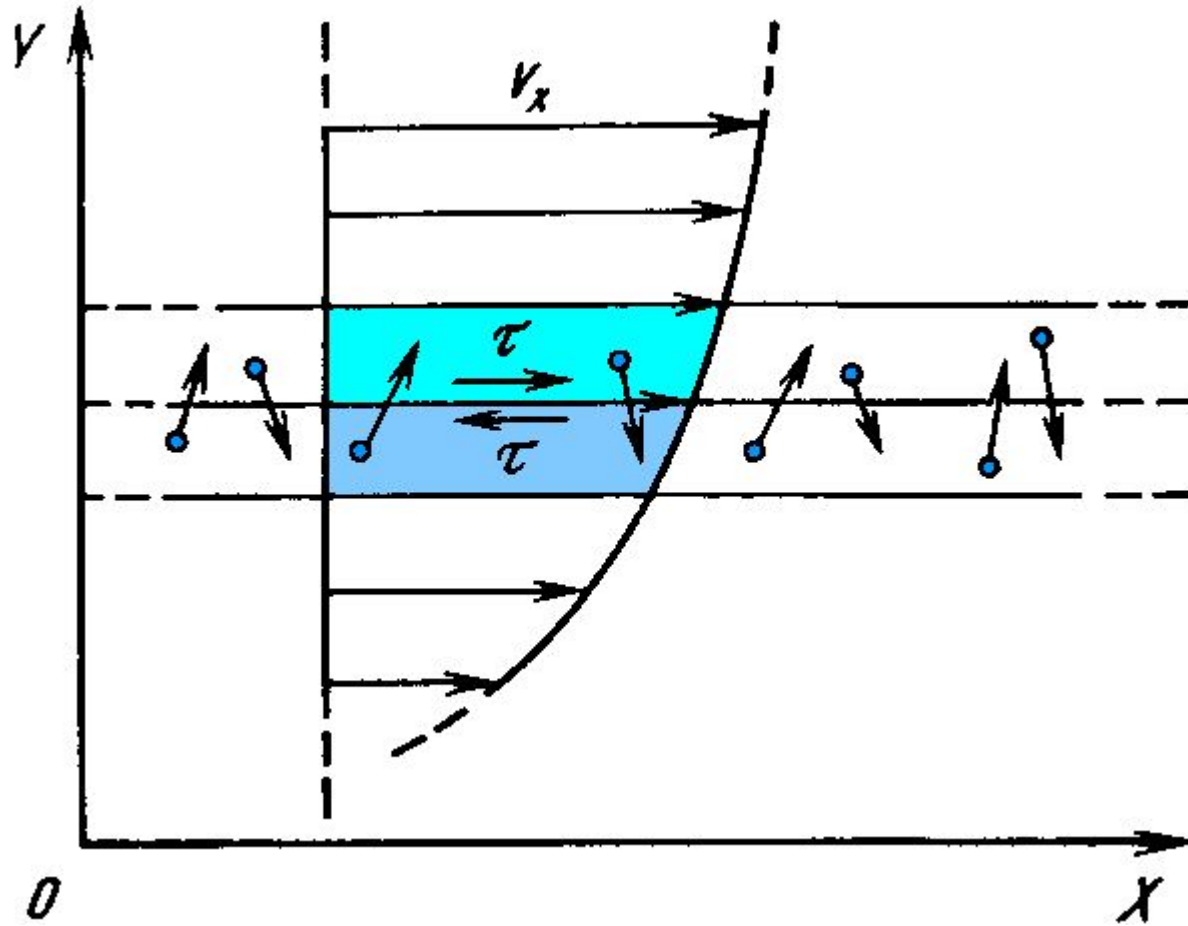


Рисунок 2.2 – Природа возникновения напряжения трения

Свойство и коэффициенты вязкости

Вязкостью воздуха называют его способность сопротивляться сдвигу. Вязкость проявляется в виде сил внутреннего трения, которые возникают в результате переноса частицами количества механического направленного движения при их переходе из одного слоя в другой.

При ламинарном течении, касательные напряжения $\tau_{л}$ в соответствии с **гипотезой Ньютона** пропорциональны производной скорости v_x по нормали к слоям и определяются как:

$$\tau_{л} = \mu \frac{dv_x}{dy} = \rho \nu \frac{dv_x}{dy}. \quad (2.16)$$

Величину μ , Па·с характеризующую молекулярный перенос количества движения, называют **динамической вязкостью**.

кинематическая вязкость: $\nu = \frac{\mu}{\rho}, \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ (2.17)

Для **воздуха** до 3000 K справедлива формула **Сатэрленда**:

$$\mu = 1.458 \times 10^{-6} \frac{T^{1.5}}{T + 110.4} \quad (2.18)$$

Зависимость вязкости от температуры

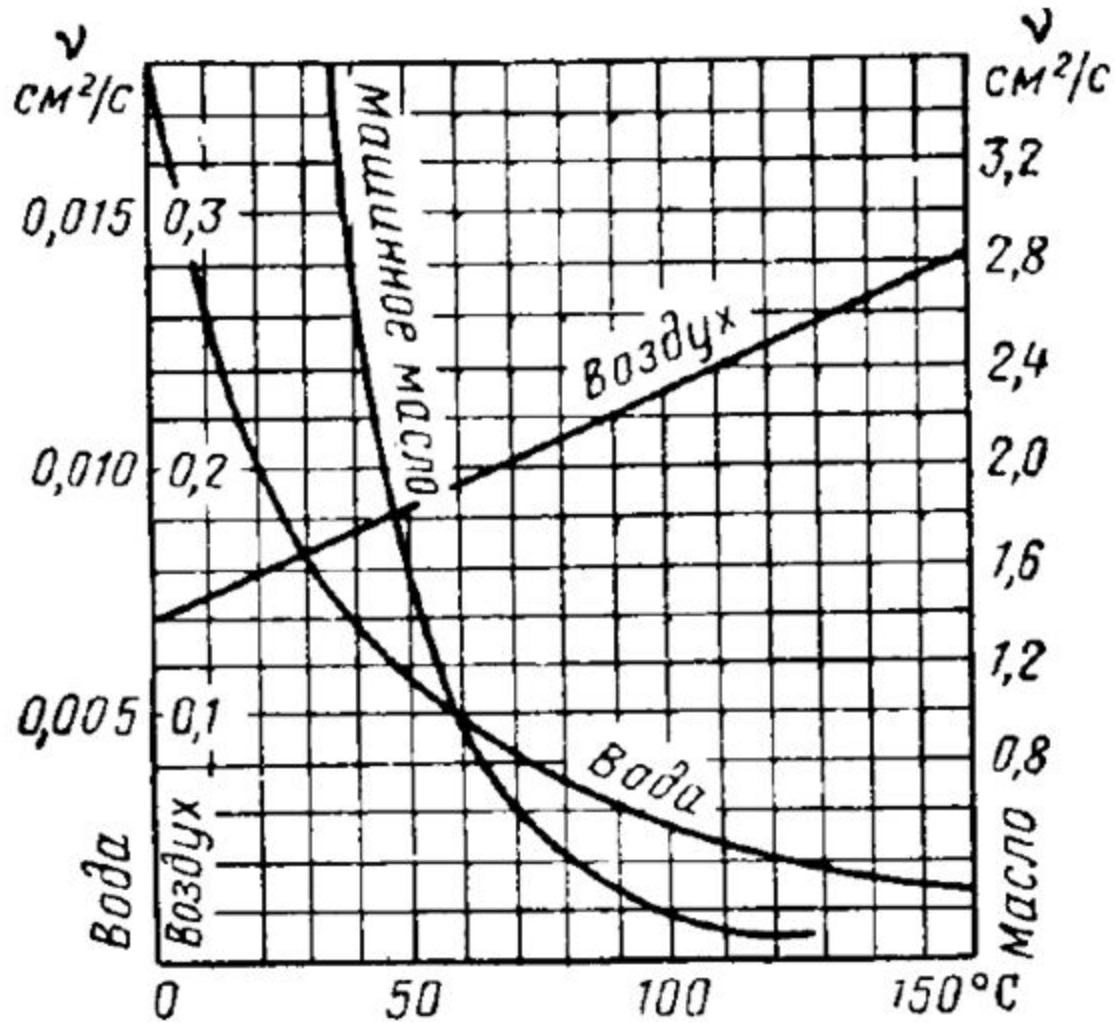


Рисунок 2.3 – Зависимость вязкости от температуры

Число Рейнольдса

$$Re = \frac{V_{\infty} \cdot L}{\nu} \quad (2.19)$$

При увеличении высоты полёта вязкость растёт, следовательно, число Рейнольдса падает и тем самым роль вязкости возрастает.

Критическое число Рейнольдса:

При турбулентном режиме перенос количества движения определяется тепловым движением молекул и хаотичными перемещениями макромасс. Поэтому вязкость в турбулентных течениях проявляется сильнее, чем в ламинарных.

В случае, когда осредненные скорости $\bar{v}_y = \bar{v}_z = 0$ и осредненная скорость \bar{v}_x зависит только от координаты y , турбулентные касательные напряжения определяются формулой

$$\tau_T = \mu_T \frac{d\bar{v}_x}{dy} = \rho \nu_T \frac{d\bar{v}_x}{dy} \quad (2.20)$$

Идеальный газ

Если силы внутреннего трения малы по сравнению с инерционными силами, то их не учитывают и считают воздух лишенным вязкости.

Невязкий нетеплопроводный газ, при движении которого возникают только нормальные напряжения, называют *идеальным газом*.

В идеальном газе давление не зависит от ориентации площадки.

Свойство гидростатического давления

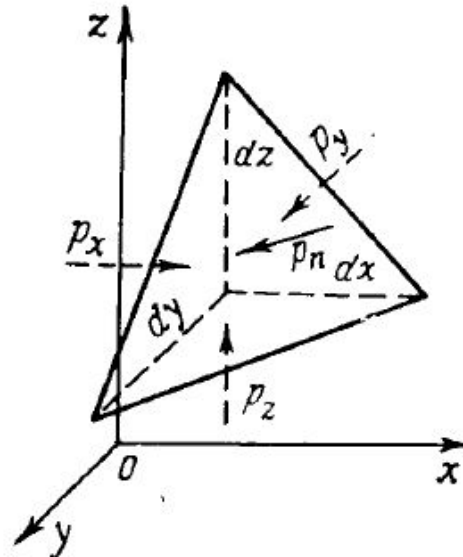


Рисунок 2.4 - Давление, действующее на площадку

Составим уравнение равновесия выделенного объема жидкости в направлении оси **ox**.

Проекция сил давления на ось **ox** равна:

$$p_x \frac{1}{2} dy dz - p_n dS \cos(n, x). \quad (2.21)$$

Масса тетраэдра равна его произведению его объема на плотность

$$\frac{1}{6} dx dy dz \rho \quad (2.22)$$

Свойство гидростатического давления

Следовательно, массовая сила, действующая на тетраэдр вдоль оси

оx равна:
$$\frac{1}{6} dx dy dz \rho X. \quad (2.23)$$

Уравнение тетраэдра запишется в виде:

$$\frac{1}{2} dy dz p_x - p_n dS \cos(n, x) + \frac{1}{6} dx dy dz \rho X = 0. \quad (2.24)$$

Разделим это уравнение почленно на площадь $\frac{1}{2} dy dz$, которая

представляет собой проекцию наклонной грани dS на плоскость yOz

и следовательно равна:
$$\frac{1}{2} dy dz = dS \cos(n, x). \quad (2.25)$$

Будем иметь:
$$p_x - p_n + \frac{1}{3} dx X = 0. \quad (2.25)$$

При стремлении размеров тетраэдра к нулю, последний член уравнения, содержащий множитель dx , будет также стремиться к нулю, а давления p_x и p_n будут оставаться величинами конечными.

Свойство гидростатического давления

Следовательно, в пределе мы получим: $p_x - p_n = 0$, (2.26)

Или $p_x = p_n$.

Аналогично составляя уравнение равновесие вдоль осей Oy и Oz ,
После таких же рассуждений получим: $p_y = p_n$, $p_z = p_n$

Или $p_x = p_y = p_z = p_n$.

Так как размеры тетраэдра dx , dy и dz были взяты произвольно, то и наклон площадки dS произволен и, следовательно, в пределе при стягивания тетраэдра в точку давление в этой точке по всем направлениям будет одинаково.

Доказанное свойство гидростатического давления в неподвижной жидкости имеет место также *при движении невязкой жидкости*. При движении вязкой жидкости возникают касательные напряжения, вследствие чего гидромеханическое давление в вязкой жидкости указанным свойством, не обладает.