

Основы математической ЛОГИКИ



Логика

это наука о законах и формах мышления.

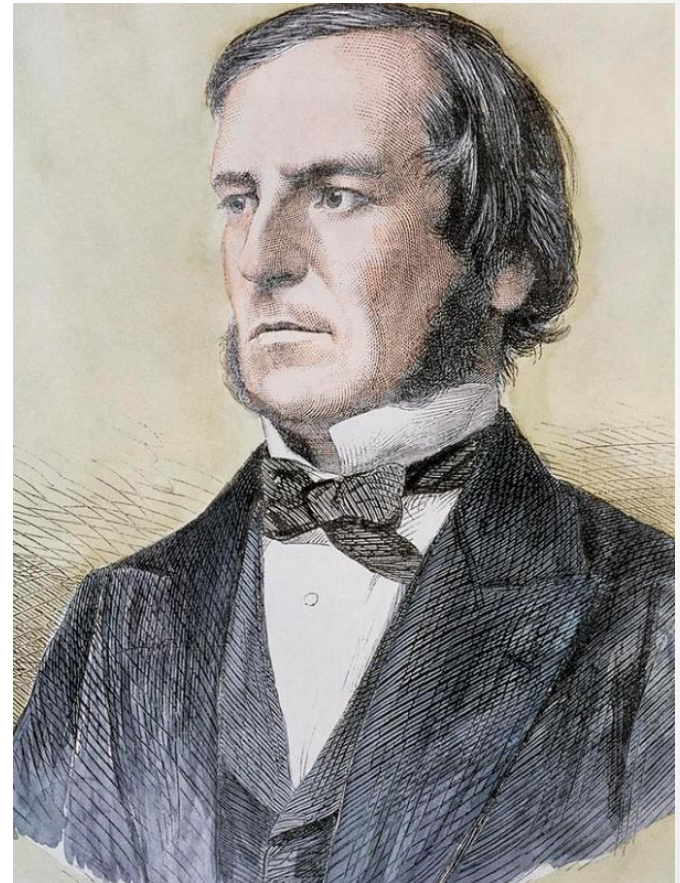


Основатель: Аристотель (384-322 до н.э.)

Алгебра логики

Создана в 19 веке
английским математиком
Дж. Булем.

Применяется для решения
логических задач и как
математический аппарат для
работы с информацией в
двоичном коде.



Логическое высказывание

это повествовательное предложение, про которое можно однозначно сказать, истинно оно или ложно.

A – Сейчас идет дождь.
B – Форточка открыта. }

простые высказывания
(элементарные)



Любое высказывание может быть ложно (0) или истинно (1).

Составные высказывания

Строятся из простых с помощью логических связок (операций) «и», «или», «не», «если ... то», «тогда и только тогда» и др.

А и В Сейчас идет дождь и открыта форточка.

А или не В Сейчас идет дождь или форточка закрыта.

если А, то В Если сейчас идет дождь, то форточка открыта.

А тогда и только тогда, когда В Дождь идет тогда и только тогда, когда открыта форточка.

Высказывание или нет?

✓ Сейчас идет дождь.

✓ Жирафы летят на север.

~~История – интересный предмет.~~

✓ У квадрата – 10 сторон и все разные.

Красиво!

В городе N живут 2 миллиона человек.

Который час?

Операция НЕ (отрицание, инверсия)

0	1
1	0

Логическое отрицание (инверсия) делает истинное высказывание ложным и, наоборот, ложное – истинным.

Обозначение: $\neg A$, notA, не A, \bar{A} .

Пример:

X = «Число 5 является делителем числа 30»,

\bar{X} = «Число 5 не является делителем числа 30» или

\bar{X} = «Неверно, что число 5 является делителем числа 30».

Операция И (логическое умножение, конъюнкция)

0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

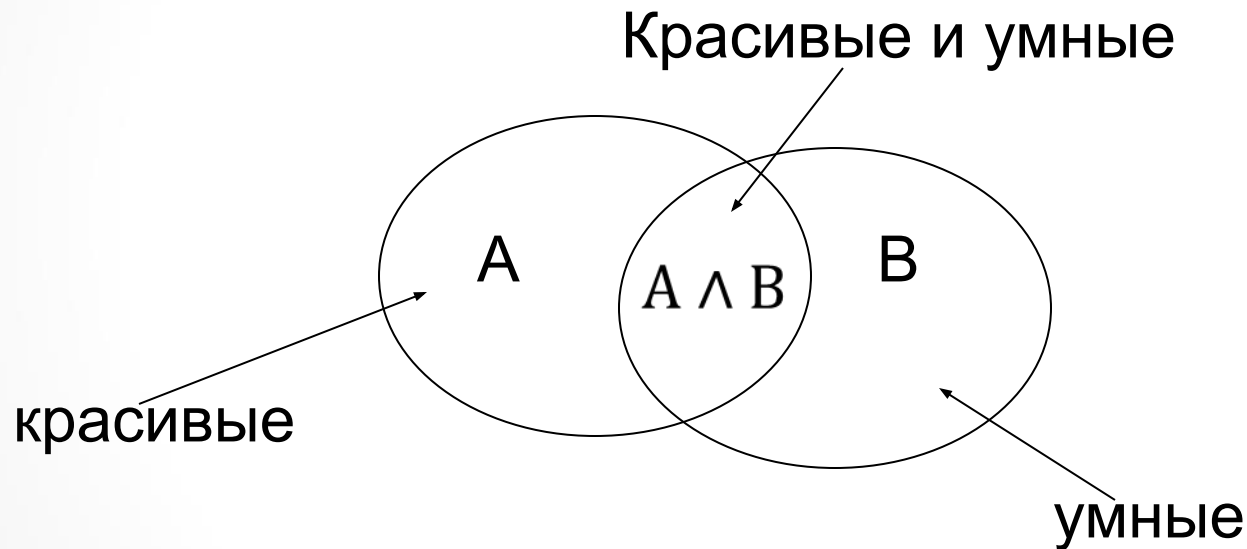
Составное высказывание, образованное в результате операции логического умножения (конъюнкции), истинно тогда и только тогда, когда истинны все входящие в него простые высказывания.

Обозначение: $A \bullet B$, $A \wedge B$, $A \text{ and } B$, $A \& B$.

$A = \text{«Этот человек красивый»},$

$B = \text{«Этот человек умный»},$

$A \wedge B = \text{«Этот человек красивый и умный»}.$



Связка «И» предполагает одновременную истинность составляющих суждений.

Операция ИЛИ (логическое сложение, дизъюнкция)

0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

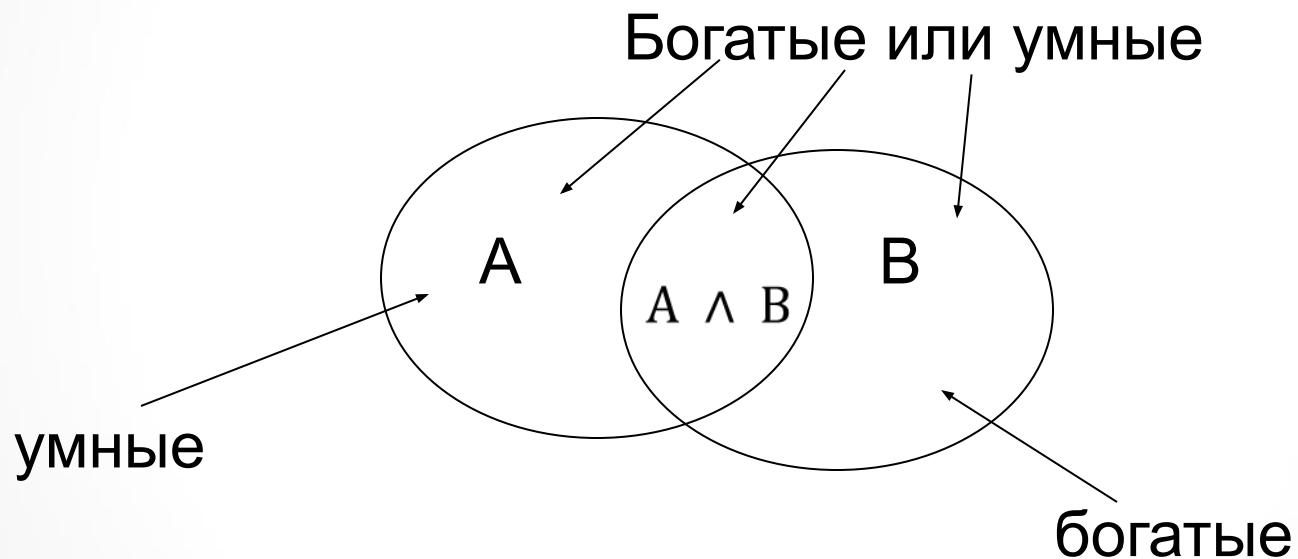
Составное высказывание, образованное в результате операции логического сложения (дизъюнкции), истинно тогда и только тогда, когда истинно хотя бы одно из входящих в него простых высказываний.

Обозначение: $A \mid B$, $A + B$, $A \vee B$,
A or B.

$A = \text{«Этот человек умный»}$,

$B = \text{«Этот человек богатый»}$,

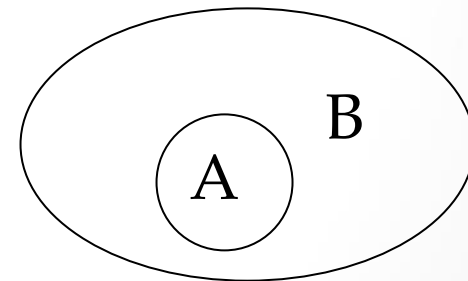
$A \vee B = \text{«Этот человек умный или богатый»}$.



Логическое следование (импликация)

Составное высказывание, образованное с помощью операции логического следования (импликации), истинно тогда и только тогда, когда из истинной предпосылки следует ложный вывод.

0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1



Если попали в А, то попали и В

Логическое равенство (эквивалентность)

Это соединение двух высказываний A и B в одно с использованием оборота речи «...тогда и только тогда...», «необходимо и достаточно», «... равносильно ...».

Обозначение: $A \leftrightarrow B$, $A \sim B$, $A \equiv B$ (A эквивалентно B).

Пример: людоед голоден тогда и только тогда, когда он давно не ел.

Логическое равенство (эквивалентность)

Составное высказывание, образованное с помощью логической операции эквивалентности истинно тогда и только тогда, когда оба высказывания одновременно либо ложны, либо истинны.

0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Порядок выполнения операций

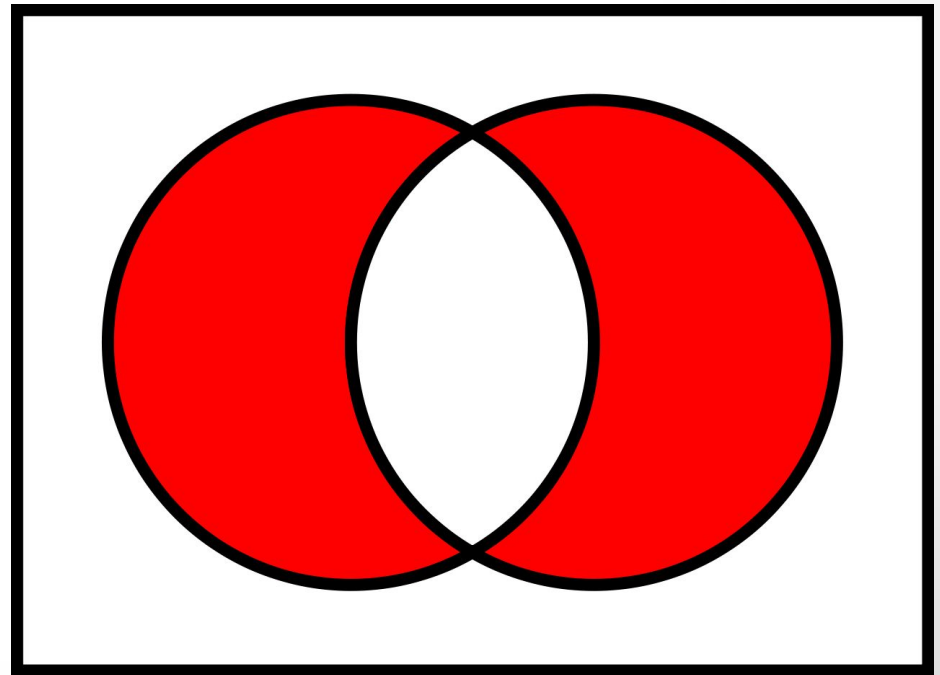
1. инверсия;
2. конъюнкция;
3. дизъюнкция;
4. импликация;
5. эквивалентность.



Строгая дизъюнкция (сложение по модулю 2)

Составное высказывание, образованное с помощью логической операции строгой дизъюнкции истинно тогда и только тогда, когда значения исходных высказываний различны (**обозначение:** $A \text{ hor } B$, $A \oplus B$).

0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

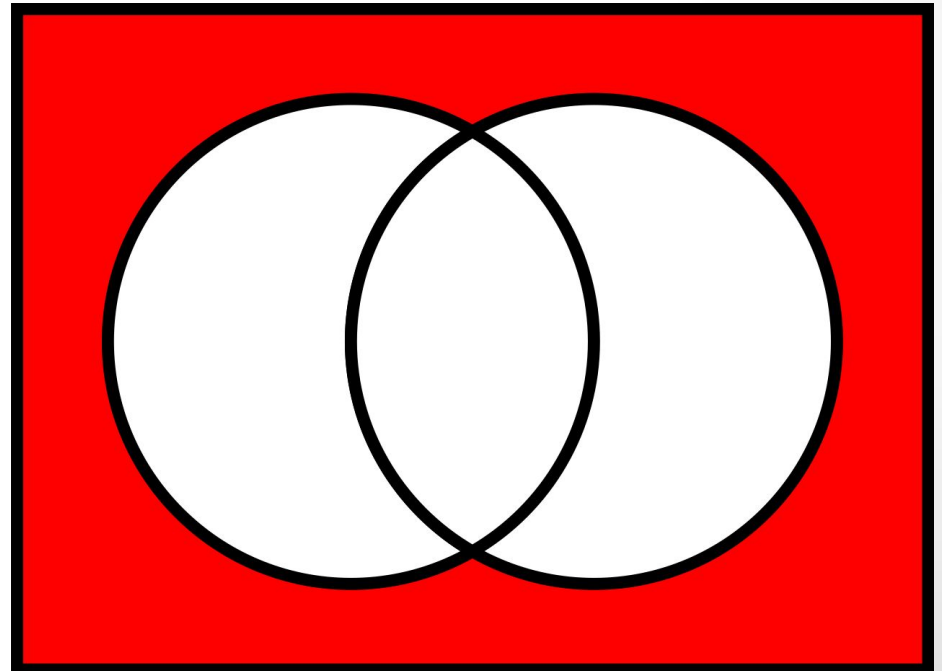


Стрелка Пирса

Названа в честь Чарльза Пирса, введена в алгебру логики в 1880-1881гг.

Обозначения: \downarrow , NOR OR, ИЛИ-НЕ.

0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

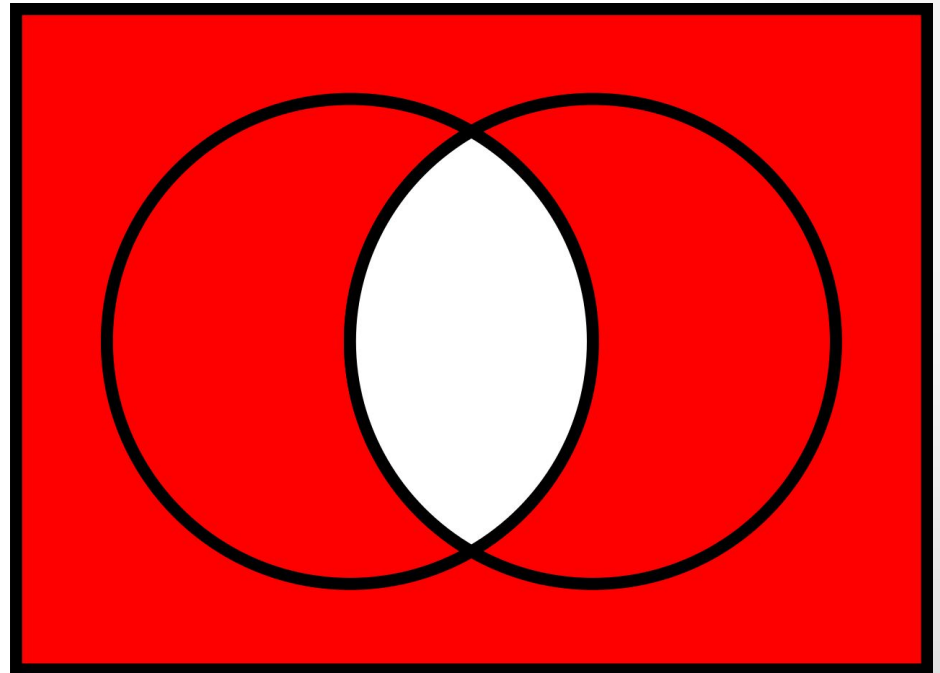


Штрих Шеффера

Введена в рассмотрение Генри Шеффером в 1913 году.

Обозначения: $|$, NOT AND, И-НЕ.

0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0



Алгоритм построения таблицы ИСТИННОСТИ

1. Посчитать количество переменных n в логическом выражении.
2. Определить число строк в таблице по формуле: $m = 2^n$.
3. Заполнить столбцы входных переменных наборами значений.
4. Определить порядок выполнения логических операций с учётом скобок и приоритетов.
5. Провести заполнение таблицы истинности по столбцам, выполняя логические операции в соответствии с последовательностью из пункта 4.



**Спасибо за
внимание!**