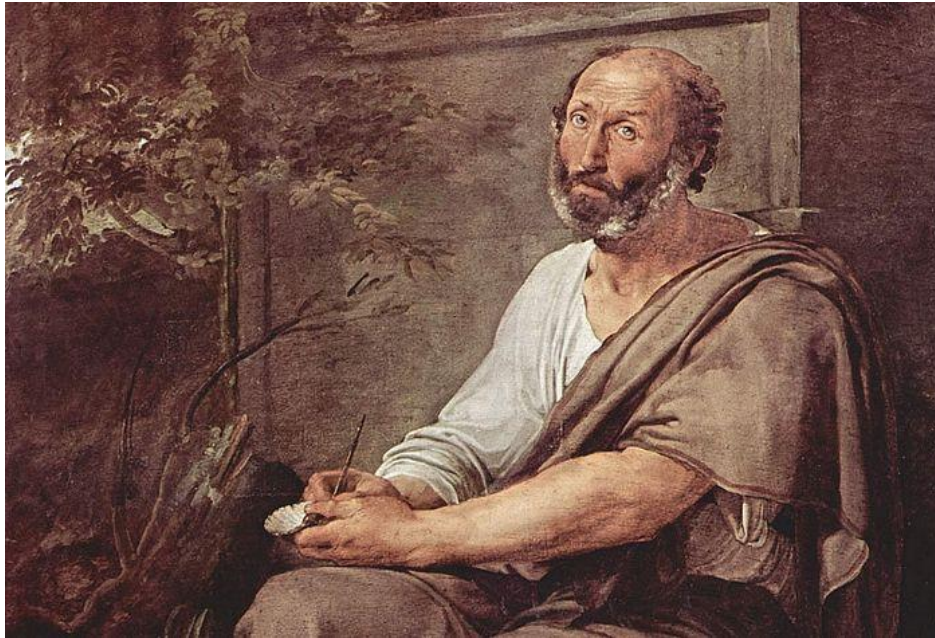


# Основы математической ЛОГИКИ



# Логика

это наука о законах и формах мышления.

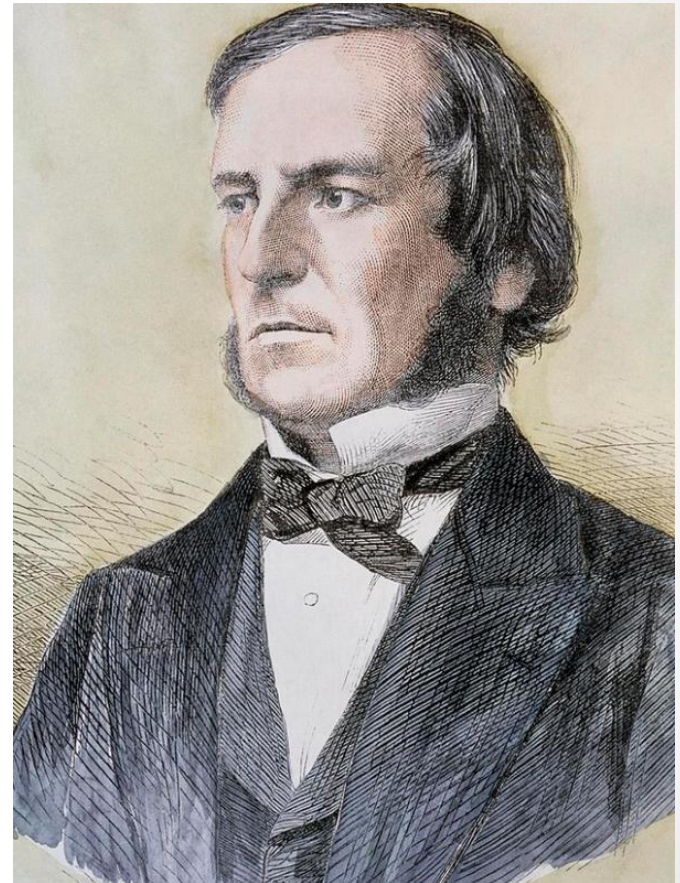


**Основатель:** Аристотель (384-322 до н.э.)

# Алгебра логики

Создана в 19 веке  
английским математиком  
Дж. Булем.

Применяется для решения  
логических задач и как  
математический аппарат для  
работы с информацией в  
двоичном коде.



# Логическое высказывание

это повествовательное предложение, про которое можно однозначно сказать, истинно оно или ложно.

**A** – Сейчас идет дождь.  
**B** – Форточка открыта. }

простые высказывания  
(элементарные)



**Любое высказывание может быть ложно (0) или истинно (1).**

# Составные высказывания

Строятся из простых с помощью логических связок (операций) «и», «или», «не», «если ... то», «тогда и только тогда» и др.

**А и В** Сейчас идет дождь и открыта форточка.

**А или не В** Сейчас идет дождь или форточка закрыта.

**если А, то В** Если сейчас идет дождь, то форточка открыта.

**А тогда и только тогда, когда В** Дождь идет тогда и только тогда, когда открыта форточка.

# Высказывание или нет?

✓ Сейчас идет дождь.

✓ Жирафы летят на север.

~~История – интересный предмет.~~

✓ У квадрата – 10 сторон и все разные.

Красиво!

В городе N живут 2 миллиона человек.

Который час?

# Операция НЕ (отрицание, инверсия)

0	1
1	0

Логическое отрицание (инверсия) делает истинное высказывание ложным и, наоборот, ложное – истинным.

**Обозначение:**  $\neg A$ , notA, не A,  $\bar{A}$ .

## Пример:

X = «Число 5 является делителем числа 30»,

$\bar{X}$  = «Число 5 не является делителем числа 30» или

$\bar{X}$  = «Неверно, что число 5 является делителем числа 30».

# Операция И (логическое умножение, конъюнкция)

0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Составное высказывание, образованное в результате операции логического умножения (конъюнкции), истинно тогда и только тогда, когда истинны все входящие в него простые высказывания.

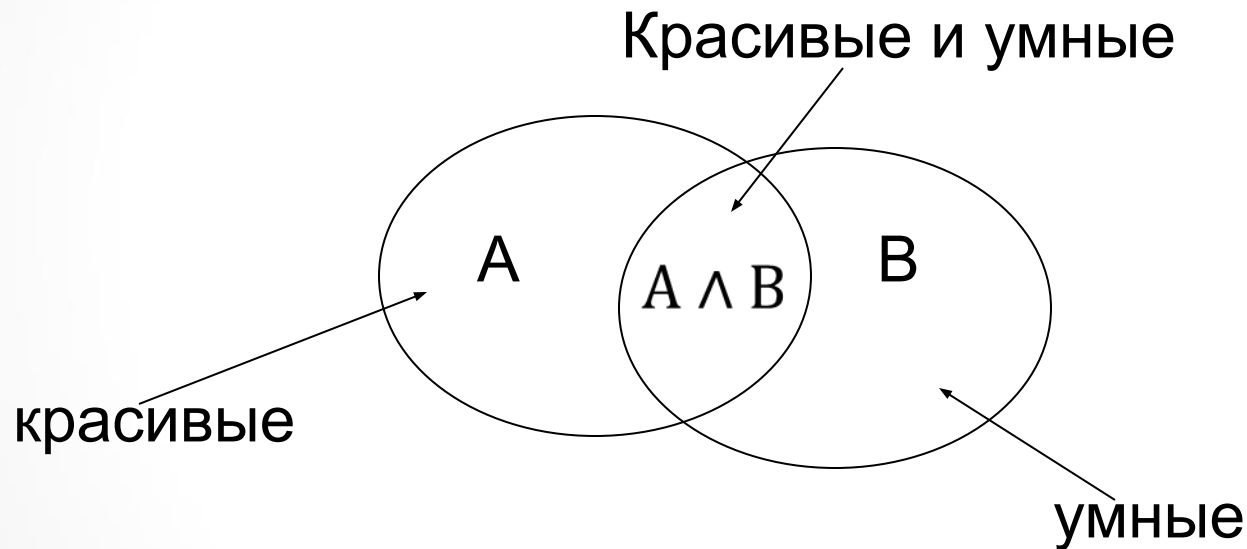
**Обозначение:**  $A \bullet B$ ,  $A \wedge B$ ,  $A \text{ and } B$ ,  $A \& B$ .



$A = \text{«Этот человек красивый»},$

$B = \text{«Этот человек умный»},$

$A \wedge B = \text{«Этот человек красивый и умный»}.$



Связка «И» предполагает одновременную истинность составляющих суждений.

# Операция ИЛИ (логическое сложение, дизъюнкция)

0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

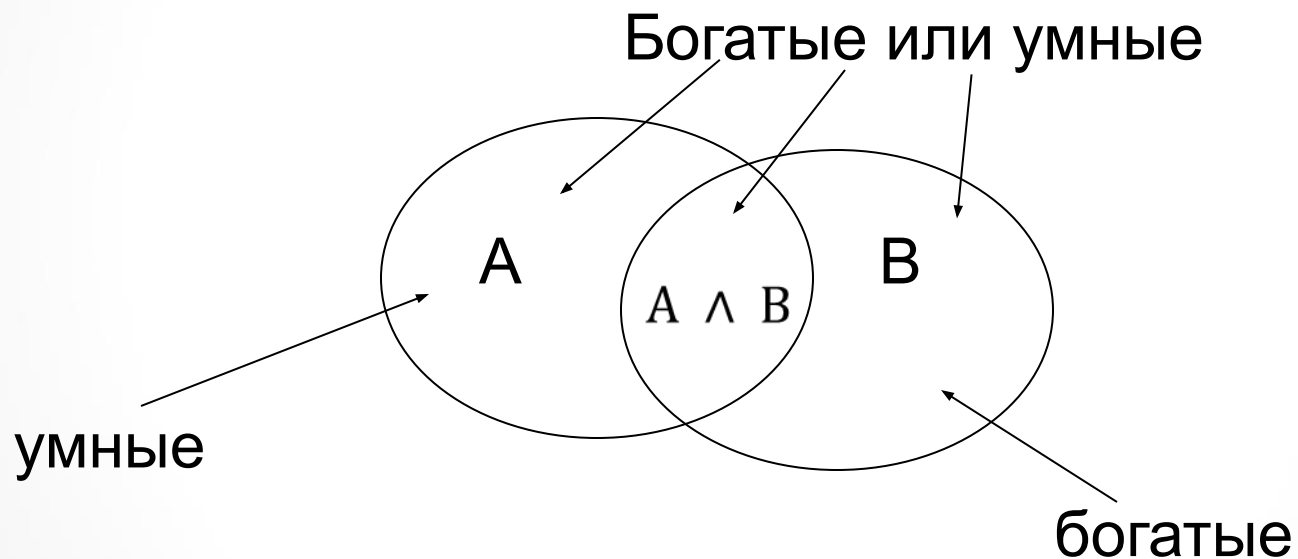
Составное высказывание, образованное в результате операции логического сложения (дизъюнкции), истинно тогда и только тогда, когда истинно хотя бы одно из входящих в него простых высказываний.

**Обозначение:**  $A \mid B$ ,  $A + B$ ,  $A \vee B$ ,  
*A or B*.

$A = \text{«Этот человек умный»},$

$B = \text{«Этот человек богатый»},$

$A \vee B = \text{«Этот человек умный или богатый»}.$



# Логическое следование (импликация)

Это соединение двух высказываний с использованием оборотов речи «если ..., то», «из ... следует», «... влечет ...».

**Обозначается:**  $A \rightarrow B$  («А имплицирует В», «В следует из А», «Если А, то В», «из А следует В», «А влечёт В», «В – следствие А»)

**Примеры:** «Если стало темно, то нужно зажечь свет»  
                                Предпосылка  Следствие

A = «Человек любит животных»,    B = «Человек добрый»

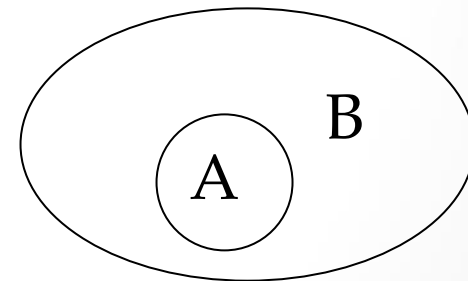
$A \rightarrow B$  = «Если человек любит животных, то он – добрый»



# Логическое следование (импликация)

Составное высказывание, образованное с помощью операции логического следования (импликации), истинно тогда и только тогда, когда из истинной предпосылки следует ложный вывод.

0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1



Если попали в А, то попали и В

# Логическое равенство (эквивалентность)

Это соединение двух высказываний  $A$  и  $B$  в одно с использованием оборота речи «...тогда и только тогда...», «необходимо и достаточно», «... равносильно ...».

**Обозначение:**  $A \leftrightarrow B$ ,  $A \sim B$ ,  $A \equiv B$  ( $A$  эквивалентно  $B$ ).

**Пример:** людоед голоден тогда и только тогда, когда он давно не ел.

# Логическое равенство (эквивалентность)

Составное высказывание, образованное с помощью логической операции эквивалентности истинно тогда и только тогда, когда оба высказывания одновременно либо ложны, либо истинны.

0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

# Порядок выполнения операций

1. инверсия;
2. конъюнкция;
3. дизъюнкция;
4. импликация;
5. эквивалентность.

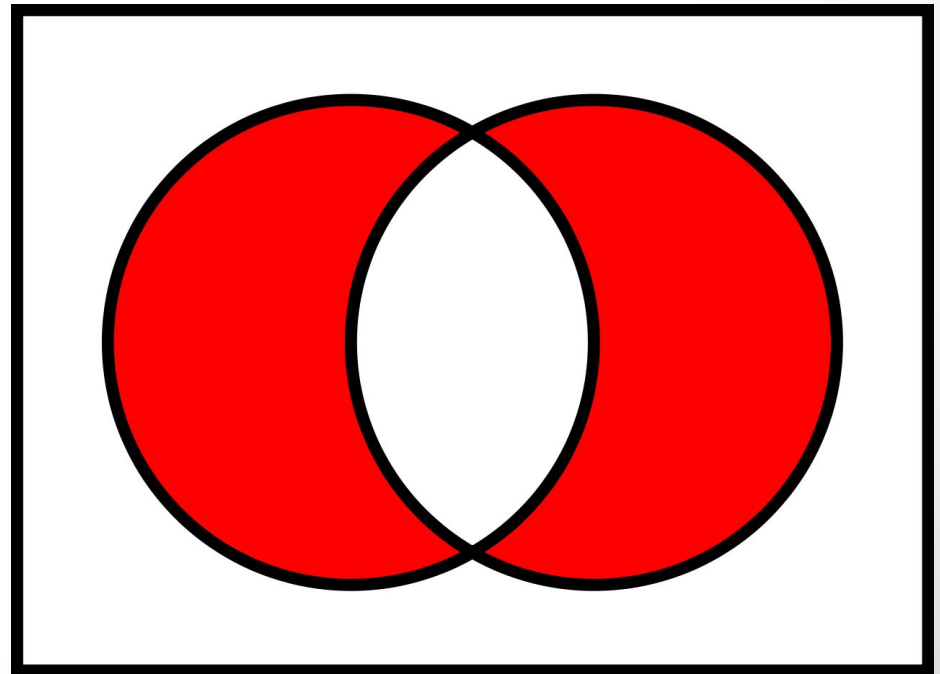




# Строгая дизъюнкция (сложение по модулю 2)

Составное высказывание, образованное с помощью логической операции строгой дизъюнкции истинно тогда и только тогда, когда значения исходных высказываний различны (**обозначение:**  $A \text{ hor } B$ ,  $A \oplus B$ ).

0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

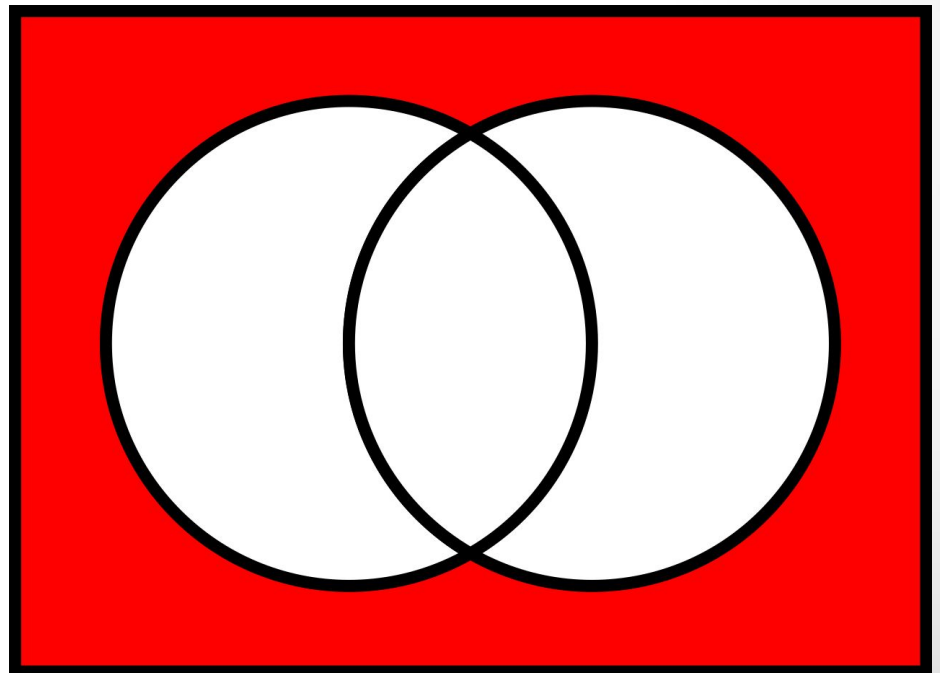


# Стрелка Пирса

Названа в честь Чарльза Пирса, введена в алгебру логики в 1880-1881гг.

**Обозначения:**  $\downarrow$ , NOR OR, ИЛИ-НЕ.

0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

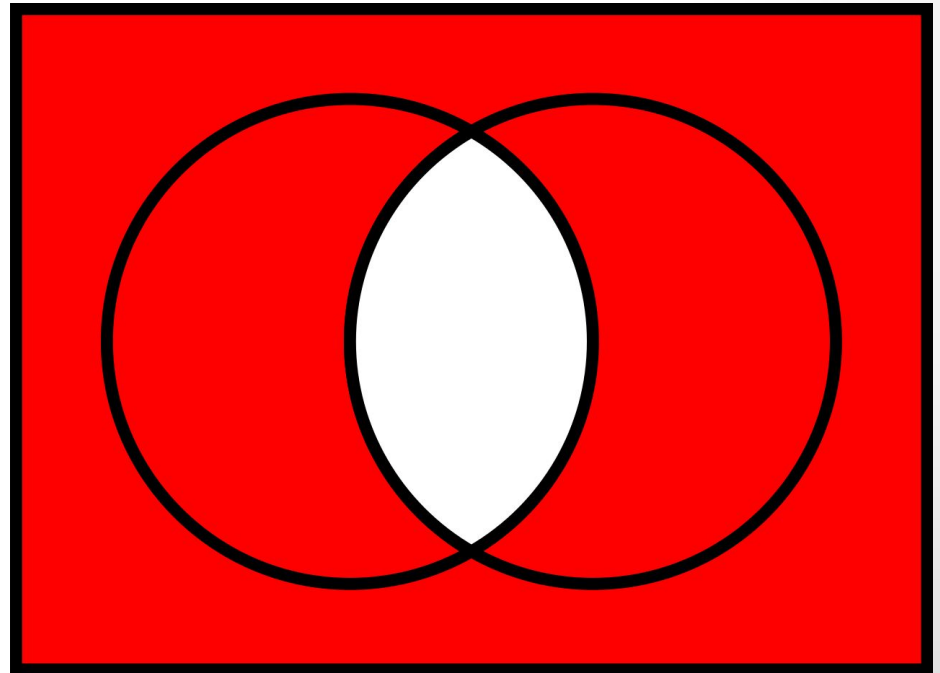


# Штрих Шеффера

Введена в рассмотрение Генри Шеффером в 1913 году.

**Обозначения:** |, NOT AND, И-НЕ.

0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0



# Алгоритм построения таблицы ИСТИННОСТИ

1. Посчитать количество переменных  $n$  в логическом выражении.
2. Определить число строк в таблице по формуле:  $m = 2^n$ .
3. Заполнить столбцы входных переменных наборами значений.
4. Определить порядок выполнения логических операций с учётом скобок и приоритетов.
5. Провести заполнение таблицы истинности по столбцам, выполняя логические операции в соответствии с последовательностью из пункта 4.



**Спасибо за  
внимание!**