

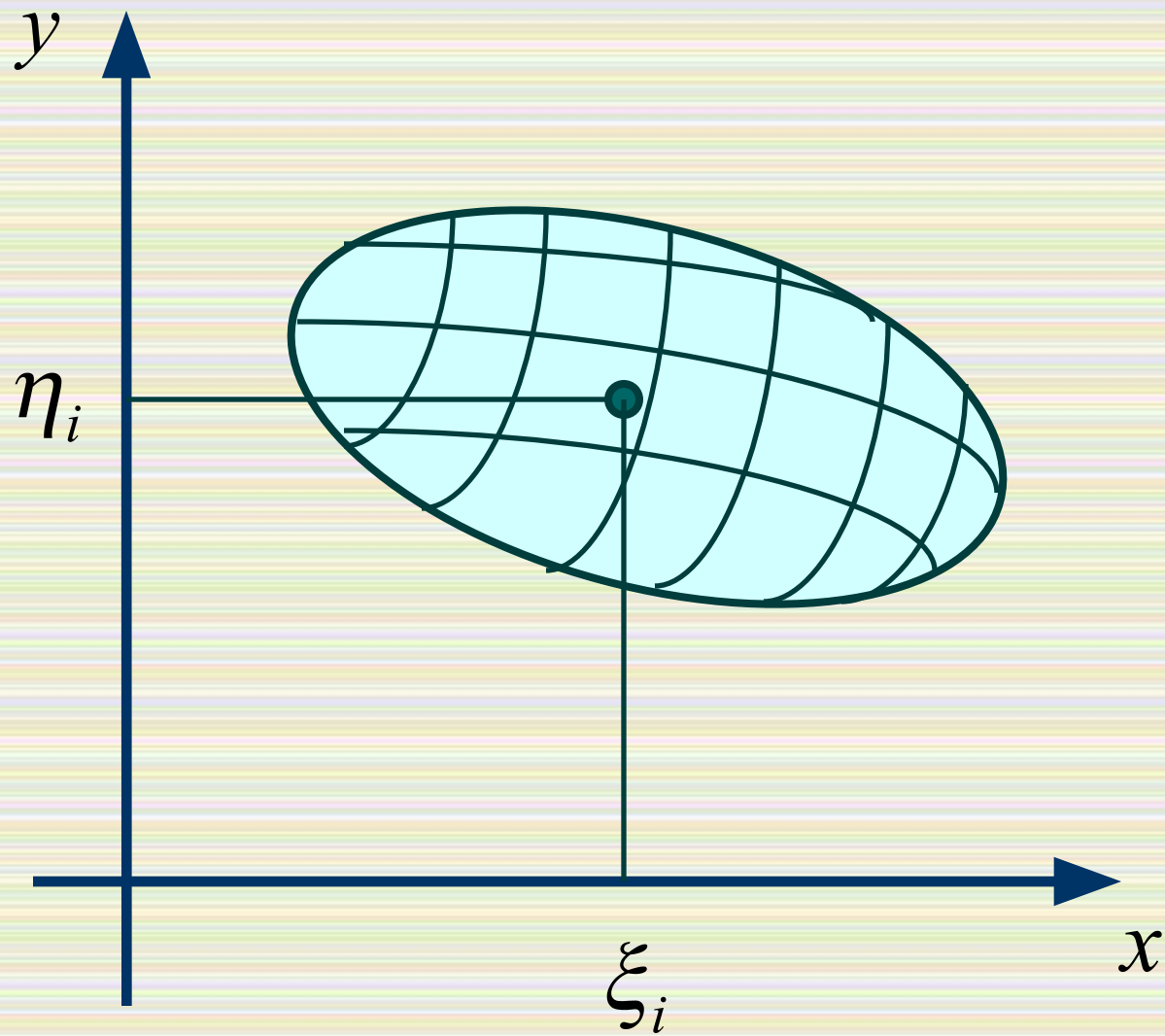
# 17. ДВОЙНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ

# 17.1. ПОНЯТИЕ ДВОЙНОГО ИНТЕГРАЛА

Пусть  $D$  – замкнутая и ограниченная область на плоскости  $XOY$  и в ней определена произвольная ограниченная функция  $z=f(x,y)$ .

Разобьем область  $D$  сетью кривых на  $n$  произвольных частей  $D_i$  с площадями  $\Delta S_i$ .

В каждой из областей  $D_i$  выберем точку  $(\xi_i, \eta_i)$ .



*Сумму вида*

$$\sigma = \sum_{i=1}^n f(\xi_i, \eta_i) \cdot \Delta S_i$$

*называют интегральной суммой  
для функции  $z=f(x,y)$  в области  $D$ .*



**Интегральная сумма зависит от способа разбиения отрезка и выбора точек  $(\xi_i, \eta_i)$ .**

**Диаметром  $d$  области  $D$  называется наибольшее расстояние между граничными точками этой области.**

**Пусть  $\max d$  – наибольший из всех диаметров частичных областей. Тогда**

*Если существует конечный предел интегральной суммы при  $\max d \rightarrow 0$  не зависящий от способа разбиения области  $D$  и выбора точек  $(\xi_i, \eta_i)$ , то он называется двойным интегралом от функции  $z=f(x,y)$  по области  $D$ .*

$$\lim_{\max d \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i, \eta_i) \cdot \Delta S_i = \iint_D f(x, y) dS$$

*Функция  $z=f(x,y)$  называется интегрируемой  
в области  $D$ .*

*Область  $D$  называется областью  
интегрирования.*

*$x, y$  – называются переменными  
интегрирования.*

*$dS = dx dy$  - элемент площади.*

# ТЕОРЕМА.

*Если функция  $f(x,y)$  непрерывна  
в замкнутой ограниченной  
области, то она интегрируема  
в этой области.*