

Департамент охраны здоровья населения Кемеровской области
Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
«Кемеровский областной медицинский колледж»
Прокопьевский филиал
(ПФ ГБПОУ «КОМК»)

Тема: Дифференцирование и интегрирование
Занятие 27: Применение производной к исследованию
функций и построению графиков
Дисциплина: Математика

Специальность: 34.02.01 Сестринское дело,
31.02.02 Акушерское дело

Тип занятия: практическое

Разработал: преподаватель

Чернявская Алина Геннадьевна

Прокопьевск, 2020

Точки

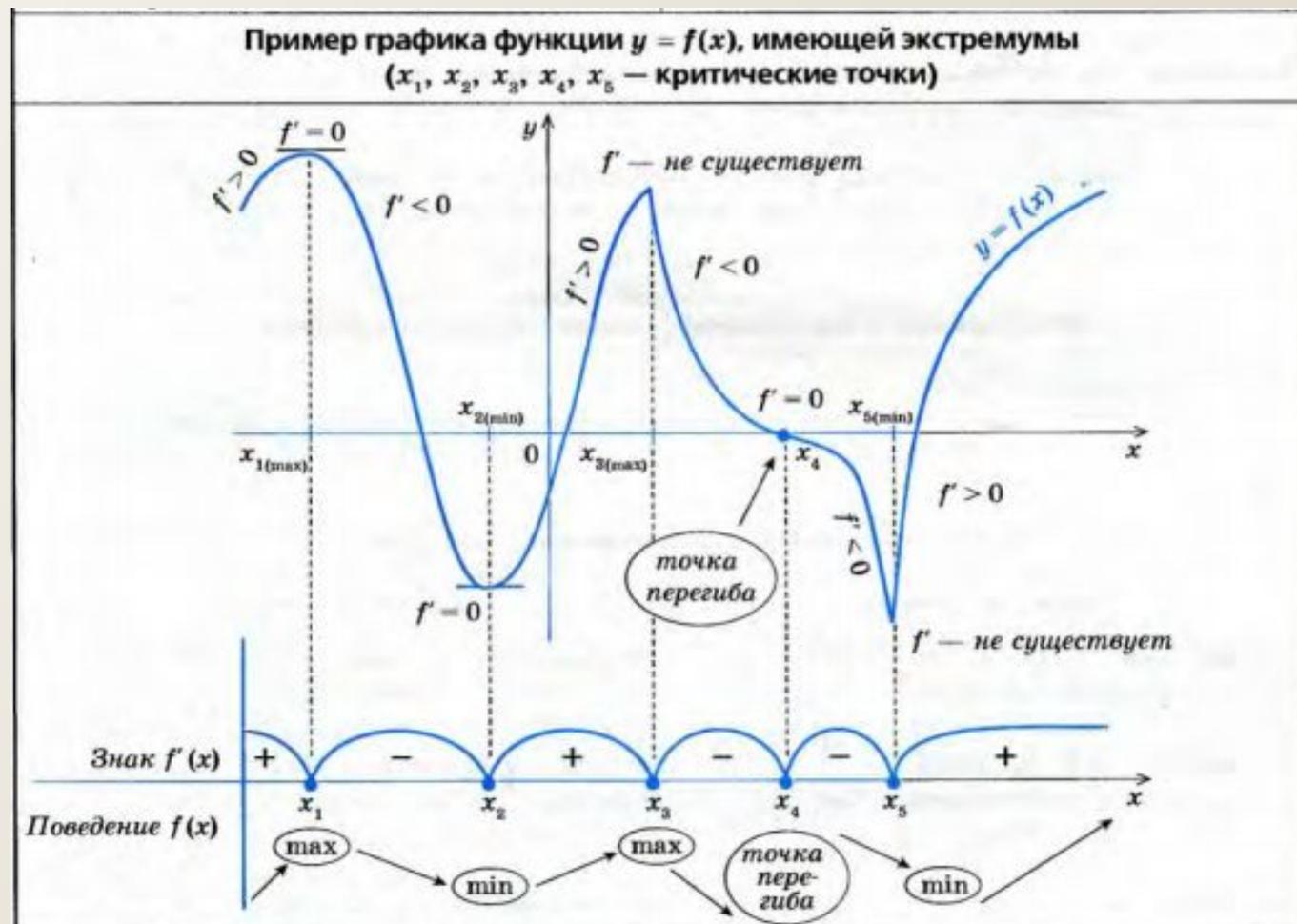
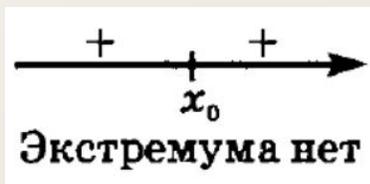
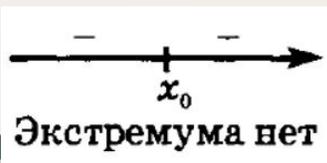
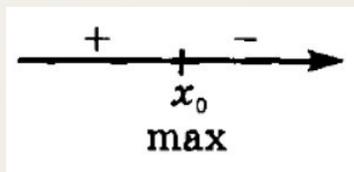
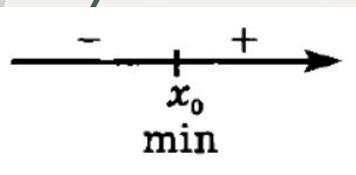
Стационарные точки – внутренние точки области определения функции, в которых производная функции равна нулю

Критические точки – внутренние точки области определения функции, в которых функция непрерывна, но производная не существует

Точки перегиба – точка, разделяющая интервалы, в которых функция выпукла вниз и вверх

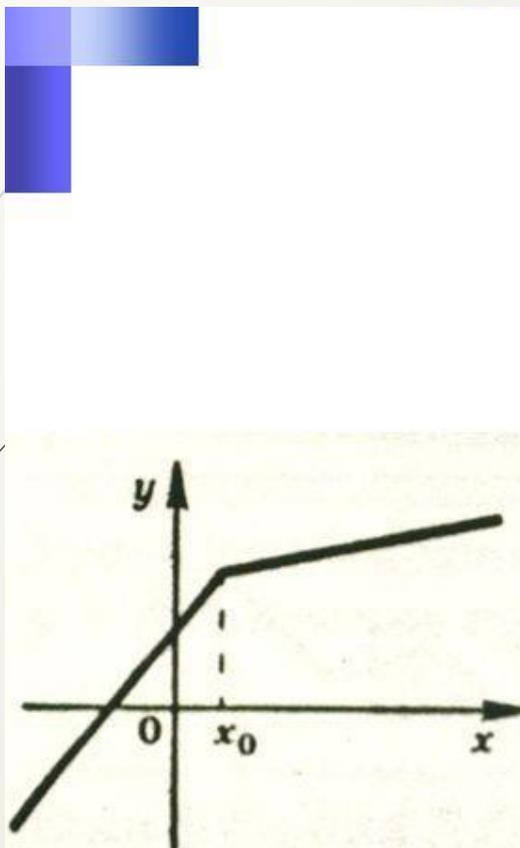
Точка экстремума – точка минимума и максимума функции

(лат. Extremum – «крайний»)

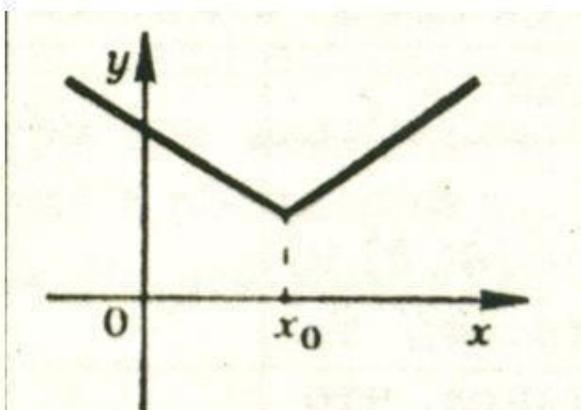


Критические точки – внутренние точки области определения функции, в которых

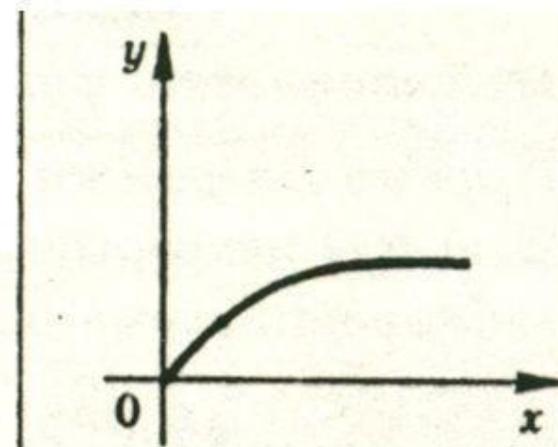
функция непрерывна, но производная не существует



$f'(x_0)$ не существует;
 x_0 – крит. точка;
 $f(x_0)$ не является
экстремумом.



$f'(x_0)$ не существует;
 x_0 – крит. точка;
 $f(x_0) = f_{\min}$.

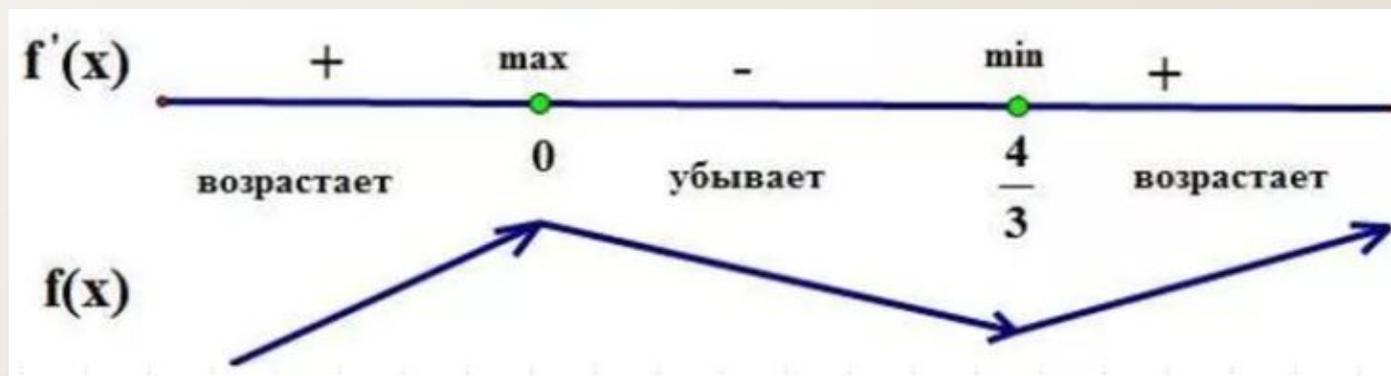


Нет критических точек;
 $x_0 = 0$ не является
внутренней точкой
области определения.

Исследование функции на монотонность

Исследовать функцию на монотонность, значит найти промежутки возрастания и убывания функции

1. Найдем производную данной функции
2. Из условия $y'=0$ найдем стационарные точки
3. Отметим найденные точки на числовой прямой
4. На полученных промежутках найдем знаки производной
5. Сделаем вывод о монотонности функции



Алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значения функции

1. Найдем производную данной функции
2. Из условия $y' = 0$ найдем стационарные точки
3. Составим таблицу значений функции, где значение x – это концы отрезка и стационарные точки
4. Выберем из значений функции максимальное и минимальное значение

Пример Исследовать функцию $y = \frac{x^4 + 16}{x^2}$ на монотонность и экстремумы.

Решение. Заметим, что функция всюду непрерывна, кроме точки $x = 0$. Воспользуемся указанным выше алгоритмом.

1) Найдем производную заданной функции:

$$\begin{aligned} y' &= \frac{(x^4 + 16)' \cdot x^2 - (x^2)' \cdot (x^4 + 16)}{(x^2)^2} = \frac{4x^3 \cdot x^2 - 2x(x^4 + 16)}{x^4} = \\ &= \frac{2x^5 - 32x}{x^4} = \frac{2x(x^4 - 16)}{x^4} = \frac{2(x - 2)(x + 2)(x^2 + 4)}{x^3}. \end{aligned}$$

2) Производная обращается в нуль в точках $x = 2$ и $x = -2$ — это стационарные точки. Производная не существует в точке $x = 0$, но это не критическая точка, это точка разрыва функции (полюс).

3) Отметим точки -2 , 0 и 2 на числовой прямой и расставим знаки производной на получившихся промежутках (рис. 197).

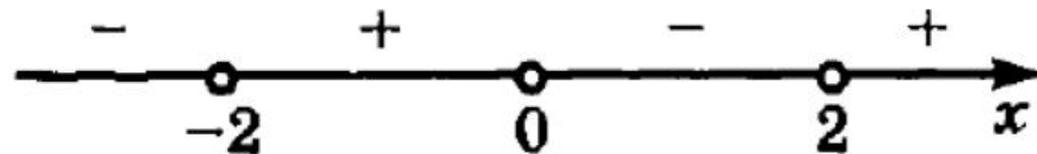


Рис. 197

4) Делаем выводы: на луче $(-\infty; -2]$ функция убывает, на полуинтервале $[-2; 0)$ функция возрастает, на полуинтервале $(0; 2]$ функция убывает, на луче $[2; +\infty)$ функция возрастает.

Далее, $x = -2$ — точка минимума, причем $y_{\min} = 8$ (подставили значение $x = -2$ в формулу $y = \frac{x^4 + 16}{x^2}$).

Аналогично устанавливаем, что и $x = 2$ — точка минимума, причем $y_{\min} = 8$.

1. Самостоятельная работа

30.3. По графику производной, изображенному на заданном рисунке, определите, на каких промежутках функция $y = f(x)$ возрастает, а на каких — убывает:

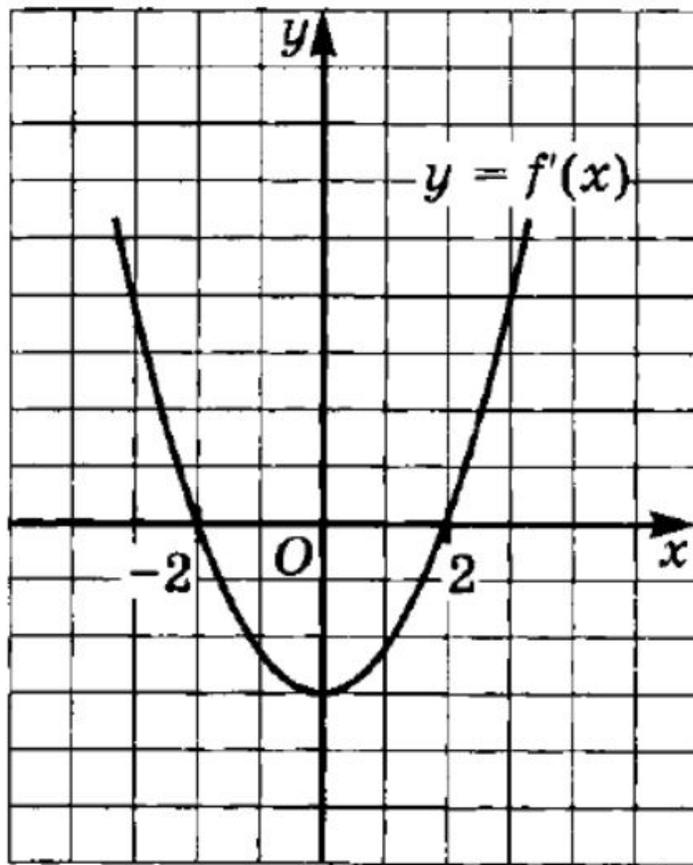


Рис. 2.

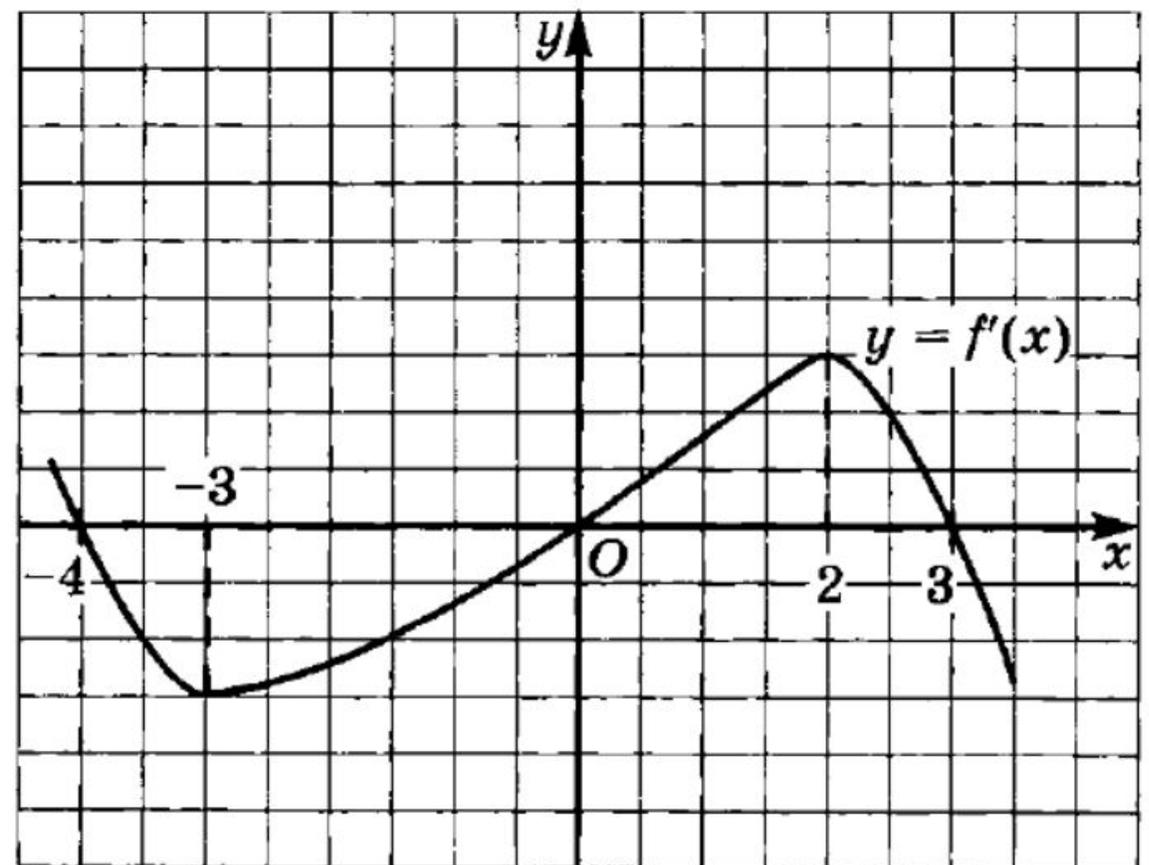


Рис. 1

2.

О30.10. Докажите, что заданная функция убывает:

$$y = \sin 2x - 3x;$$

3.

Определите промежутки монотонности функции:

О30.12. а) $y = x^2 - 5x + 4;$ в) $y = -x^2 + 8x - 7;$

4.

Найдите точки экстремума заданной функции и определите их характер:

О30.27. а) $y = 2x + \frac{8}{x};$

б) $y = \sqrt{2x - 1};$

Департамент охраны здоровья населения Кемеровской области
Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
«Кемеровский областной медицинский колледж»
Прокопьевский филиал
(ПФ ГБПОУ «КОМК»)

Тема: Дифференцирование и интегрирование
Занятие 27: Применение производной к исследованию
функций и построению графиков
Дисциплина: Математика

Специальность: 34.02.01 Сестринское дело,
31.02.02 Акушерское дело

Тип занятия: практическое

Разработал: преподаватель

Чернявская Алина Геннадьевна

Прокопьевск, 2020