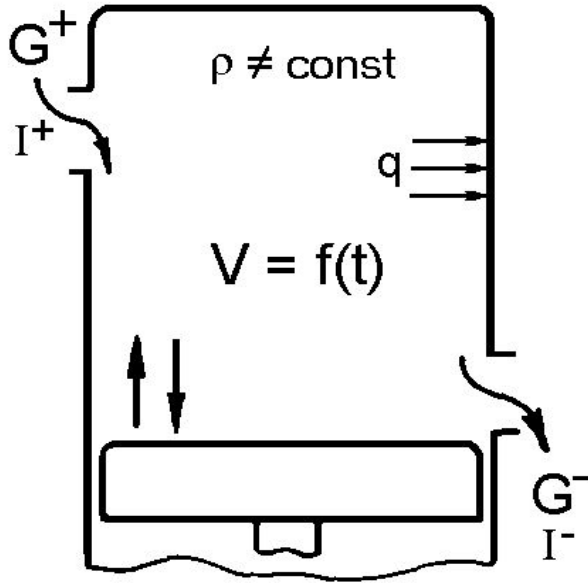


# МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ В ПНЕВМОМЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ



Процессы в системе характеризуются следующими основными моментами:

- подвод и отвод массы;
- изменение объема;
- переменные плотность и давление.

Основные законы:

- закон сохранения количества вещества;
- закон сохранения энергии.

Допущения:

- теплообмен между газом и стенками отсутствует;
- газ удовлетворяет уравнению состояния идеального газа;
- свойства газа постоянны.

Дополнительные условия:

- подвод газа осуществляется с постоянными параметрами по расходу и теплосодержанию;
- расход газа из объема пропорционален перемещению поршня.

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

## 1. Закон сохранения количества вещества

$$\frac{dM}{dt} = \frac{d}{dt} \rho V = V \frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{dV}{dt} = \sum_i G_i$$

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{V} \left( G_{\text{прит}} - G_{\text{расх}} - \rho \frac{dV}{dt} \right) \quad (1)$$

$$G_{\text{расх}} = A(k) \frac{p F_{\text{отв}}}{\sqrt{RT}}$$

$$A(k) = \sqrt{k \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}} \quad \text{если} \quad \frac{p_{\text{нар}}}{p} \leq \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}$$

$$A(k) = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \left( \left( \frac{p_{\text{нар}}}{p} \right)^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{p_{\text{нар}}}{p} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right)} \quad \text{если} \quad \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} < \frac{p_{\text{нар}}}{p} < 1$$

## 2. Закон сохранения энергии

$$k = \frac{c_p}{c_v} \quad R = c_p - c_v$$

$$p = \rho RT = \rho(k-1)c_v T = \rho(k-1)E_v$$

$$\frac{d\rho V E_v}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{pV}{k-1} \right) = \frac{1}{k-1} \left( p \frac{dV}{dt} + V \frac{dp}{dt} \right) = G_{\text{нрпх}} c_p T_0 - G_{\text{расх}} c_p T$$

$$\frac{dp}{dt} = \frac{k-1}{V} (G_{\text{нрпх}} c_p T_0 - G_{\text{расх}} c_p T) - \frac{p}{V} \frac{dV}{dt} \quad (2)$$

## 3. Перемещение поршня

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{m} \left[ (p - p_{\text{нар}}) S - k_{\text{пруж}} \cdot x \right] \quad (3)$$

$$\frac{dx}{dt} = v \quad (4)$$

## 4. Замыкающие соотношения

$$F_{\text{отв}} = h \cdot x$$

# ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Массивы искомых величин  $Y[1..4] = \rho, p, v, x$

Массивы производных  $F[1..4] = dp/dt, dp/dt, dv/dt, dx/dt$

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{V} \left( G_{\text{прит}} - G_{\text{расх}} - \rho \frac{dV}{dt} \right)$$

$$F[1] = \frac{1}{V_0 + Y[4] \cdot S} \left( G_{\text{прит}} - G_{\text{расх}} - Y[1] \cdot Y[3] \cdot S \right)$$

$$\frac{dp}{dt} = \frac{k-1}{V} \left( G_{\text{прит}} c_p T_0 - G_{\text{расх}} c_p T \right) - \frac{p}{V} \frac{dV}{dt}$$

$$F[2] = \frac{1}{V_0 + Y[4] \cdot S} \left( \left( G_{\text{прит}} c_p T_0 - G_{\text{расх}} c_p T \right) (k-1) / P_0 - Y[2] \cdot Y[3] \cdot S \right)$$

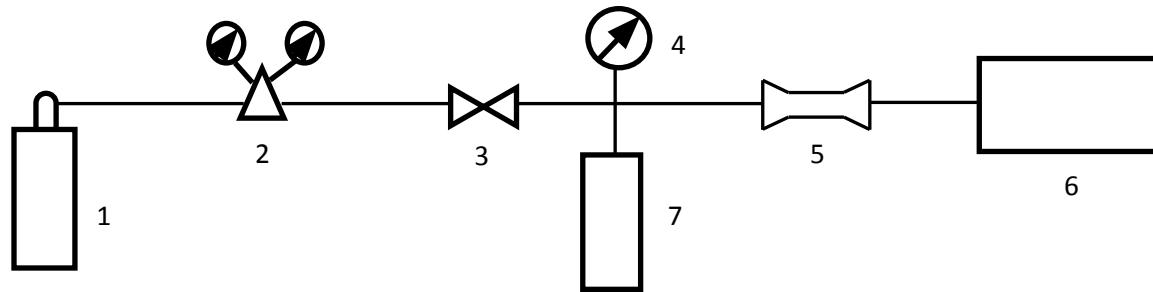
$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{m} \left[ (p - p_{\text{нар}}) S - k_{\text{пруж}} \cdot x \right]$$

$$F[3] = \frac{1}{m} \left[ (Y[2] - p_{\text{нар}}) \cdot P_0 S - k_{\text{пруж}} \cdot Y[4] \right]$$

$$\frac{dx}{dt} = v$$

$$F[4] = Y[3]$$

# Система для определения коэффициента расхода сопла



1 - рабочий баллон, 2 – редуктор, 3 – регулировочный вентиль, 4 – манометр, 5 – сопло, 6 – вакуумный объём, 7 – мерный объём(516 см<sup>3</sup>)

**Параметры:**  $T = 298 \text{ K}$ ;

Мерный объём  $V = 516 \text{ см}^3$ ;

давление на выходе из редуктора  $p_{\text{редуктора}} = 6 \text{ АТА}$ ;

давление в вакуумной камере  $p_{\text{камера}} = 10 \text{ Па}$ ;

диаметр критического сечения сопла  $d_{\text{крит}} = 172 \text{ мкм}$

## Последовательность проведения измерений:

1. Запускаем форнасос для откачки воздуха из вакуумной камеры. Открываем рабочий баллон. Устанавливаем давление 6 АТА на выходе из редуктора. Открывая регулировочный вентиль выставляем на манометре 6 АТА.

Открывая регулировочный вентиль выставляем на манометре 6 АТА.

2. Запускаем секундомер и полностью закрываем регулировочный вентиль.

Фиксируем время в моменты, когда на манометре - 5,5; 5,25; .. 0,25 АТА.

3. Принимаем момент времени при 5,5 АТА на манометре за начало отсчета, остальные временные отрезки пересчитываем с учетом этого. Проводим измерения для газов  $\text{CO}_2$ , He, Ar, Kr и  $\text{CCl}_2\text{F}_2$ .

# Экспериментальные данные

	A(X)	B(Y)	C(Y)	D(Y)	E(Y)	F(Y)
Long Name	P, ATA	CCl2F2	Ar	He	Kr	CO2
Units		t, sec	t, sec	t, sec	t, sec	t, sec
Comments						
1	4.5	0	0	0	0	0
2	4.25	14	6	2.5	7.5	6
3	4	29	12.5	4.5	17.5	13
4	3.75	46	20	7.5	28	21.5
5	3.5	64	28	10.5	39.5	30.5
6	3.25	83	36	12.5	51.5	40
7	3	101.5	45	15.5	64	49.5
8	2.75	121.5	54.5	19	77.5	60
9	2.5	143	63.5	22.5	91.5	71
10	2.25	167	74.5	26	107.5	84
11	2	190.5	85.5	30.5	124	96
12	1.75	216.5	98.5	35	142	110.5
13	1.5	246.5	112.5	40	162	126
14	1.25	277.5	127.5	45.5	184	143.5
15	1	312.5	144.5	51.5	208.5	162.5
16	0.75	351.5	164	59.5	237	183
17	0.5	397.5	186.5	68	268.5	208.5
18	0.25	451	213	79	308	238
19	0	514	245.5	93.5	354	274
20	-0.25	594.5	287	113.5	414.5	319.5
21	-0.5	704.5	344	150	498	381
22	-0.75	888	446.5		641	490
23						
24						
25						
26						
27						
28						

# Математическая модель и программирование

Массивы искомых величин  $Y[1..2] = \rho, p$

Массивы производных  $F[1..2] = dp/dt, dp/dt$

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{G_{\text{расх}}}{V}$$

$$F[1] = -\frac{G_{\text{расх}}}{V_0}$$

$$\frac{dp}{dt} = \frac{k-1}{V} \left( -G_{\text{расх}} c_p T \right)$$

$$F[2] = \frac{k-1}{V_0 P_0} \left( -G_{\text{расх}} c_p T \right)$$

$$G_{\text{расх}} = A(k) \frac{p F_{\text{отв}}}{\sqrt{RT}}$$

$$A(k) = \sqrt{k \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}}$$

$$T = \frac{p}{\rho R}$$