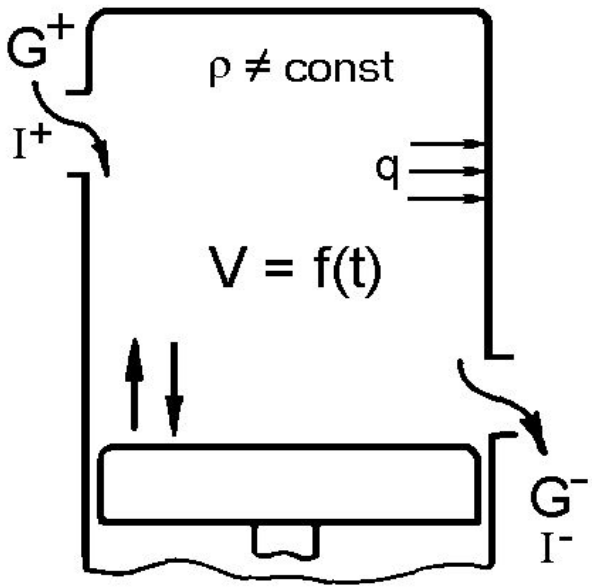
МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ В ПНЕВМОМЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ



Процессы в системе характеризуются следующими основными моментами:
-подвод и отвод массы;
-изменение объема;
-переменные плотность и давление.

Основные законы:
-закон сохранения количества вещества;
-закон сохранения энергии.

Допущения:
-теплообмен между газом и стенками отсутствует;
-газ удовлетворяет уравнению состояния идеального газа;
-свойства газа постоянны.

Дополнительные условия:
-подвод газа осуществляется с постоянными параметрами по расходу и теплосодержанию;
-расход газа из объема пропорционален перемещению поршня.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

1. Закон сохранения количества вещества

$$\frac{dM}{dt} = \frac{d}{dt}\rho V = V\frac{d\rho}{dt} + \rho\frac{dV}{dt} = \sum_i G_i$$

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{V}\left(G_{прих} - G_{расх} - \rho\frac{dV}{dt}\right) \qquad (1)$$

$$G_{расх} = A(k)\frac{pF_{отв}}{\sqrt{RT}}$$

$$A(k) = \sqrt{k\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{(k-1)}}} \quad \text{если} \quad \frac{p_{нар}}{p} \le \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}$$

$$A(k) = \sqrt{\frac{2k}{(k-1)}\left(\left(\frac{p_{нар}}{p}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_{нар}}{p}\right)^{\frac{k+1}{k}}\right)} \quad \text{если} \quad \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k+1}} < \frac{p_{нар}}{p} < 1$$

2. Закон сохранения энергии

$$k = \frac{c_p}{c_v} \qquad R = c_p - c_v$$

$$p = \rho RT = \rho(k-1)c_v T = \rho(k-1)E_v$$

$$\frac{d\rho V E_v}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{pV}{k-1}\right) = \frac{1}{k-1}\left(p\frac{dV}{dt} + V\frac{dp}{dt}\right) = G_{прих}c_p T_0 - G_{расх}c_p T$$

$$\frac{dp}{dt} = \frac{k-1}{V}\left(G_{прих}c_p T_0 - G_{расх}c_p T\right) - \frac{p}{V}\frac{dV}{dt} \qquad (2)$$

3. Перемещение поршня

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{m}\left[\left(p - p_{нар}\right)S - k_{пруж}\cdot x\right] \qquad (3)$$

$$\frac{dx}{dt} = v \qquad (4)$$

4. Замыкающие соотношения

$$F_{отв} = h \cdot x$$

ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Массивы искомых величин Y[1..4] = *ρ, p, v, x*

Массивы производных F[1..4] = *dρ/dt, dp/dt, dv/dt, dx/dt*

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{V}\left(G_{прих} - G_{расх} - \rho\frac{dV}{dt}\right)$$

$$F[1] = \frac{1}{V_0 + Y[4]\cdot S}\left(G_{прих} - G_{расх} - Y[1]\cdot Y[3]\cdot S\right)$$

$$\frac{dp}{dt} = \frac{k-1}{V}\left(G_{прих}c_pT_0 - G_{расх}c_pT\right) - \frac{p}{V}\frac{dV}{dt}$$

$$F[2] = \frac{1}{V_0 + Y[4]\cdot S}\left(\left(G_{прих}c_pT_0 - G_{расх}c_pT\right)(k-1)/P_0 - Y[2]\cdot Y[3]\cdot S\right)$$

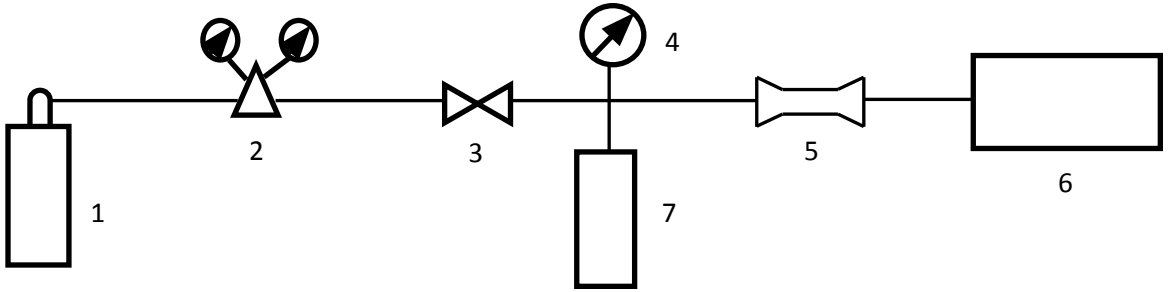
$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{m}\left[\left(p - p_{нар}\right)S - k_{пруж}\cdot x\right]$$

$$F[3] = \frac{1}{m}\left[\left(Y[2] - p_{нар}\right)\cdot P_0S - k_{пруж}\cdot Y[4]\right]$$

$$\frac{dx}{dt} = v$$

$$F[4] = Y[3]$$

Система для определения коэффициента расхода сопла



1 - рабочий баллон, 2 – редуктор, 3 – регулировочный вентиль, 4 – манометр, 5 – сопло, 6 – вакуумный объём, 7 – мерный объём(516 см^3)

Параметры: T = 298 К;
Мерный объем V = 516 см^3;
давление на выходе из редуктора $p_{редуктора}$ = 6 АТА;
давление в вакуумной камере $p_{камера}$=10 Па;
диаметр критического сечения сопла $d_{крит}$=172мкм

Последовательность проведения измерений:

1. Запускаем форнасос для откачки воздуха из вакуумной камеры. Открываем рабочий баллон. Устанавливаем давление 6 АТА на выходе из редуктора. Открывая регулировочный вентиль выставляем на манометре 6 АТА.
2. Запускаем секундомер и полностью закрываем регулировочный вентиль. Фиксируем время в моменты, когда на манометре - 5,5; 5,25; .. 0,25 АТА.
3. Принимаем момент времени при 5,5 АТА на манометре за начало отсчета, остальные временные отрезки пересчитываем с учетом этого. Проводим измерения для газов CO_2, He, Ar, Kr и CCl_2F_2.

Экспериментальные данные

	A(X)	B(Y)	C(Y)	D(Y)	E(Y)	F(Y)
Long Name	P, ATA	CCl2F2	Ar	He	Kr	CO2
Units		t, sec	t, sec	t, sec	t, sec	t, sec
Comments						
1	4.5	0	0	0	0	0
2	4.25	14	6	2.5	7.5	6
3	4	29	12.5	4.5	17.5	13
4	3.75	46	20	7.5	28	21.5
5	3.5	64	28	10.5	39.5	30.5
6	3.25	83	36	12.5	51.5	40
7	3	101.5	45	15.5	64	49.5
8	2.75	121.5	54.5	19	77.5	60
9	2.5	143	63.5	22.5	91.5	71
10	2.25	167	74.5	26	107.5	84
11	2	190.5	85.5	30.5	124	96
12	1.75	216.5	98.5	35	142	110.5
13	1.5	246.5	112.5	40	162	126
14	1.25	277.5	127.5	45.5	184	143.5
15	1	312.5	144.5	51.5	208.5	162.5
16	0.75	351.5	164	59.5	237	183
17	0.5	397.5	186.5	68	268.5	208.5
18	0.25	451	213	79	308	238
19	0	514	245.5	93.5	354	274
20	-0.25	594.5	287	113.5	414.5	319.5
21	-0.5	704.5	344	150	498	381
22	-0.75	888	446.5		641	490
23						
24						
25						
26						
27						
28						

Математическая модель и программирование

Массивы искомых величин Y[1..2] = *ρ, p*

Массивы производных F[1..2] = *dρ/dt, dp/dt*

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{G_{расх}}{V}$$

$$F[1] = -\frac{G_{расх}}{V_0}$$

$$\frac{dp}{dt} = \frac{k-1}{V}\left(-G_{расх}c_pT\right)$$

$$F[2] = \frac{k-1}{V_0P_0}\left(-G_{расх}c_pT\right)$$

$$G_{расх} = A(k)\frac{pF_{отв}}{\sqrt{RT}}$$

$$A(k) = \sqrt{k\left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{(k-1)}}}$$

$$T = \frac{p}{\rho R}$$