Формула полной вероятности

Формула полной

Рассмотрим события $B_1, B_2, B_3, \ldots, B_n$ которые образуют полную группу событий и при наступлении каждого из них B_i событие A может наступать с некоторой условной вероятностью $P_{B_i}(A)$

Тогда вероятность наступления события A равна сумме произведений вероятностей каждого из событий на соответствующую условную вероятность события A

$$P(A) = P(B_1) \cdot P_{B_1}(A) + P(B_2) \cdot P_{B_2}(A) + \ldots + P(B_n) \cdot P_{B_n}(A)$$

$B_1, B_2, B_3, \ldots, B_n$

События -

Формула полной вероятности применяется для вычисления вероятности случайного события тогда, когда вероятность этого события зависит
от других случайных событий, называемых гипотезами.

Алгоритм решение задачи на применение формулы полной вероятности

Задача

В группе спортсменов 20 лыжников, 6 велосипедистов и 4 бегуна. Вероятность выполнить квалификационную норму такова: для лыжника – 0,9, для велосипедиста – 0,8, для бегуна – 0,75. Найти вероятность того, что спортсмен, выбранный наудачу, выполнит норму.

Алгоритм решения

1. Обозначит и сформулировать событие, вероятность которого нужно найти

Соб. А – спортсмен выполнит норму.

2. Определить от чего зависит вероятность события А и сформулировать гипотезы

B_1, B_2, B_3 – гипотезы.

B_1 – выбрали лыжника;

B_2 – выбрали велосипедиста;

B_3 – выбрали бегуна.

Алгоритм решение задачи на применение формулы полной вероятности

3. Вычислить вероятности гипотез и соответствующие условные вероятности

$P(B_1) = \frac{20}{30}$; $P_{B_1}(A) = 0{,}9$ – вероятность того, что лыжник выполнит норму.

$P(B_2) = \frac{6}{30}$; $P_{B_2}(A) = 0{,}8$ – вероятность того, что велосипедист выполнит норму.

$P(B_3) = \frac{4}{30}$; $P_{B_3}(A) = 0{,}75$ – вероятность того, что бегун выполнит норму.

4. Записать формулу полной вероятности для данной задачи, подставить числовые значения и вычислить вероятность события.

$$P(A) = P(B_1) \cdot P_{B_1}(A) + P(B_2) \cdot P_{B_2}(A) + P(B_3) \cdot P_{B_3}(A) =$$

$$= \frac{20}{30} \cdot 0{,}9 + \frac{6}{30} \cdot 0{,}8 + \frac{4}{30} \cdot 0{,}75 = 0{,}86.$$

5. Записать ответ: 0,86 - вероятность того, что спортсмен выполнит норму.

Как должно быть оформлено решение

Задача

В группе спортсменов 20 лыжников, 6 велосипедистов и 4 бегуна. Вероятность выполнить квалификационную норму такова: для лыжника – 0,9, для велосипедиста – 0,8, для бегуна – 0,75. Найти вероятность того, что спортсмен, выбранный наудачу, выполнит норму.

Решение

Соб. A – спортсмен выполнит норму.

B_1 – выбрали лыжника; $P(B_1) = \frac{20}{30}$; $P_{B_1}(A) = 0{,}9$

B_2 – выбрали велосипедиста; $P(B_2) = \frac{6}{30}$; $P_{B_2}(A) = 0{,}8$

B_3 – выбрали бегуна. $P(B_3) = \frac{4}{30}$; $P_{B_3}(A) = 0{,}75$

$$P(A) = P(B_1) \cdot P_{B_1}(A) + P(B_2) \cdot P_{B_2}(A) + P(B_3) \cdot P_{B_3}(A) =$$

$$= \frac{20}{30} \cdot 0{,}9 + \frac{6}{30} \cdot 0{,}8 + \frac{4}{30} \cdot 0{,}75 = 0{,}86.$$

Ответ: 0,86 - вероятность того, что спортсмен выполнит норму.

Примеры решения задач.

ПРИМЕР №1. Предприятие, производящее компьютеры, получает одинаковые комплектующие детали от трех поставщиков. Первый поставляет 50 % всех комплектующих деталей, второй — 20 %, третий — 30 % деталей. Известно, что качество поставляемых деталей разное, и в продукции первого поставщика процент брака составляет 4 %, второго — 5 %, третьего — 2 %. Определить вероятность того, что деталь, выбранная наудачу из всех полученных, будет бракованной.

Решение. Обозначим события: A — «выбранная деталь бракована», H_i — «выбранная деталь получена от i-го поставщика», i =1, 2, 3 Гипотезы H_1,H_2, H_3 образуют полную группу несовместных событий. По условию

$P(H_1) = 0.5;\ P(H_2) = 0.2;\ P(H_3) = 0.3$

$P(A|H_1) = 0.04;\ P(A|H_2) = 0.05;\ P(A|H_3) = 0.02$

По формуле полной вероятности (1.11) вероятность события A равна

$P(A) = P(H_1) \cdot P(A|H_1) + P(H_2) \cdot P(A|H_2) + P(H_3) \cdot P(A|H_3) = 0.5 \cdot 0.04 + 0.2 \cdot 0.05 + 0.3 \cdot 0.02=0.036$

Вероятность того, что выбранная наудачу деталь окажется бракованной, равна 0.036.