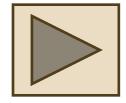
Электронный учебник

Тема: Решение уравнений и неравенств, содержащих параметр, с использованием параллельного переноса вдоль оси Oy

Разработала: учитель математики МБОУ Ляличская СОШ Коноваленко Алла Валерьевна



Изучите следующий теоретический материал:

Название группы уравнений (неравенств)

Уравнения (неравенства) вида $f(x) = \varphi(x; a) (f(x) > \varphi(x; a))$, где функция $\varphi(x; a)$ задает семейство прямых, параллельных оси Ox

Отличительный признак данной группы задач Требования этих задач содержат слова: «при каких значениях параметра уравнение (неравенство) имеет заданное количество корней»



Выберите уравнения (неравенства), которые относятся к группе уравнений (неравенств) вида $f(x) = \varphi(x; a)$ ($f(x) > \varphi(x; a)$), где функция $\varphi(x; a)$ задает семейство прямых, параллельных оси O_X :

- 1) При каких значениях c уравнение $-\sqrt{16-x^2}-c=x$ имеет единственное решение?
- 2) При каких значениях b уравнение $\sqrt{x+b} = x+3$ имеет единственное решение?
- 3) Сколько решений в зависимости от параметра a имеет уравнение |x+2|=ax+1?
- 4) При каких значениях α неравенство $\sqrt{1-x^2} + x > a$ имеет решение?

1; 4

1; 2

3; 4

2; 3

Изучите алгоритм решения

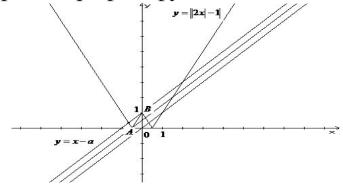
- 1. Привести уравнение (неравенство) к виду $f(x) = \varphi(x; a)$ $(f(x) > \varphi(x; a))$, где функция $\varphi(x; a)$ задает семейство прямых.
- 2. Построить график функции y = f(x).
- 3. Построить график функции $y = \varphi(x; a)$, где a = 0.
- 4. Осуществляя параллельный перенос построенной прямой, найти ситуацию, отвечающую требованию задачи.
- 5. Ответить на вопрос задачи.



Изучите пример решения задания: При каких значениях параметра α уравнение x - a = ||2x| - 1| имеет ровно три корня?

Решение.

- 1. Приводим уравнение к виду $f(x) = \varphi(x; a)$, где функция $\varphi(x; a)$ задает семейство прямых: ||2x| 1| = x a.
- 2. Строим график функции y = ||2x| 1|.
- 3. Строим график функции y = x a, где a = 0.



- 4. Осуществляя параллельный перенос построенной прямой, находим ситуацию, отвечающую требованию задачи: при каких значениях параметра уравнение имеет ровно три корня? Уравнение имеет ровно три корня в двух случаях: если прямая y = x a проходит через точку A(-0,5;0) и если прямая y = x a проходит через точку B(0;1). 5. Отвечаем на вопрос задачи: уравнение имеет ровно три корня
- $npu \ a = -1u \ npu \ a = -0.5.$

Ответ: -1; -0,5.

При каких значениях c уравнение $-\sqrt{16-x^2}-c=x$ имеет единственное решение?

Первый шаг алгоритма

Приводим уравнение $-\sqrt{16-x^2}-c=x$ к виду $f(x)=\varphi(x;c)$, где функция $\varphi(x;c)$ задает семейство прямых.

$$a \qquad -\sqrt{16-x^2} - x = c$$

$$6 \qquad c = -x + \sqrt{16 - x^2}$$

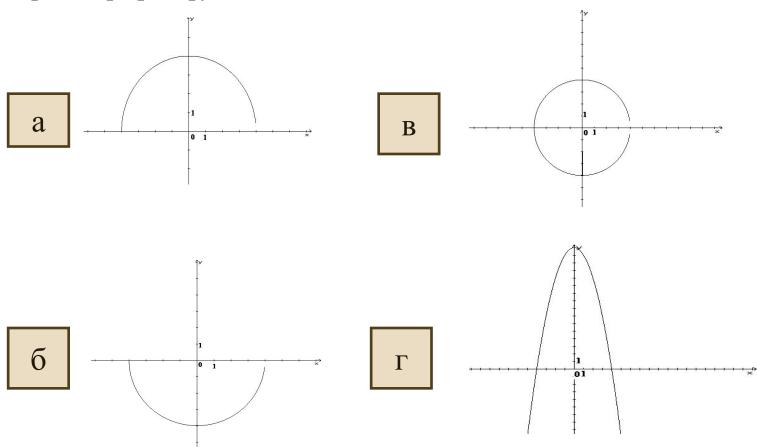
$$-\sqrt{16-x^2} = x+c$$

$$\Gamma \qquad -c - x = \sqrt{16 - x^2}$$

При каких значениях c уравнение $-\sqrt{16-x^2}-c=x$ имеет единственное решение?

Второй шаг алгоритма

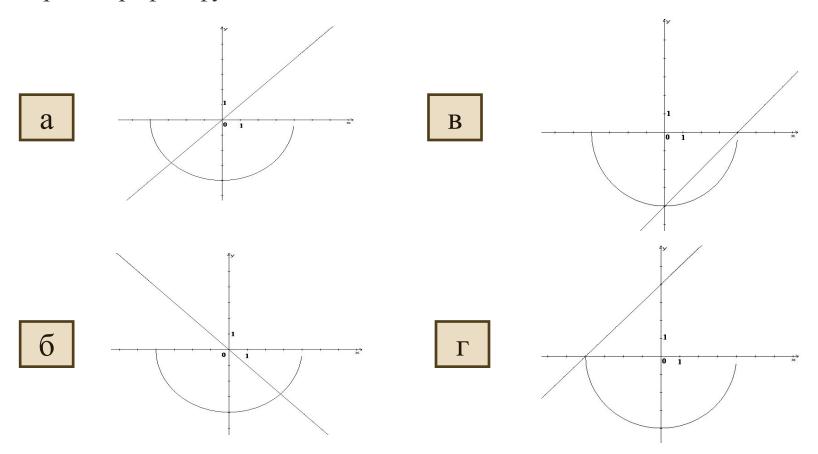
Строим график функции y = f(x) $y = -\sqrt{16 - x^2}$



При каких значениях c уравнение $-\sqrt{16-x^2}-c=x$ имеет единственное решение?

Третий шаг алгоритма

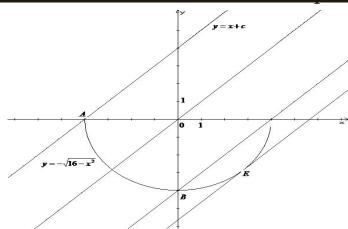
Строим график функции $y = \varphi(x; c)$, где c = 0: y = x



При каких значениях c уравнение $-\sqrt{16-x^2}-c=x$ имеет единственное решение?

Четвертый шаг алгоритма

Осуществляя параллельный перенос построенной прямой, находим ситуацию, отвечающую требованию задачи: <u>при каких значениях</u> <u>параметра уравнение имеет единственное решение.</u>



a $-4 < c \le 4$

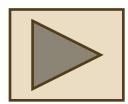
В точке касания

 $-4 < c \le 4$ и в точке касания

 $c \leq 4$

Найдите значение параметра в точке касания по алгоритму:

- 1) Найти абсциссу точки касания прямой $y = \varphi(x; c)$ к графику функции y = f(x):
 - а) найти $f'(x_0)$ для функции y = f(x);
 - б) найти $k_{\kappa ac}$ из уравнения прямой $y = \varphi(x;c)$;
 - в) составить уравнение $f'(x_0) = k_{\kappa ac}$ и решить его.
- 2) Найти значение параметра C, подставив в уравнение $f(x) = \varphi(x;c)$ значение x_0 .



Значение параметра в точке касания равно:

a
$$c = -4$$

$$c = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$c = -4\sqrt{2}$$

$$c = 4\sqrt{2}$$

При каких значениях c уравнение $-\sqrt{16-x^2}-c=x$ имеет единственное решение?

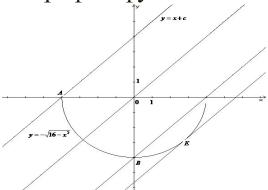
Пятый шаг алгоритма

Отвечаем на вопрос задачи: *уравнение имеет единственное решение* $npu - 4 < c \le 4$ и npu $c = -4\sqrt{2}$.



Прочитайте и внесите изменения в свое решение

- **1.** Приводим уравнение $-\sqrt{16-x^2}-c=x$ к виду $-\sqrt{16-x^2}=x+c$.
- **2.** Строим график функции $y = -\sqrt{16 x^2}$
- **3.** Строим график функции y = x



4. Уравнение имеет единственное решение при $-4 < c \le 4$ и в точке касания. Найдем значение параметра в точке касания:

$$y'(x_0) = \frac{x_0}{\sqrt{16 - x_0^2}}, \quad k_{RAC} = 1, \quad \frac{x_0}{\sqrt{16 - x_0^2}} = 1 \quad \Rightarrow \quad x_0 = 2\sqrt{2}$$
$$-\sqrt{16 - (2\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{2} + c \quad \Rightarrow c = -4\sqrt{2}$$

5. Уравнение имеет единственное решение при $-4 < c \le 4$ и при $c = -4\sqrt{2}$

Ответ: при $-4 < c \le 4$ и при $c = -4\sqrt{2}$.



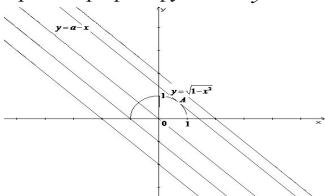
При каких значениях параметра α неравенство $\sqrt{1-x^2} + x > \alpha$ имеет решение?

Проверить

При каких значениях параметра α неравенство $\sqrt{1-x^2}+x>a$ имеет решение?

Решение.

- **1.** Приводим неравенство $\sqrt{1-x^2}+x>a$ к виду $\sqrt{1-x^2}>a-x$. **2.** Строим график функции $y=\sqrt{1-x^2}$
- **3.** Строим график функции y = -x



4. Неравенство имеет решение при значениях параметра α , в которых прямая y = a - x лежит ниже прямой, проходящей через точку касания.

Найдем значение параметра в точке касания:
$$y'(x_0) = -\frac{x_0}{\sqrt{1-x_0^2}} \quad k_{\kappa ac} = -1 \quad -\frac{x_0}{\sqrt{1-x_0^2}} = -1 \quad \Rightarrow x_0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = a - \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \Rightarrow a = \sqrt{2}$$

5. Неравенство имеет решение при $a < \sqrt{2}$.

Ответ: при $a < \sqrt{2}$.

Верно

Неверно

Домашнее задание

Найдите все значения параметра α , при которых уравнение |5x|-10|=a+3x имеет ровно три различных решения. Для каждого полученного значения найдите все эти решения.