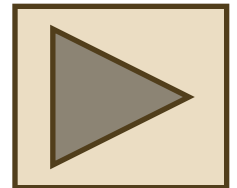


# Электронный учебник

**Тема: Решение уравнений и неравенств, содержащих параметр, с использованием параллельного переноса вдоль оси  $Oy$**

Разработала:  
учитель математики МБОУ Ляличская СОШ  
Коноваленко Алла Валерьевна



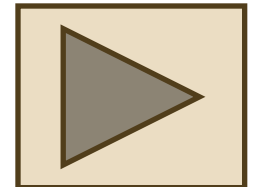
*Изучите следующий теоретический материал:*

*Название группы уравнений (неравенств)*

Уравнения (неравенства) вида  $f(x) = \varphi(x; a)$  ( $f(x) > \varphi(x; a)$ ), где функция  $\varphi(x; a)$  задает семейство прямых, параллельных оси  $Ox$

*Отличительный признак данной группы задач*

Требования этих задач содержат слова: «при каких значениях параметра уравнение (неравенство) имеет заданное количество корней»



Выберите уравнения (неравенства), которые относятся к группе уравнений (неравенств) вида  $f(x) = \varphi(x; a)$  ( $f(x) > \varphi(x; a)$ ), где функция  $\varphi(x; a)$  задает семейство прямых, параллельных оси  $Ox$ :

- 1) При каких значениях  $c$  уравнение  $-\sqrt{16 - x^2} - c = x$  имеет единственное решение?
- 2) При каких значениях  $b$  уравнение  $\sqrt{x + b} = x + 3$  имеет единственное решение?
- 3) Сколько решений в зависимости от параметра  $a$  имеет уравнение  $|x + 2| = ax + 1$ ?
- 4) При каких значениях  $a$  неравенство  $\sqrt{1 - x^2} + x > a$  имеет решение?

1; 4

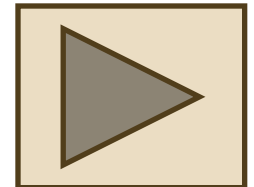
1; 2

3; 4

2; 3

## Изучите алгоритм решения

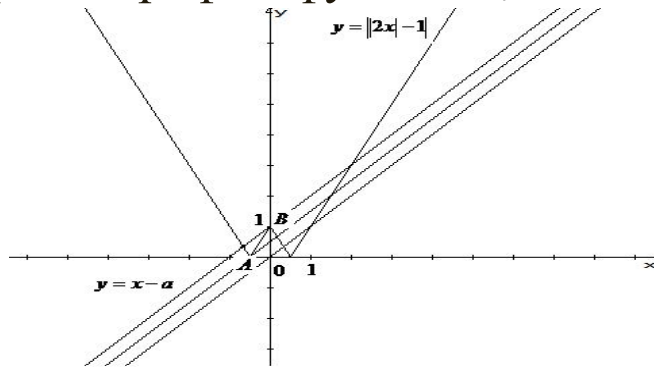
1. Привести уравнение (неравенство) к виду  $f(x) = \varphi(x; a)$  ( $f(x) > \varphi(x; a)$ ), где функция  $\varphi(x; a)$  задает семейство прямых.
2. Построить график функции  $y = f(x)$ .
3. Построить график функции  $y = \varphi(x; a)$ , где  $a = 0$ .
4. Осуществляя параллельный перенос построенной прямой, найти ситуацию, отвечающую требованию задачи.
5. Ответить на вопрос задачи.



**Изучите пример решения задания:** При каких значениях параметра  $a$  уравнение  $x - a = ||2x| - 1|$  имеет ровно три корня?

**Решение.**

1. Приводим уравнение к виду  $f(x) = \varphi(x; a)$ , где функция  $\varphi(x; a)$  задает семейство прямых:  $||2x| - 1| = x - a$ .
2. Строим график функции  $y = ||2x| - 1|$ .
3. Строим график функции  $y = x - a$ , где  $a = 0$ .



4. Осуществляя параллельный перенос построенной прямой, находим ситуацию, отвечающую требованию задачи: при каких значениях параметра уравнение имеет ровно три корня?

*Уравнение имеет ровно три корня в двух случаях: если прямая  $y = x - a$  проходит через точку  $A(-0,5;0)$  и если прямая  $y = x - a$  проходит через точку  $B(0;1)$ .*

5. Отвечаем на вопрос задачи: *уравнение имеет ровно три корня при  $a = -1$  и при  $a = -0.5$ .*

Ответ:  $-1; -0,5$ .



## Решите задачу

При каких значениях  $c$  уравнение  $-\sqrt{16-x^2} - c = x$  имеет единственное решение?

### Первый шаг алгоритма

Приводим уравнение  $-\sqrt{16-x^2} - c = x$  к виду  $f(x) = \varphi(x; c)$ , где функция  $\varphi(x; c)$  задает семейство прямых.

а

$$-\sqrt{16-x^2} - x = c$$

б

$$c = -x + \sqrt{16-x^2}$$

в

$$-\sqrt{16-x^2} = x + c$$

г

$$-c - x = \sqrt{16-x^2}$$

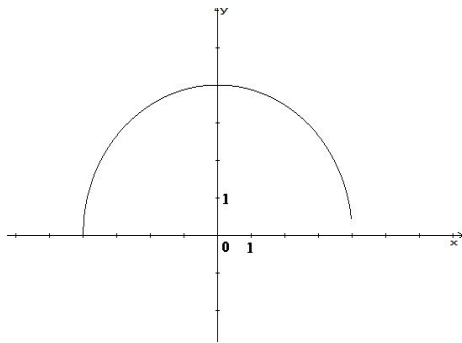
## Решите задачу

При каких значениях  $c$  уравнение  $-\sqrt{16-x^2} - c = x$  имеет единственное решение?

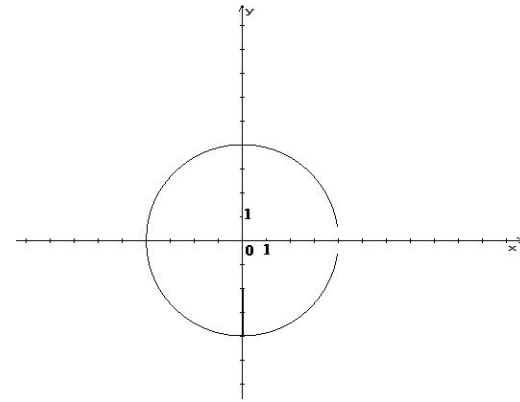
### Второй шаг алгоритма

Строим график функции  $y = f(x)$   $y = -\sqrt{16-x^2}$

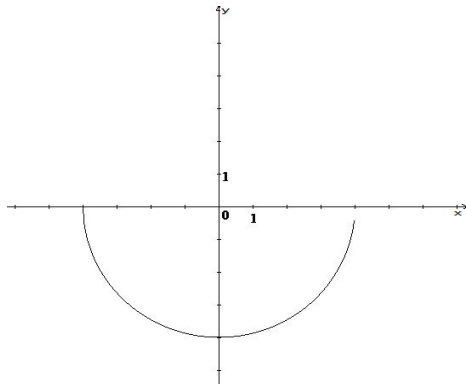
а



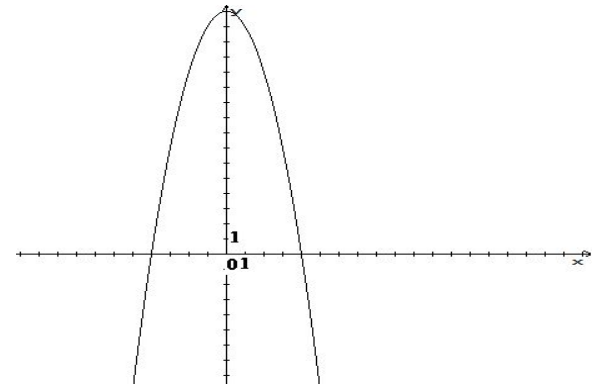
в



б



г



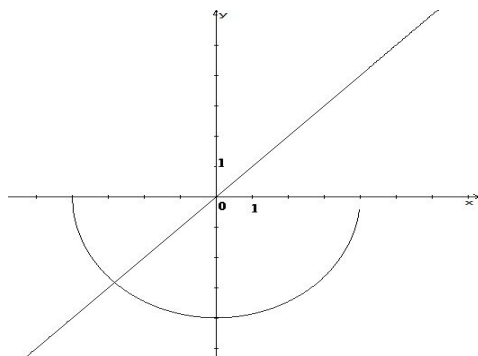
## Решите задачу

При каких значениях  $c$  уравнение  $-\sqrt{16-x^2} - c = x$  имеет единственное решение?

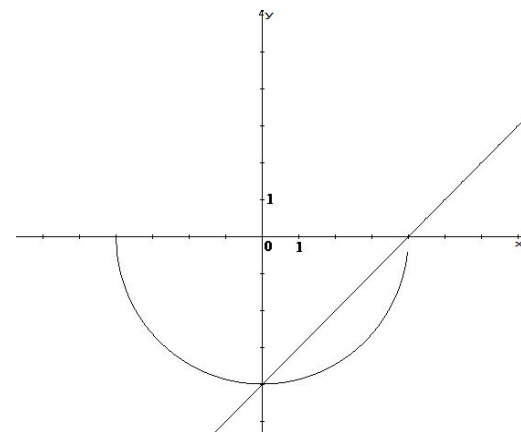
### Третий шаг алгоритма

Строим график функции  $y = \varphi(x; c)$ , где  $c = 0$ :  $y = x$

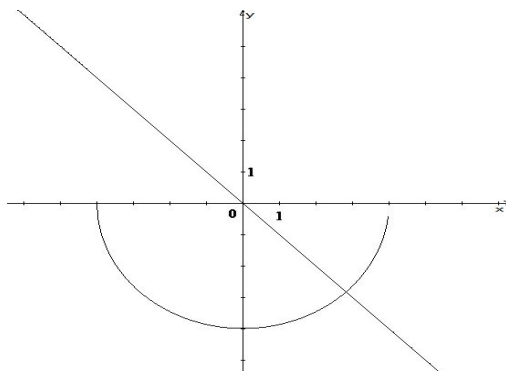
а



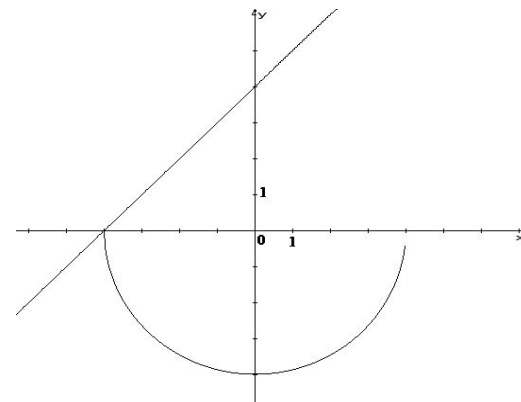
в



б



г



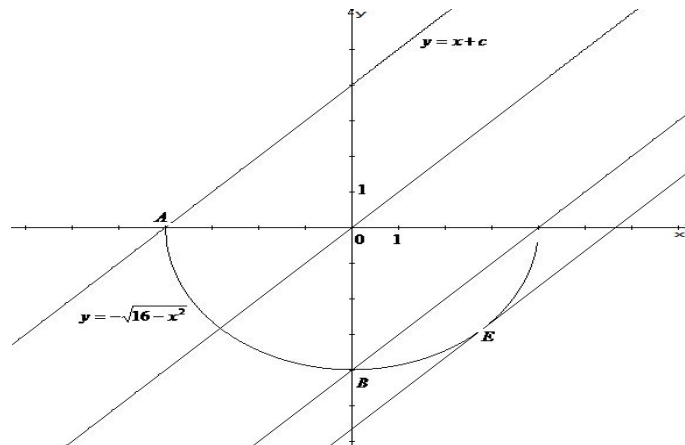


## Решите задачу

При каких значениях  $c$  уравнение  $-\sqrt{16-x^2} - c = x$  имеет единственное решение?

### Четвертый шаг алгоритма

Осуществляя параллельный перенос построенной прямой, находим ситуацию, отвечающую требованию задачи: при каких значениях параметра уравнение имеет единственное решение.



а

$$-4 < c \leq 4$$

в

В точке касания

б

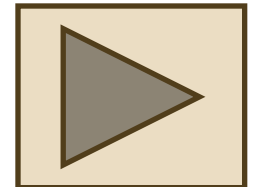
$-4 < c \leq 4$  и в точке касания

г

$$c \leq 4$$

## Найдите значение параметра в точке касания по алгоритму:

- 1) Найти абсциссу точки касания прямой  $y = \varphi(x; c)$  к графику функции  $y = f(x)$ :
  - а) найти  $f'(x_0)$  для функции  $y = f(x)$ ;
  - б) найти  $k_{\text{кас}}$  из уравнения прямой  $y = \varphi(x; c)$ ;
  - в) составить уравнение  $f'(x_0) = k_{\text{кас}}$  и решить его.
- 2) Найти значение параметра  $c$ , подставив в уравнение  $f(x) = \varphi(x; c)$  значение  $x_0$ .



Значение параметра в точке касания равно:

а

$$c = -4$$

б

$$c = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

в

$$c = -4\sqrt{2}$$

г

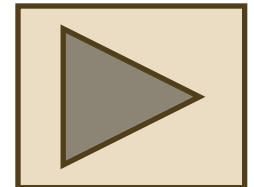
$$c = 4\sqrt{2}$$

## Решите задачу

При каких значениях  $c$  уравнение  $-\sqrt{16-x^2} - c = x$  имеет единственное решение?

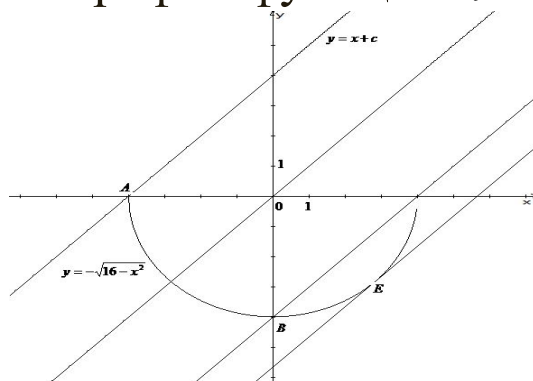
### Пятый шаг алгоритма

Отвечаем на вопрос задачи: *уравнение имеет единственное решение при  $-4 < c \leq 4$  и при  $c = -4\sqrt{2}$ .*



## Прочитайте и внесите изменения в свое решение

1. Приводим уравнение  $-\sqrt{16-x^2} - c = x$  к виду  $-\sqrt{16-x^2} = x+c$ .
2. Строим график функции  $y = -\sqrt{16-x^2}$
3. Строим график функции  $y = x$



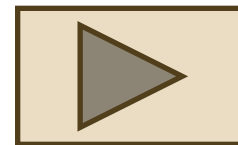
4. Уравнение имеет единственное решение при  $-4 < c \leq 4$  и в точке касания. Найдем значение параметра в точке касания:

$$y'(x_0) = \frac{x_0}{\sqrt{16-x_0^2}}, \quad k_{\text{кас}} = 1, \quad \frac{x_0}{\sqrt{16-x_0^2}} = 1 \Rightarrow x_0 = 2\sqrt{2}$$

$$-\sqrt{16-(2\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{2} + c \Rightarrow c = -4\sqrt{2}$$

5. Уравнение имеет единственное решение при  $-4 < c \leq 4$  и при  $c = -4\sqrt{2}$

Ответ: при  $-4 < c \leq 4$  и при  $c = -4\sqrt{2}$ .



Решите задачу

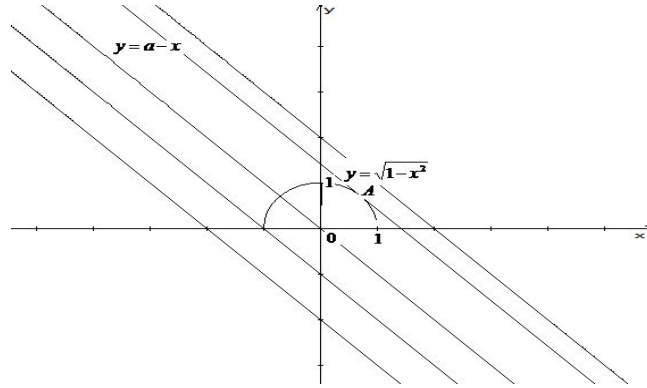
При каких значениях параметра  $a$   
неравенство  $\sqrt{1-x^2} + x > a$  имеет решение?

Проверить

При каких значениях параметра  $a$  неравенство  $\sqrt{1-x^2} + x > a$  имеет решение?

**Решение.**

1. Приводим неравенство  $\sqrt{1-x^2} + x > a$  к виду  $\sqrt{1-x^2} > a-x$ .
2. Строим график функции  $y = \sqrt{1-x^2}$
3. Строим график функции  $y = -x$



4. Неравенство имеет решение при значениях параметра  $a$ , в которых прямая  $y = a - x$  лежит ниже прямой, проходящей через точку касания.

Найдем значение параметра в точке касания:

$$y'(x_0) = -\frac{x_0}{\sqrt{1-x_0^2}} \quad k_{\text{кас}} = -1 \quad -\frac{x_0}{\sqrt{1-x_0^2}} = -1 \quad \Rightarrow x_0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = a - \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \Rightarrow a = \sqrt{2}$$

5. Неравенство имеет решение при  $a < \sqrt{2}$ .

Ответ: при  $a < \sqrt{2}$ .

Верно

Неверно

## Домашнее задание

Найдите все значения параметра  $a$ , при которых уравнение  $||5x| - 10| = a + 3x$  имеет ровно три различных решения. Для каждого полученного значения найдите все эти решения.