

# Оптика

# Предмет оптики

- Оптика – раздел физики, изучающий свойства и физическую природу света, а также взаимодействие излучения с веществом.
- Свет – электромагнитная волна

## Спектр электромагнитных волн

	радиоволны	оптика	рентген	гамма
$\lambda$	Км - мм	2 мм – 10 нм	$10^{-10}$ - $10^{-2}$ нм	$< 0.01$ нм
$\nu$ (Гц)	$< 10^{11}$	$1,5 \cdot 10^{11} - 3 \cdot 10^{16}$	$3 \cdot 10^{16} - 3 \cdot 10^{19}$	$> 3 \cdot 10^{19}$
$\varepsilon = h\nu$		$10^{-3} - 100$ эВ	20 эВ – 0,1 МэВ	$> 0,1$ МэВ

Оптический диапазон: 2 мм – 10 нм (~ 17 октав)

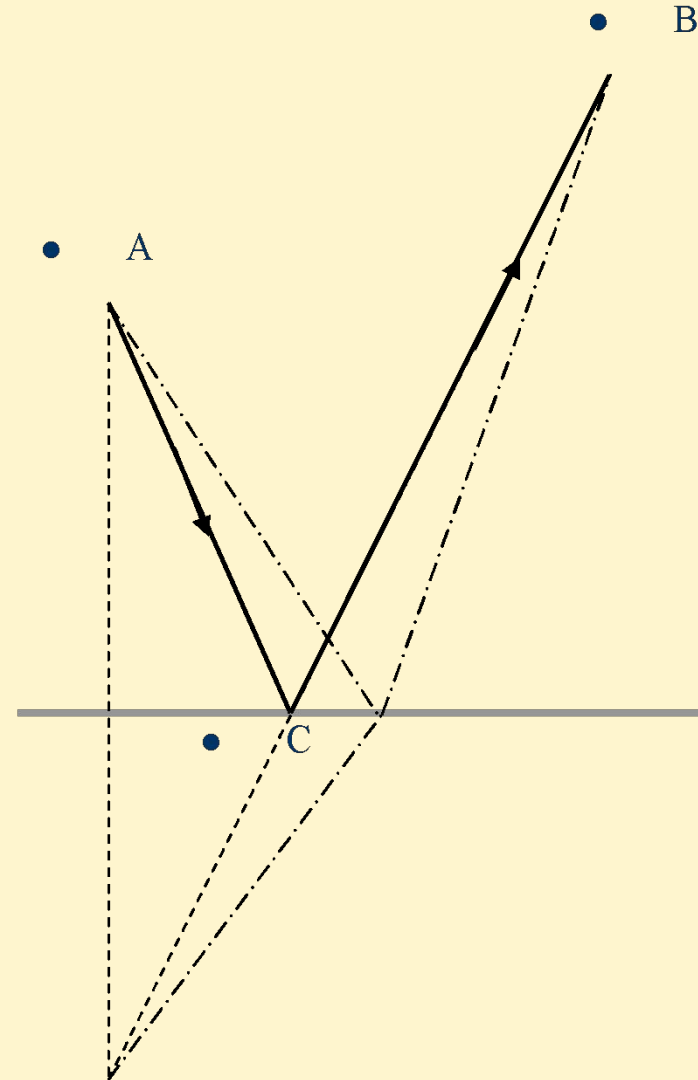
- Инфракрасное излучение: 2 мм – 760 нм
- Видимый свет: 400 – 760 нм
- Ультрафиолет: 400 – 10 нм
- Энергия кванта видимого света  $\varepsilon = hc/\lambda$   
 $\varepsilon(\text{эВ}) = 1.23/\lambda(\text{мкм}) = 1.6 - 3 \text{ эВ}$
- **Почему мы видим свет с  $\lambda \sim 0,5 \text{ мкм}$ ?**

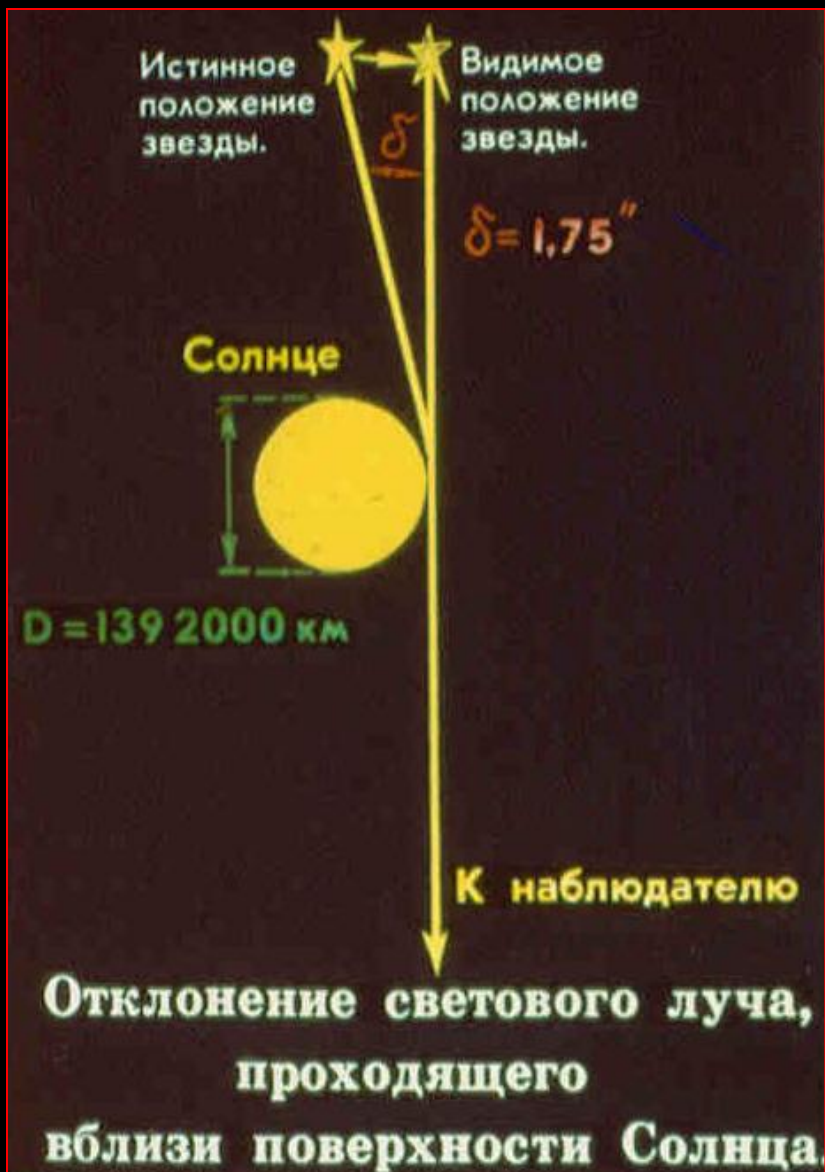
# Принцип Ферма – принцип наименьшего времени

- Свет при распространении из одной точки в другую выбирает путь, которому соответствует наименьшее время распространения.
- Свет выбирает самый короткий *оптический путь*  $s = \int n d\ell$

# Принцип Ферма и закон зеркального отражения.

- При зеркальном отражении путь ACB - кратчайший



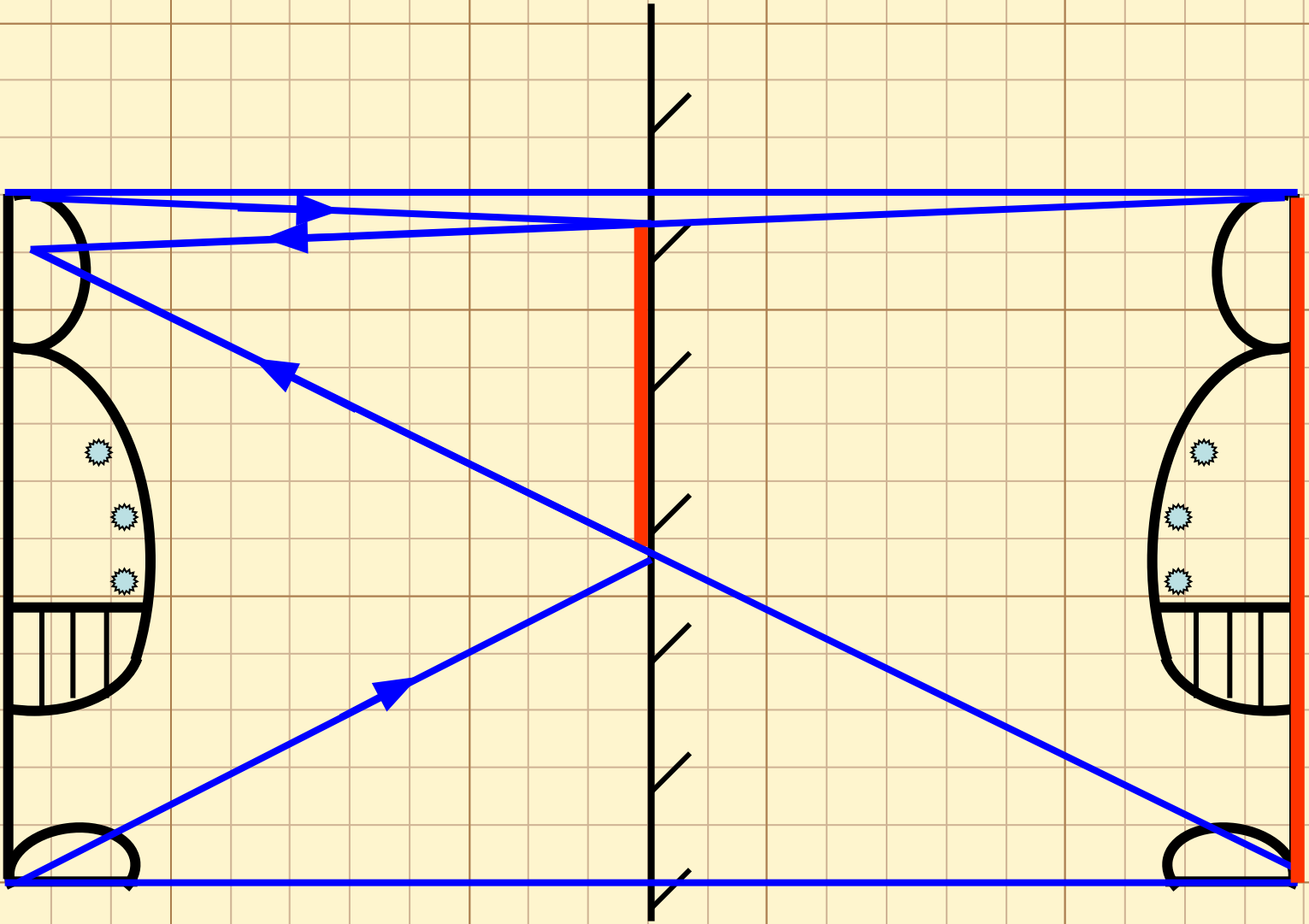


Свет в однородном гравитационном поле распространяется прямолинейно и равномерно.

# Свет в однородной среде распространяется прямолинейно и равномерно



На рисунках фотография лазерного луча распространяющегося  
вдоль границы между пресной и соленой водой.

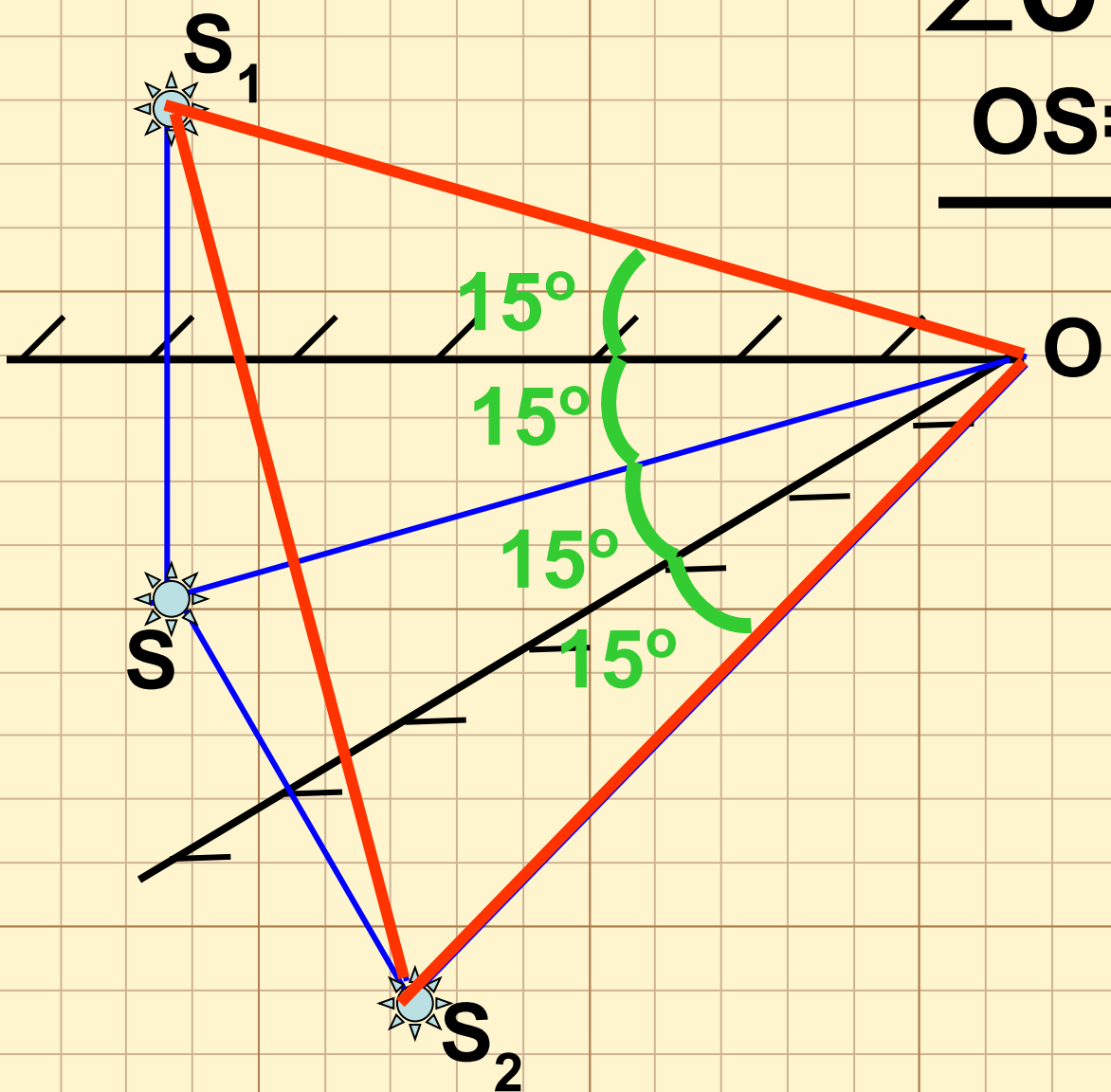




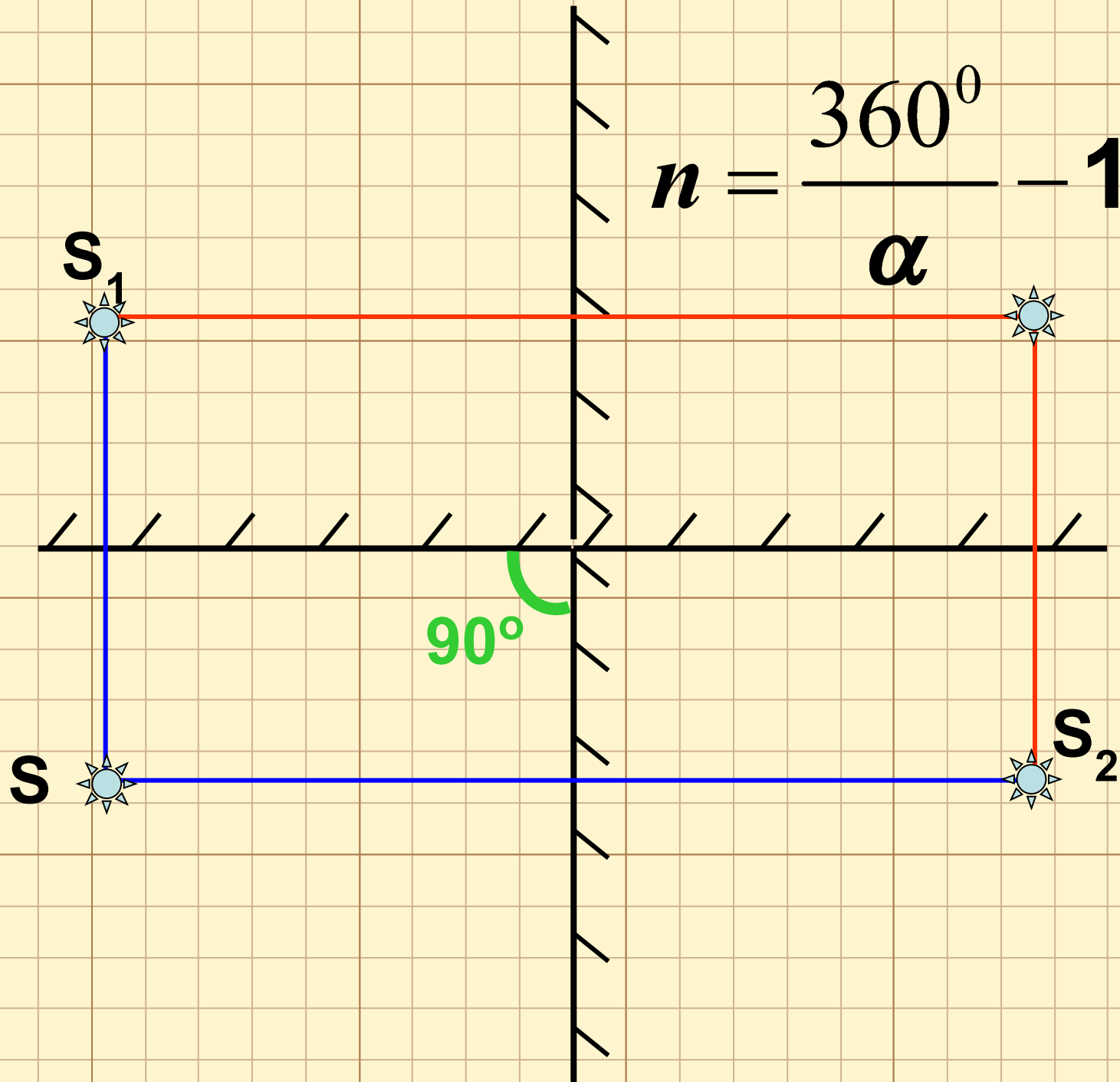
$$\angle O = 30^\circ$$

$$OS = 10\text{cm}$$

$$S_1 S_2 = ?$$



$$OS = OS_1 = OS_2 = S_1 S_2 = 10\text{cm}$$



$$n = \frac{360^\circ}{\alpha} - 1$$

90°

**S**<sub>1</sub>

**S**

**S**<sub>2</sub>

**S**<sub>2</sub>

15.18. Солнечный луч составляет с поверхностью земли угол  $\varphi = 40^\circ$ . Под каким углом к горизонту следует расположить плоское зеркало, чтобы солнечный луч попал на дно глубокого колодца?

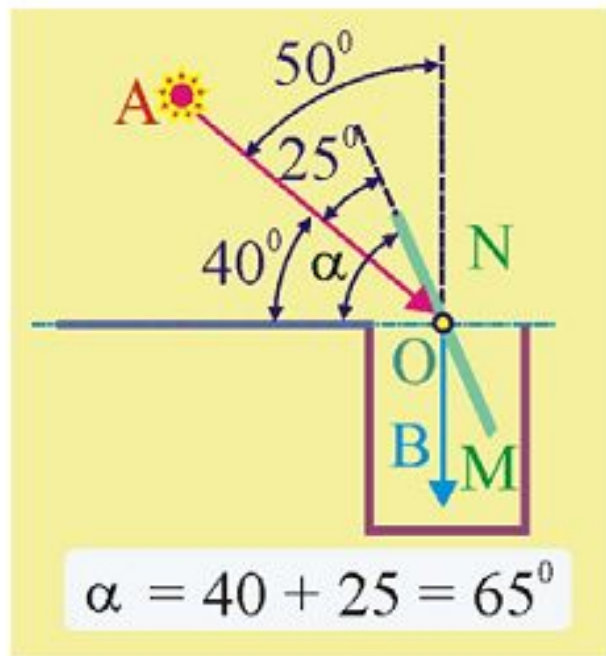


Рис. 15.18. Зеркало и колодец

### Решение

1. Угол между вертикалью и солнечным лучом составляет

$$\gamma = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ;$$

2. Построим далее биссектрису угла  $\gamma$ , которая будет с солнечным лучом составлять угол  $\theta = 25^\circ$ .

3. Таким образом, если плоское зеркало NM расположить под углом

$$\alpha = \frac{\gamma}{2} + 40^\circ = 25^\circ + 40^\circ = 65^\circ,$$

то солнечный луч благополучно достигнет дна колодца, т.к. он проследует параллельно его стенкам.

15.22. Человек, ростом  $h = 1,75$  м находится на расстоянии  $L = 6$  м от вертикального столба высотой  $H = 7$  м. На каком расстоянии от себя человек должен расположить плоское горизонтальное маленькое зеркало, чтобы увидеть в нём отражение верхушки столба?

### Решение

1. Выделим на поверхности земли точку  $C$ , перемещая которую по поверхности объёмся выполнению закона отражения между двумя лучами исходящими с вершины столба и из глаза наблюдателя.

2. В результате такого выбора образуются два подобных прямоугольных треугольника

$$\triangle ABC \sim \triangle CDK,$$

$$\frac{h}{d} = \frac{H}{L-d}; \Rightarrow d = \frac{Lh}{h+H} = 1,2 \text{ м}.$$

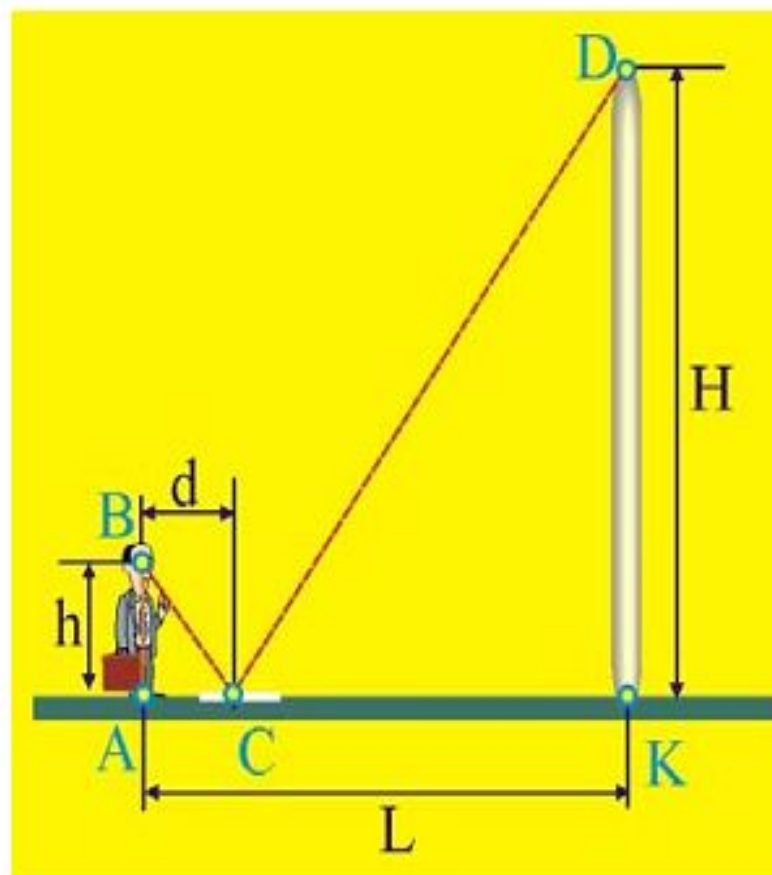


Рис. 15.22. Верхушка столба

15.27. Размеры вертикального заднего окна автомобиля  $B \times H = (120 \times 45) \text{ см}^2$ . Водитель сидит на расстоянии  $x = 2 \text{ м}$  от заднего окна. Каковы должны быть минимальные размеры плоского зеркала заднего вида, расположенного на удалении  $x_0 = 0,5 \text{ м}$  перед водителем, чтобы он имел наилучший обзор дорожной обстановки сзади?

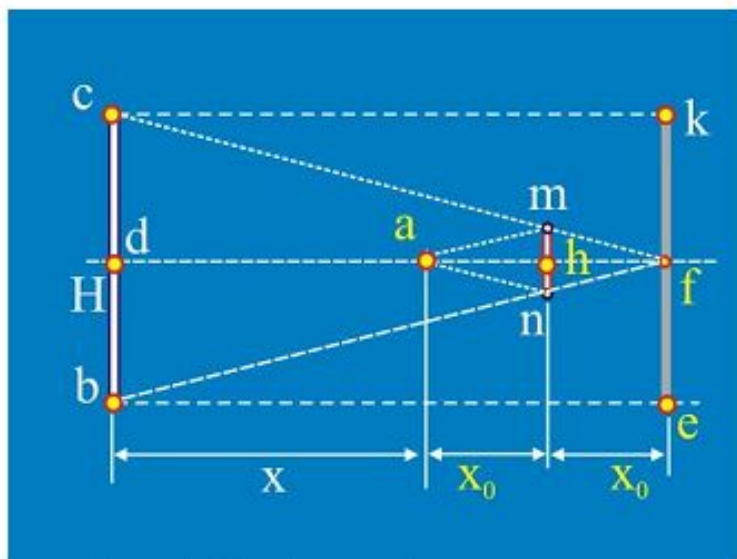


Рис. 15.27. Автомобильное зеркало

## Решение

1. Рассмотрим вначале соотношение между вертикальным размером зеркала  $h$  и вертикальным размером заднего стекла автомобиля из условия того, что глаз водителя должен видеть отражение нижней и задней кромки стекла.

2. Для определения высоты зеркала  $h$  рассмотрим подобие двух треугольников, образованных лучами в процессе построения отражения точек  $c$  и  $b$  от кромок зеркала,  $m$  и  $n$

$$\Delta bcf \sim \Delta amn,$$

$$\frac{H}{x + 2x_0} = \frac{h}{x_0} \Rightarrow h = \frac{Hx_0}{x + 2x_0} = \frac{0,45 \cdot 0,5}{2 + 1} = 0,075 \text{ м}$$

3. Горизонтальный размер зеркала получается методом таких же построений только в горизонтальной плоскости

$$z = \frac{Bx_0}{x + 2x_0} = \frac{1,2 \cdot 0,5}{3} = 0,2 \text{ м};$$



15.56. Построить ход луча, который, выйдя из точки  $A$ , находящейся внутри зеркального ящика, попадёт в точку  $B$ , отразившись последовательно от каждого из четырёх зеркал.

### Решение

1. Строим изображения точки  $B$  во всех четырёх зеркалах, получаем пирамиду  $B^* B^{**} B^{***} B^{****}$ .

2. Из точки  $A$  строим лучи параллельные линиям, соединяющим соответствующие изображения точки  $B$  в зеркалах, используя закон отражения получаем последовательные отражения луча в точках 1, 2, 3, 4, 5, которые в конечном счёте, обеспечат его попадание в точку  $B$ .

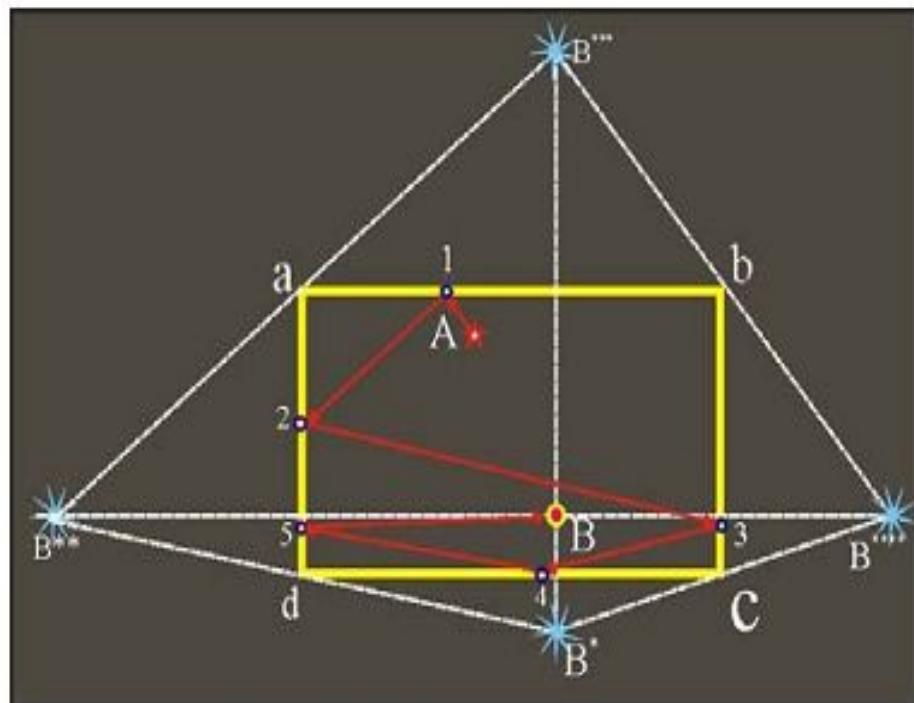


Рис. 15.56. Зеркальный ящик

15.30. Отражающая поверхность зеркала составляет с плоскостью стола угол  $\alpha = 135^\circ$ . По направлению к зеркалу по столу катится шар со скоростью  $v = 2$  м/с. В каком направлении и с какой скоростью движется изображение шара?

### Решение

1. Выберем три произвольных положения центра шара  $s_1$ ,  $s_2$  и  $s_3$ , приняв центр шара за светящуюся точку, построим их изображения в наклонённом зеркале.

2. Из построения видно, что за фиксированный промежуток времени  $\Delta t$  центр шара перемещается по горизонтали на расстояние  $x_1$  а изображение этой точки перемещается вертикально на такое же расстояние  $x_1$ .

3. Изображение шара, таким образом, будет двигаться вертикально вверх со скоростью центра шара  $v = 2$  м/с.

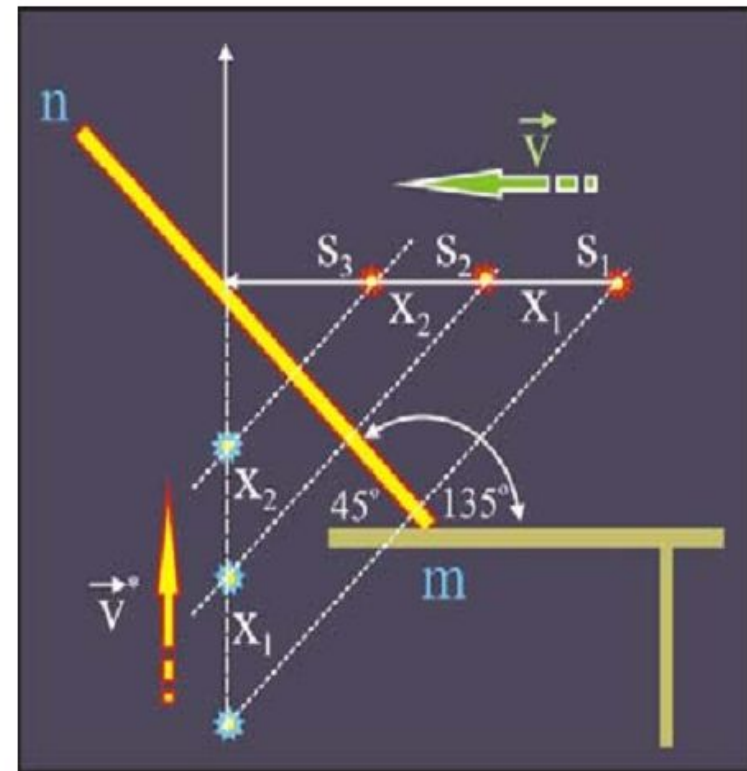


Рис. 15.30. Скорость изображения

15.34. Зеркало  $mn$  вращается с угловой скоростью  $\omega$  вокруг оси, перпендикулярной плоскости чертежа. С какой линейной скоростью движется изображение точки  $S$  в зеркале, если она неподвижна и находится на расстоянии  $r$  от оси вращения зеркала?

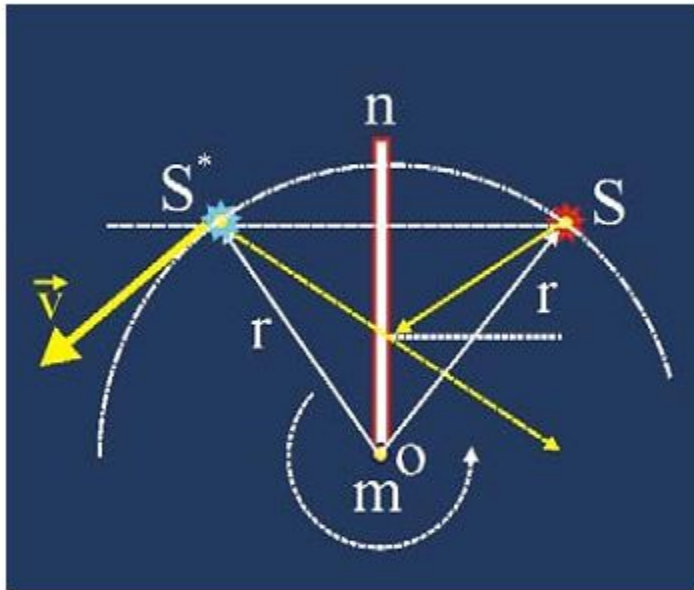


Рис. 15.34. Линейная скорость изображения во вращающемся зеркале

как:

$$v = \frac{2\Delta\varphi}{\Delta t} r = 2\omega r ;$$

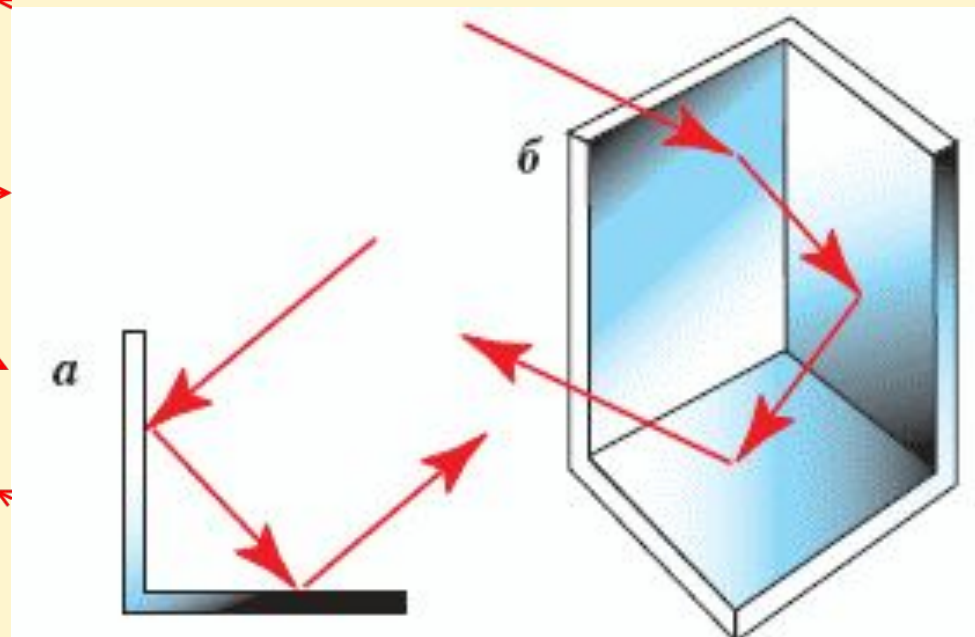
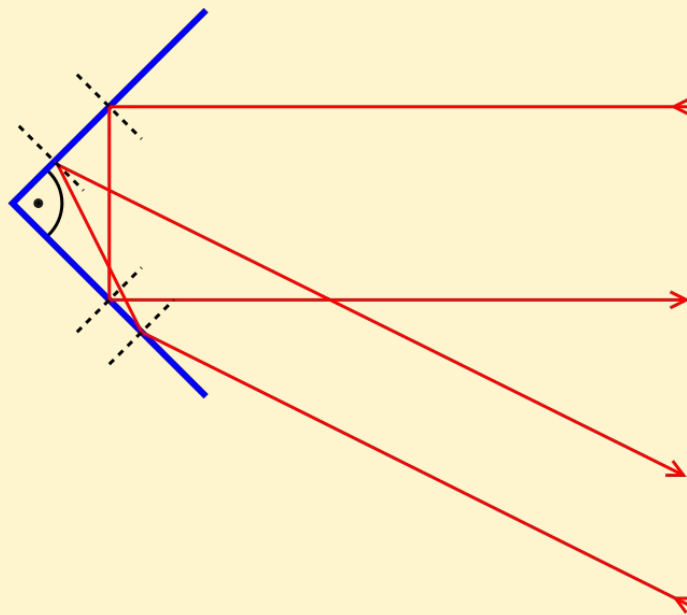
### Решение

1. Как видно из построения, выполненного на основании закона отражения, изображение  $S^*$  будет находиться на расстоянии  $r$  от оси вращения и перемещаться по круговой траектории, совершая равномерное вращение вокруг оси, проходящей через точку  $O$  перпендикулярно плоскости чертежа.

2. Так как угол поворота изображения в два раза больше угла поворота зеркала, то и угловая скорость изображения будет в два раза больше угловой скорости зеркала, т.е. линейная скорость изображения определится



# Угловой отражатель. Зеркало, не меняющее лево на право.

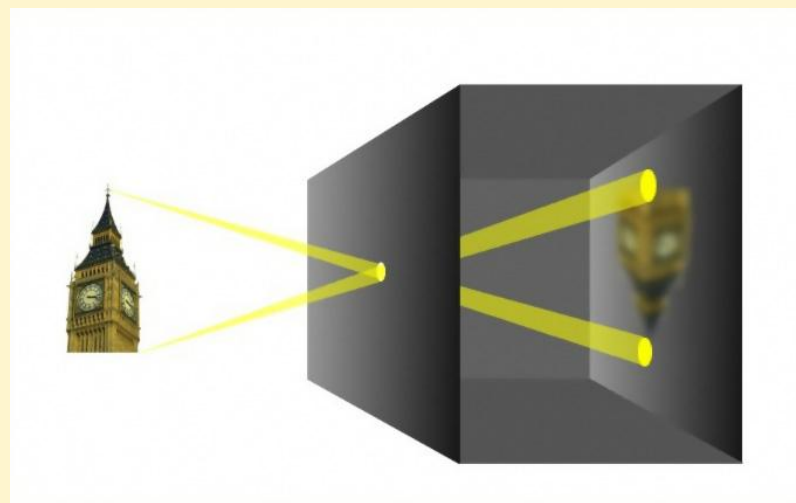
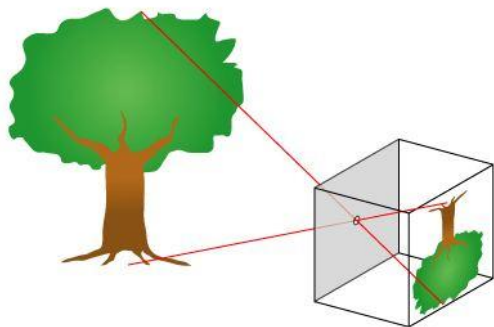


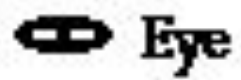
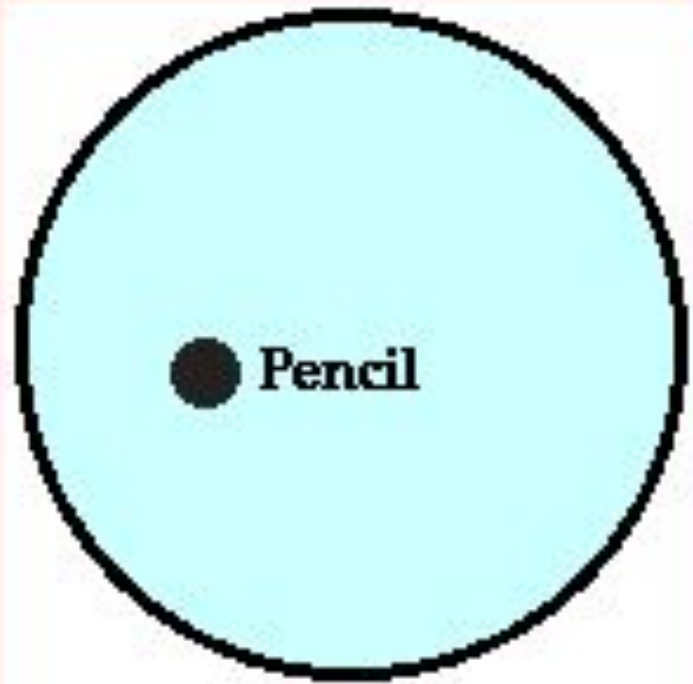
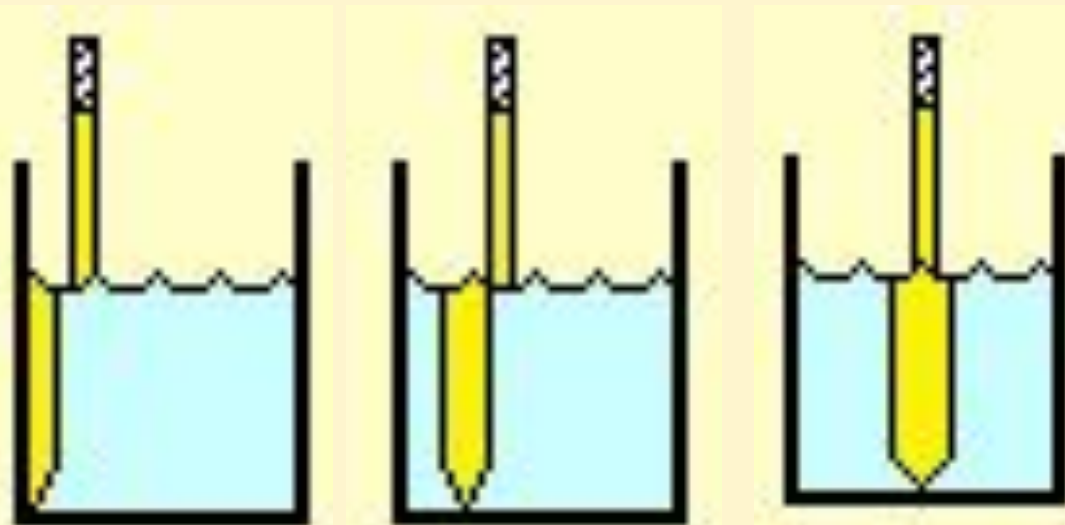
# Кошачий глаз (кОтОфот)

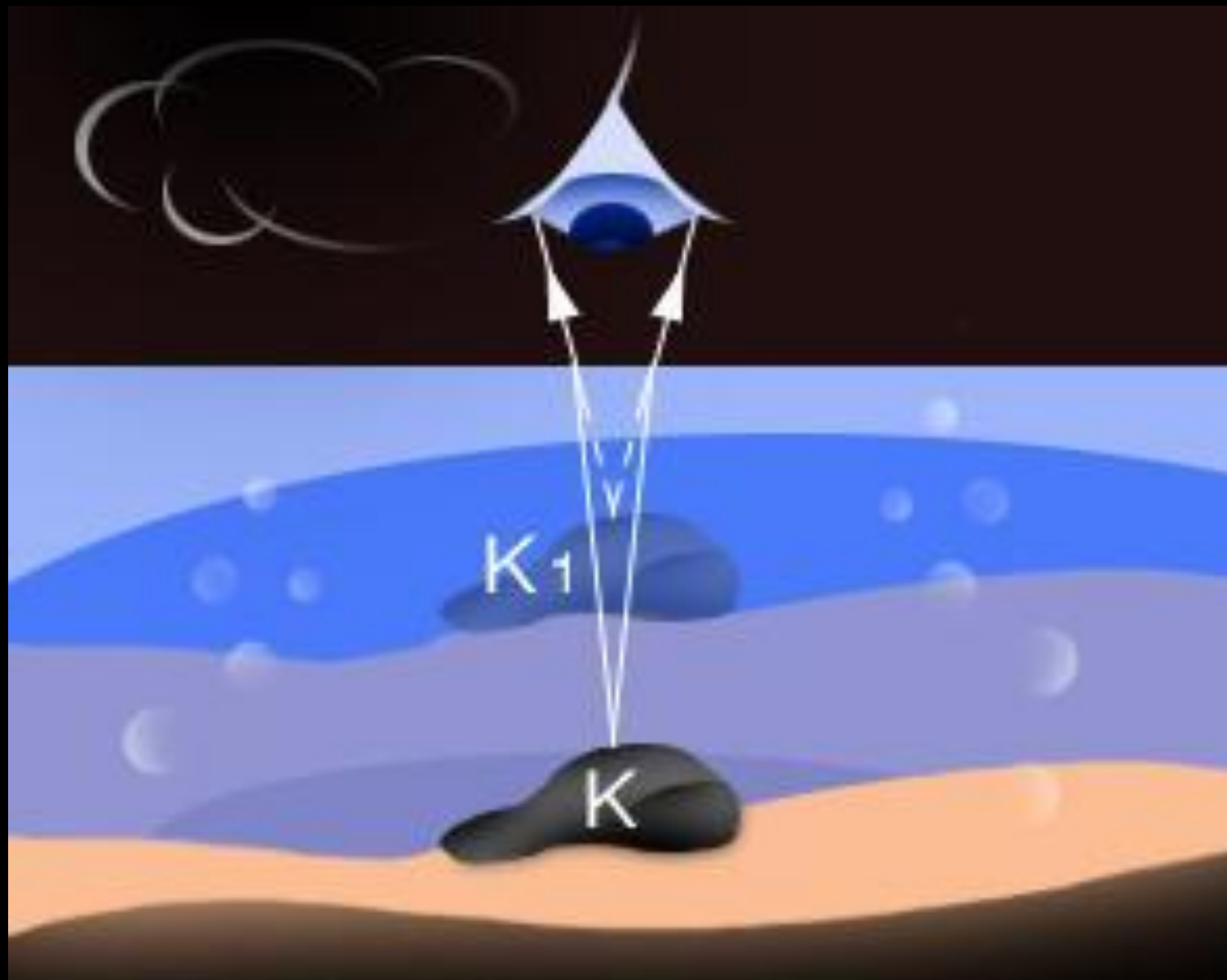
Вот так  
выглядит кот в  
свете фото  
вспышки или в  
свете  
автомобильных  
фар

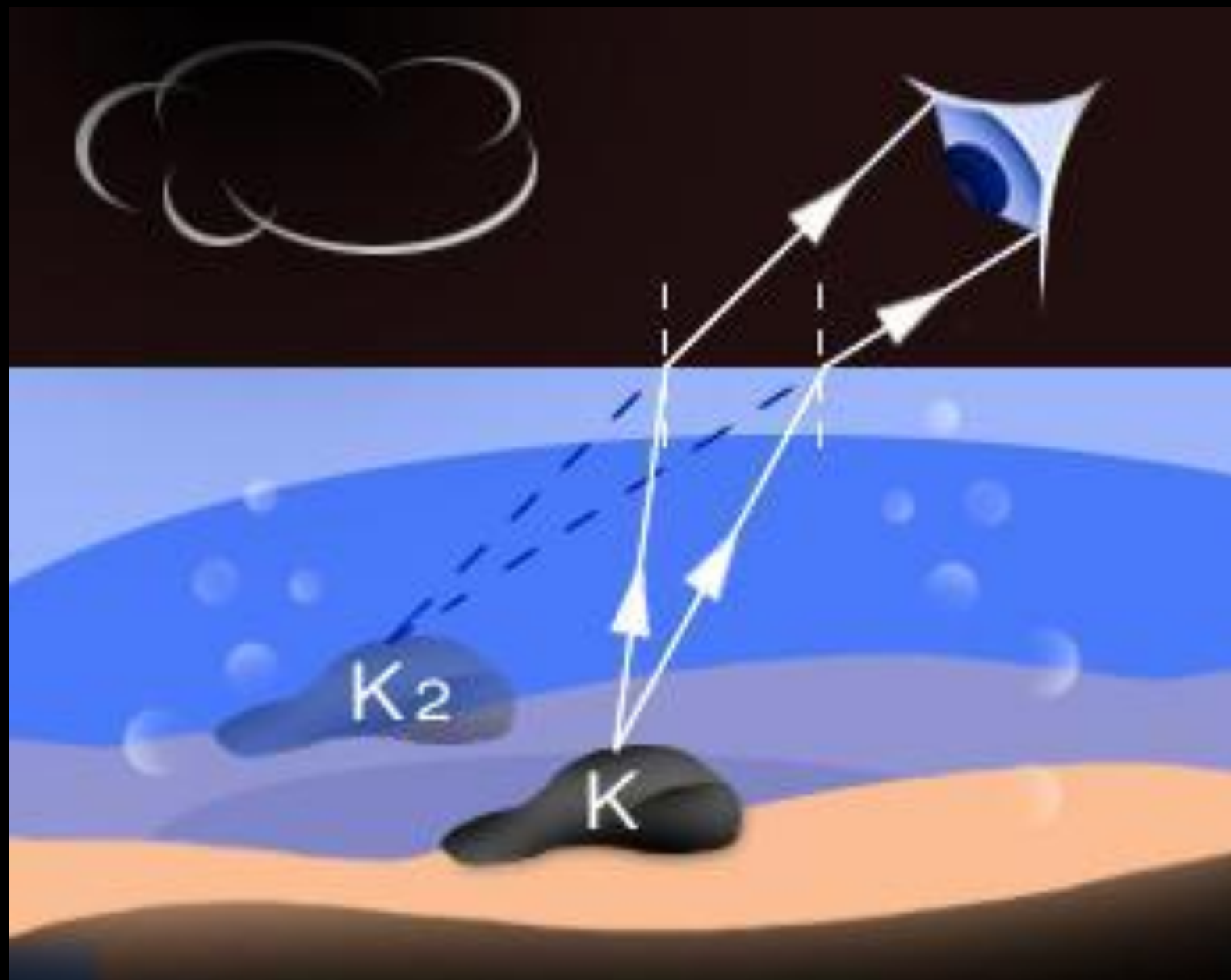


# Камера обскура (тёмная комната)

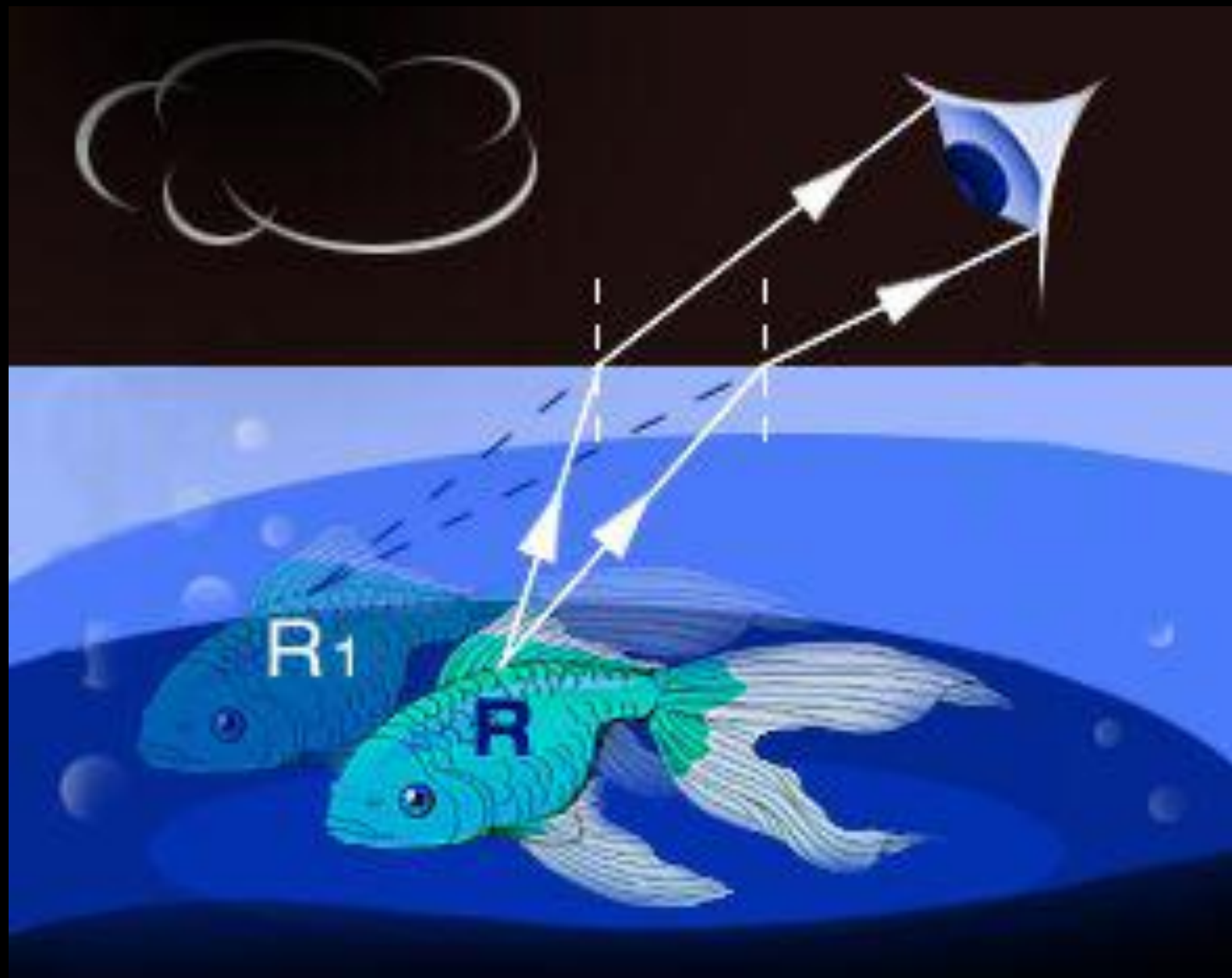




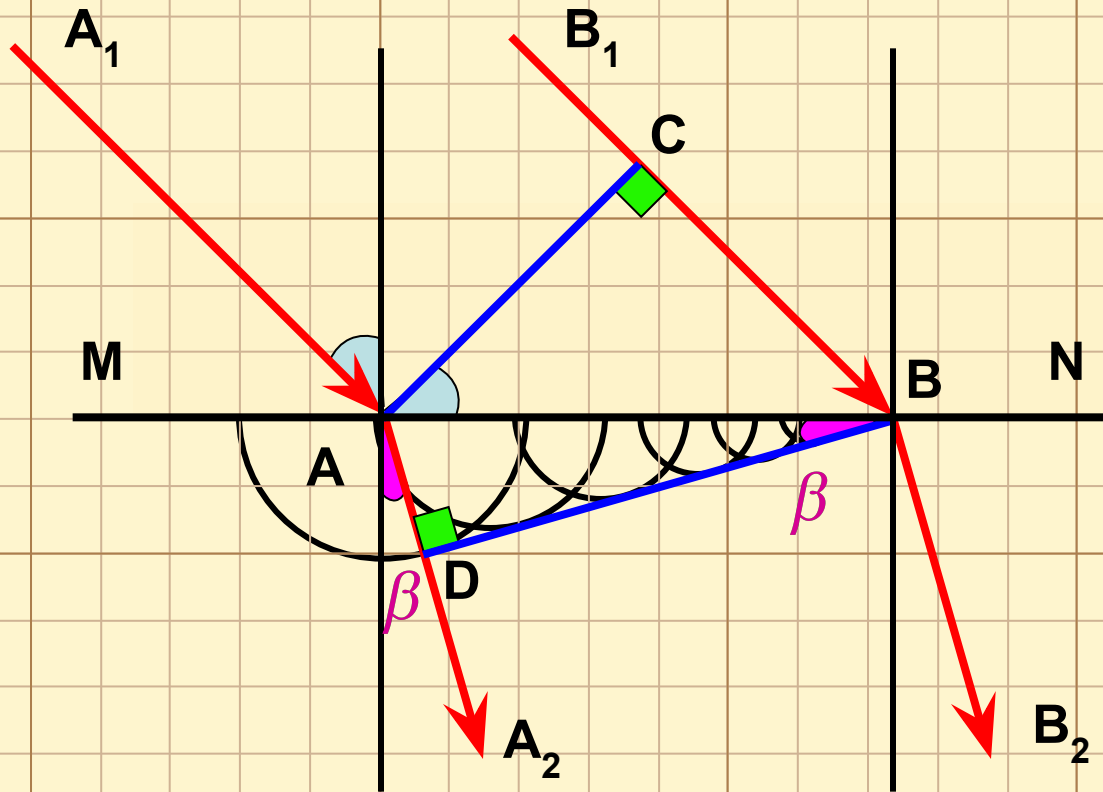








# Закон преломления волн

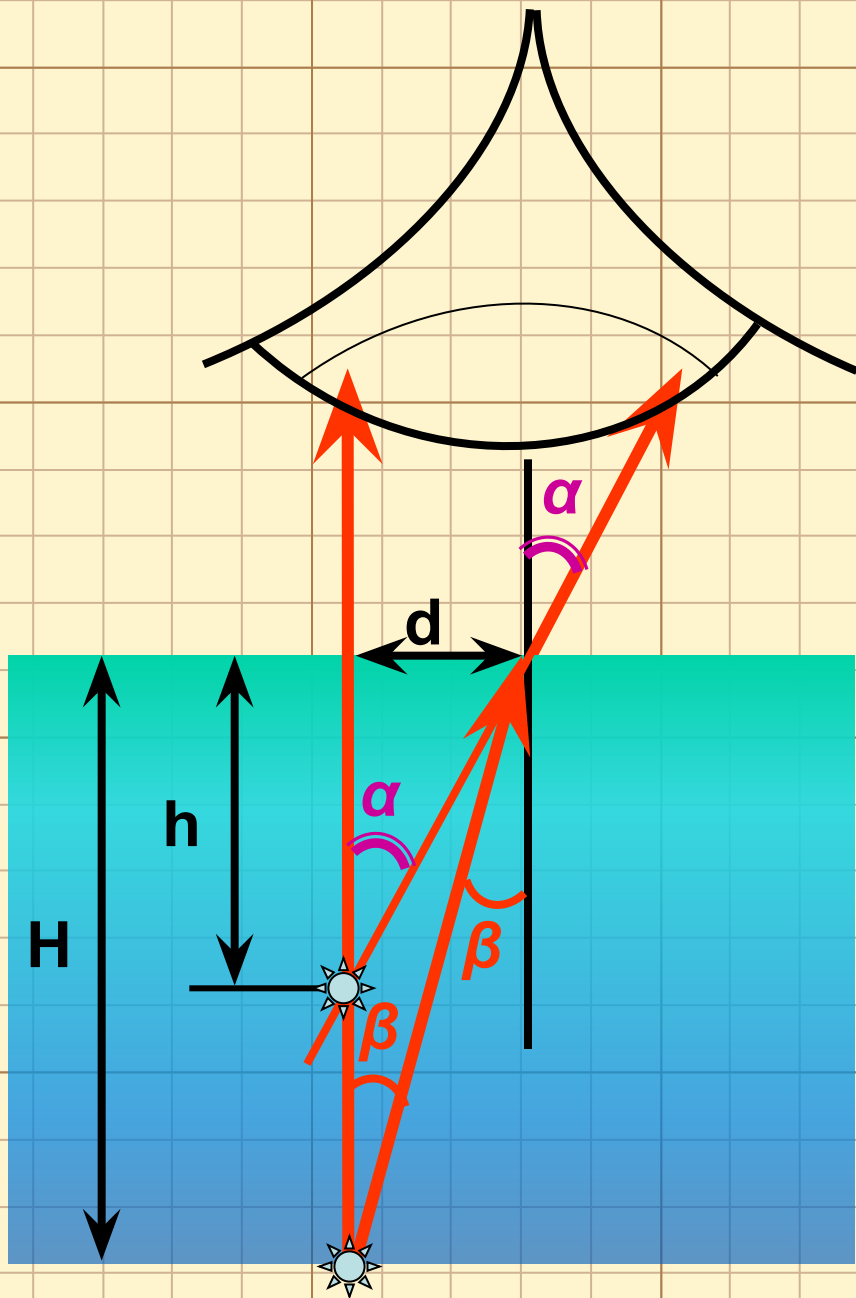


$$CB = v_1 t = AB \sin \alpha \quad (1)$$

$$AD = v_2 t = AB \sin \beta \quad (2)$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \text{const}$$





$$\frac{d}{h} = \operatorname{tg} \alpha \approx \sin \alpha \quad (1)$$

$$\frac{d}{H} = \operatorname{tg} \beta \approx \sin \beta \quad (2)$$

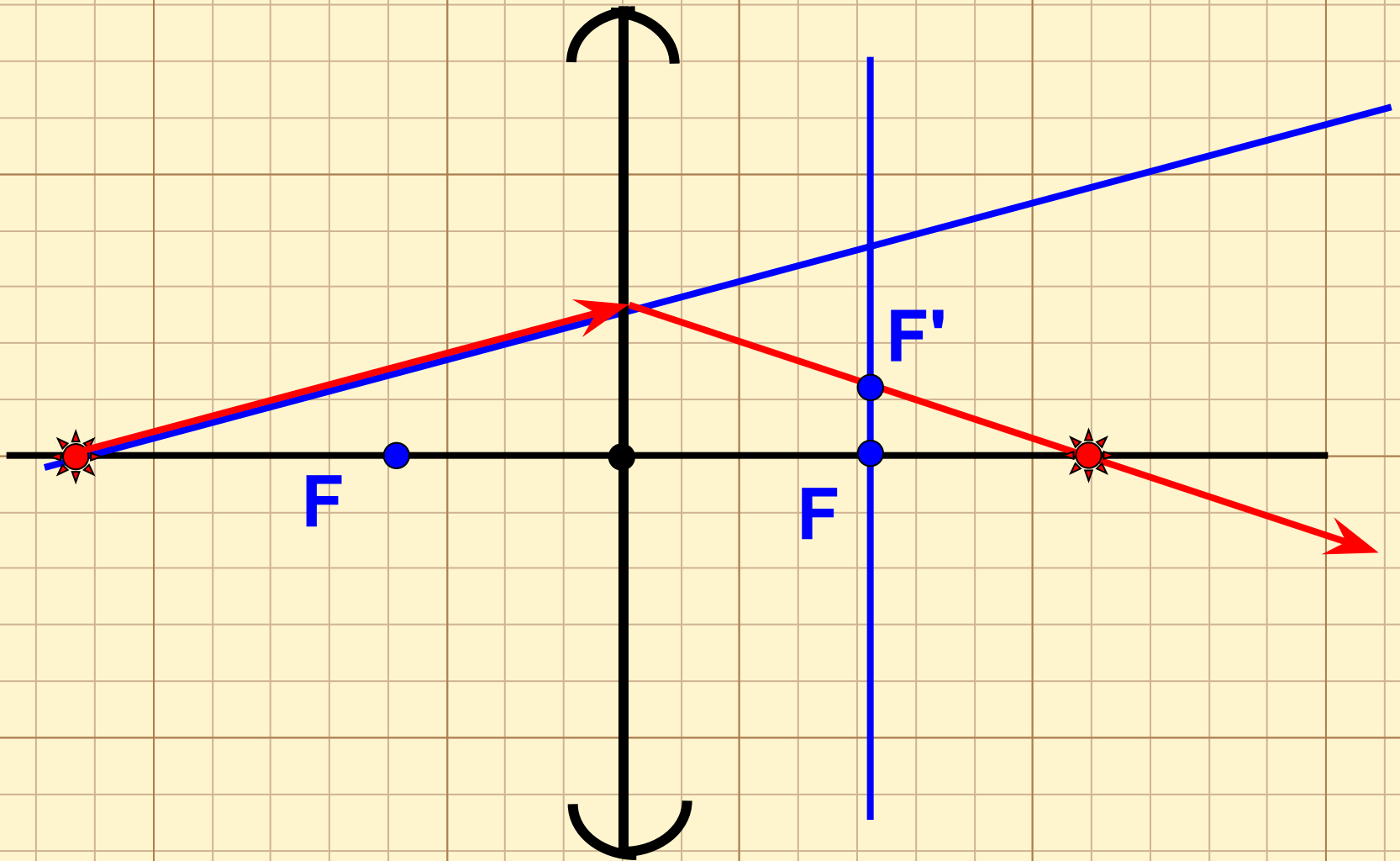
$$(1):(2) \Rightarrow$$

$$\frac{h}{\beta} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$$

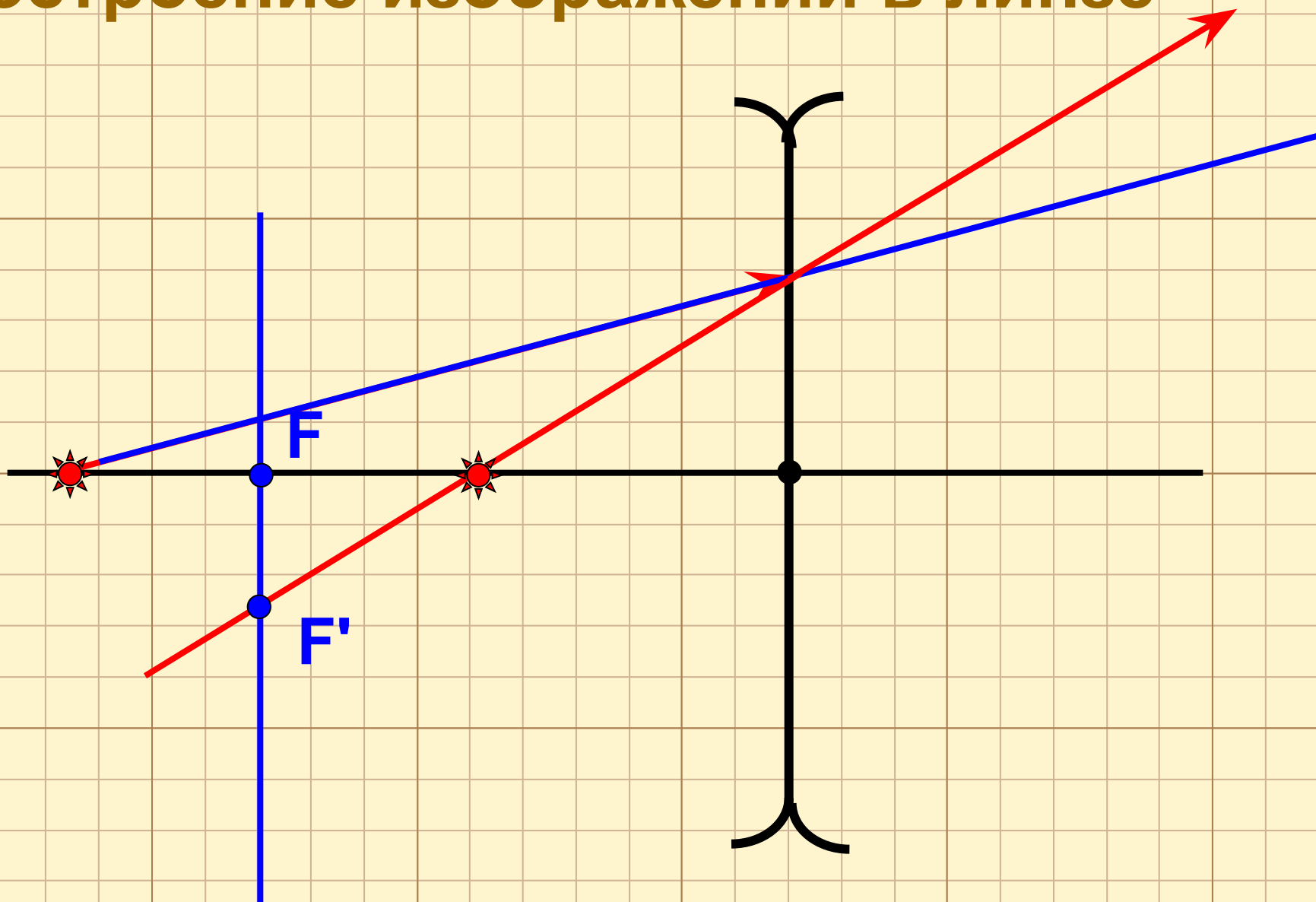
$$h = \frac{H}{n}$$

# Построение изображений в линзе

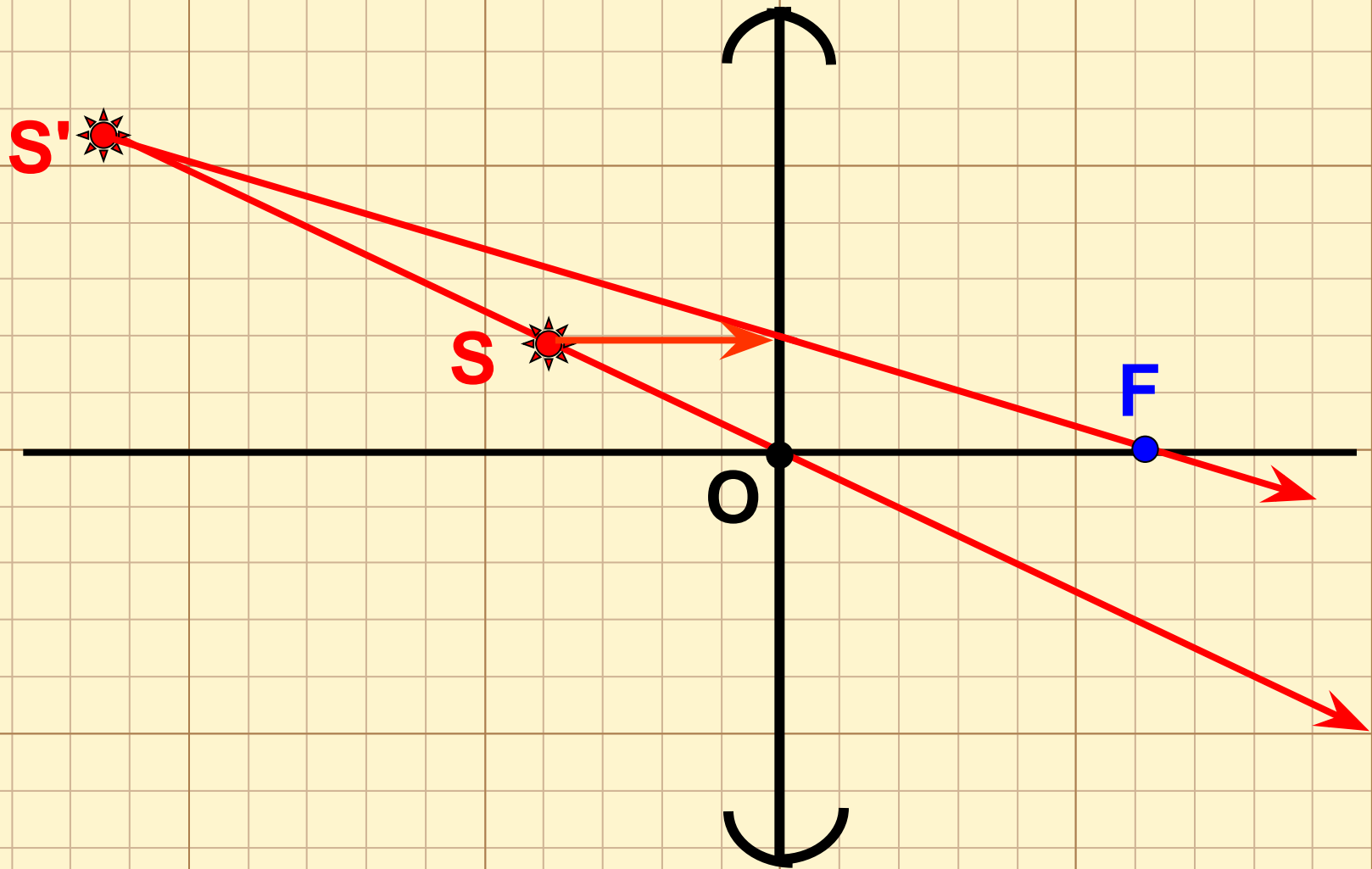
# Построение изображений в линзе



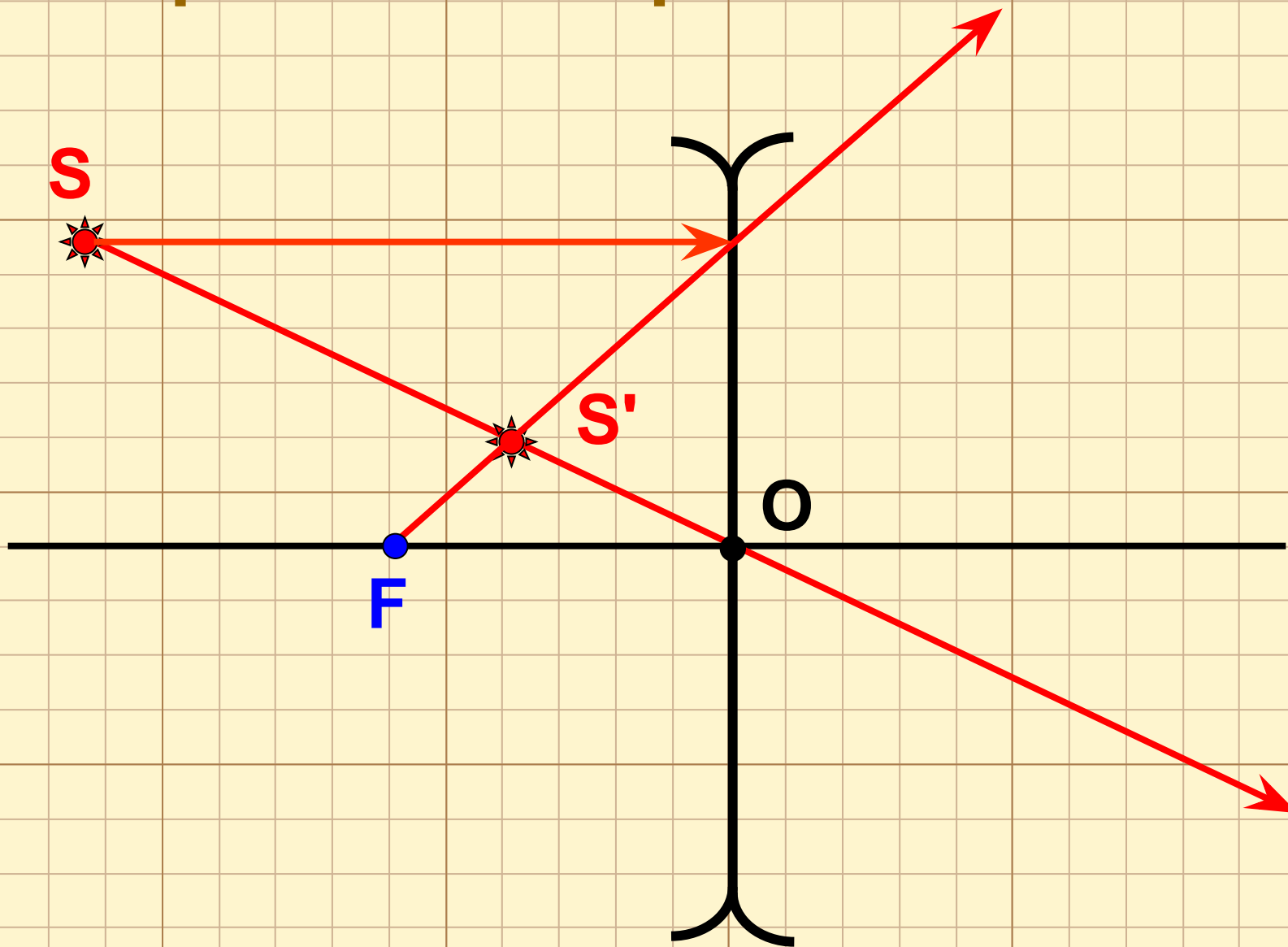
# Построение изображений в линзе

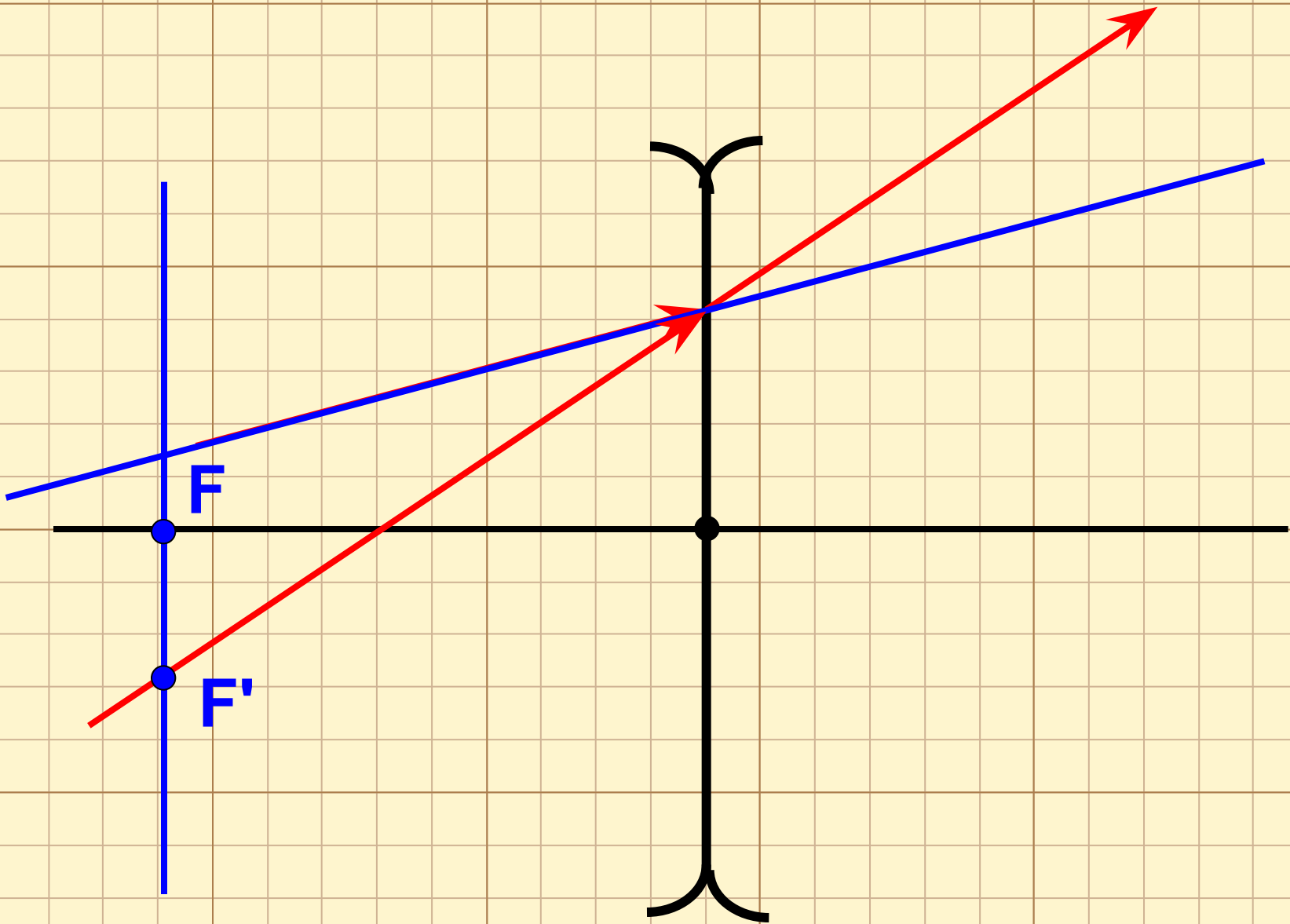


# Построение изображений в линзе

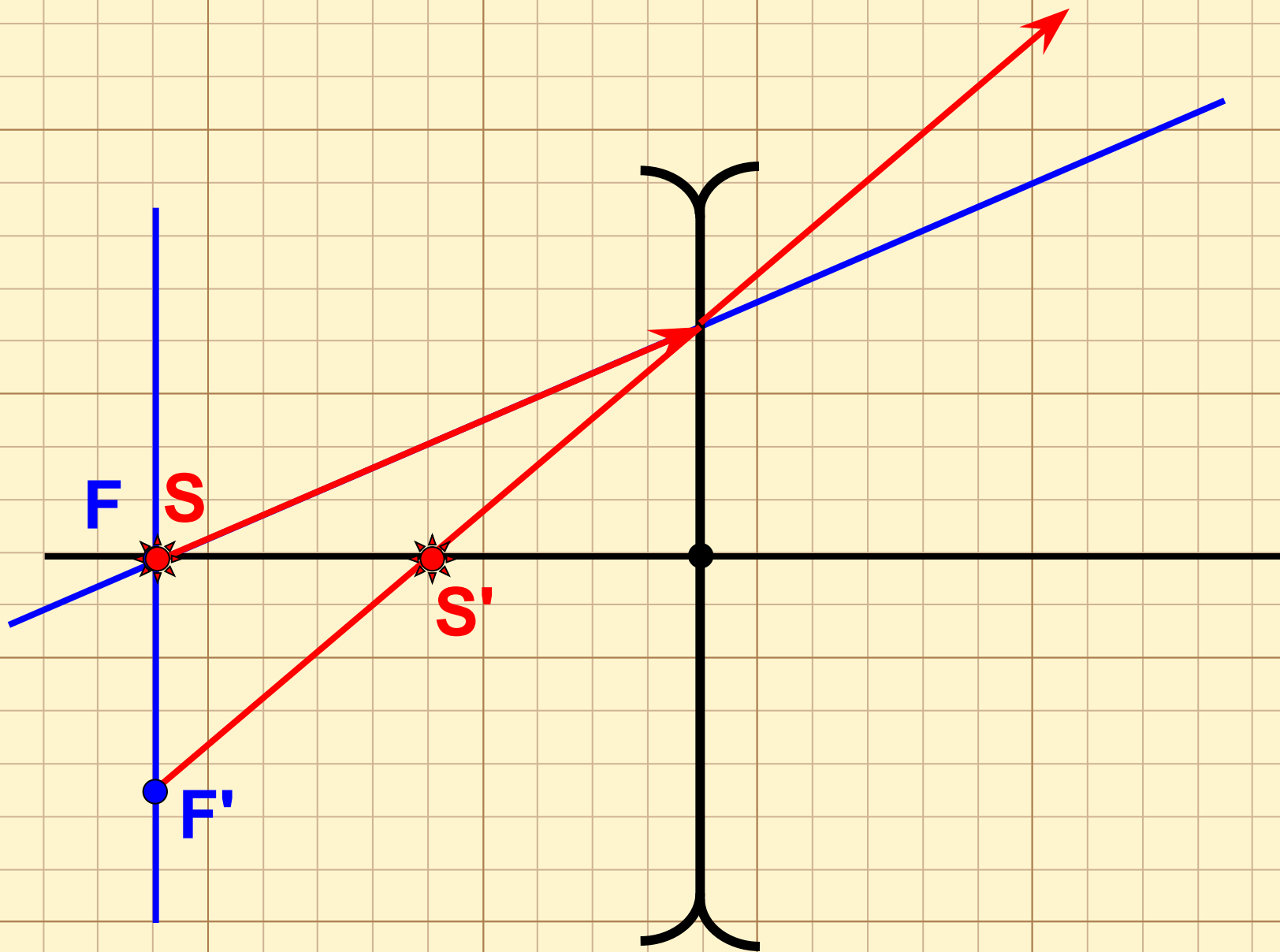


# Построение изображений в линзе



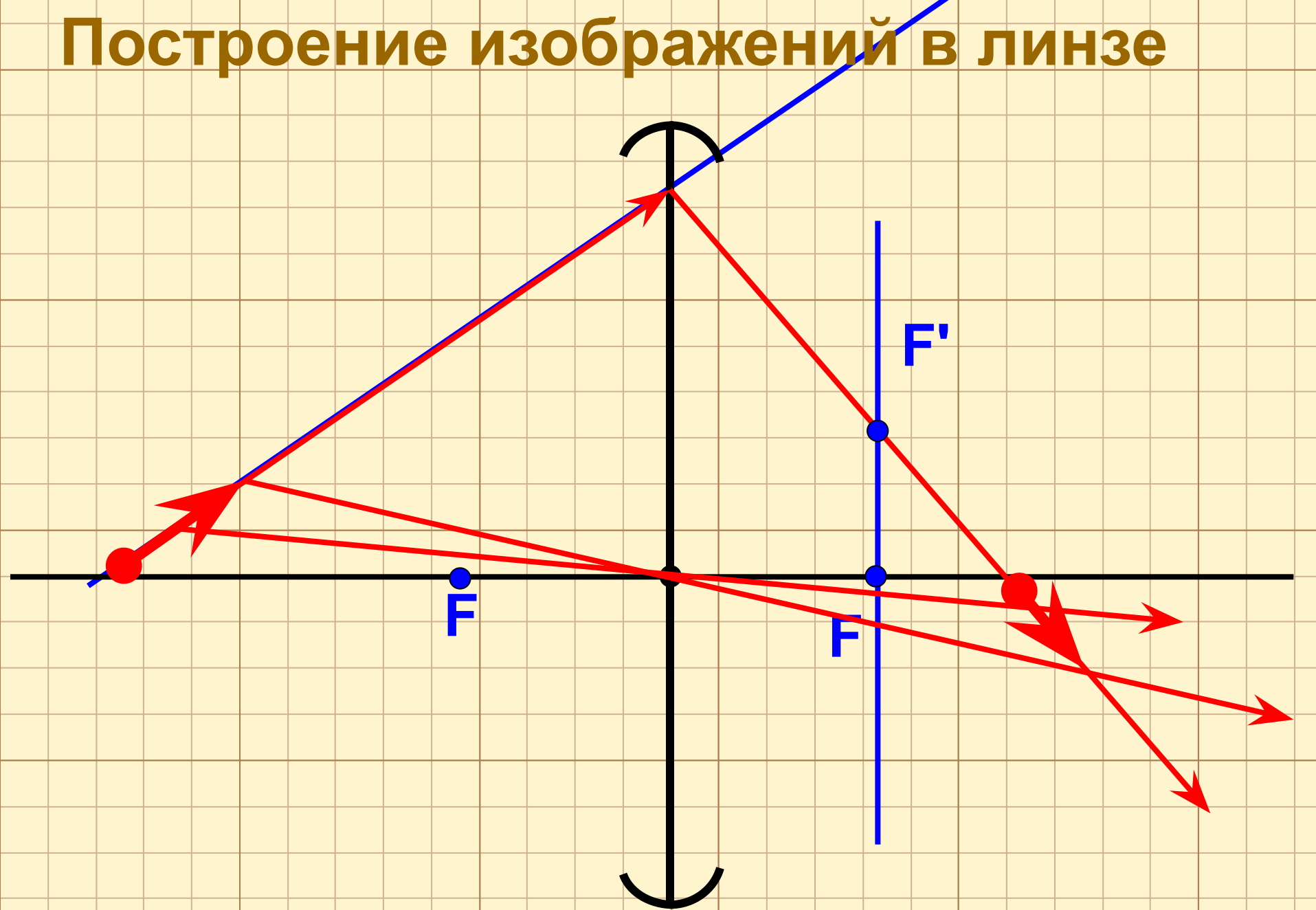


# Построение изображений в линзе

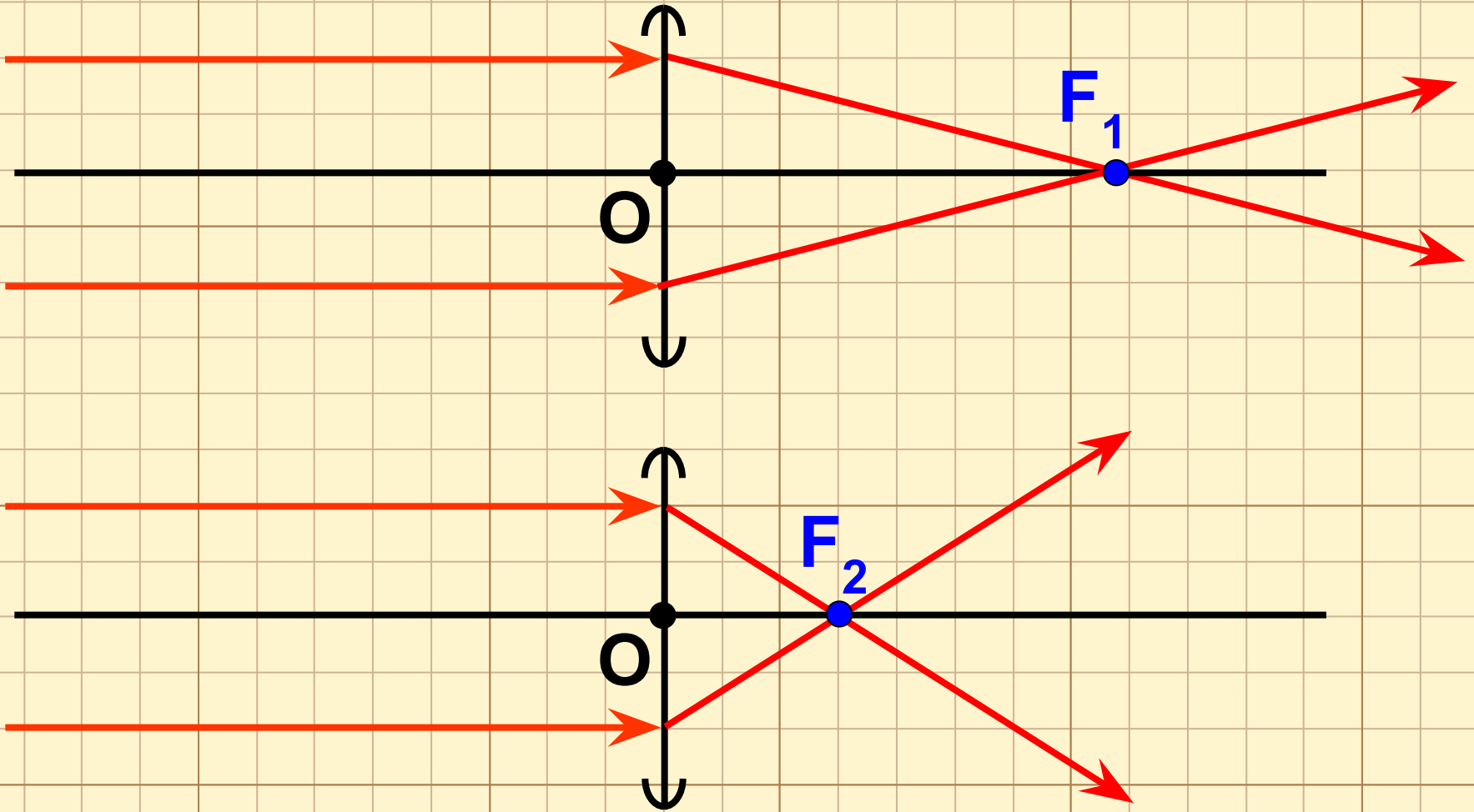




# Построение изображений в линзе



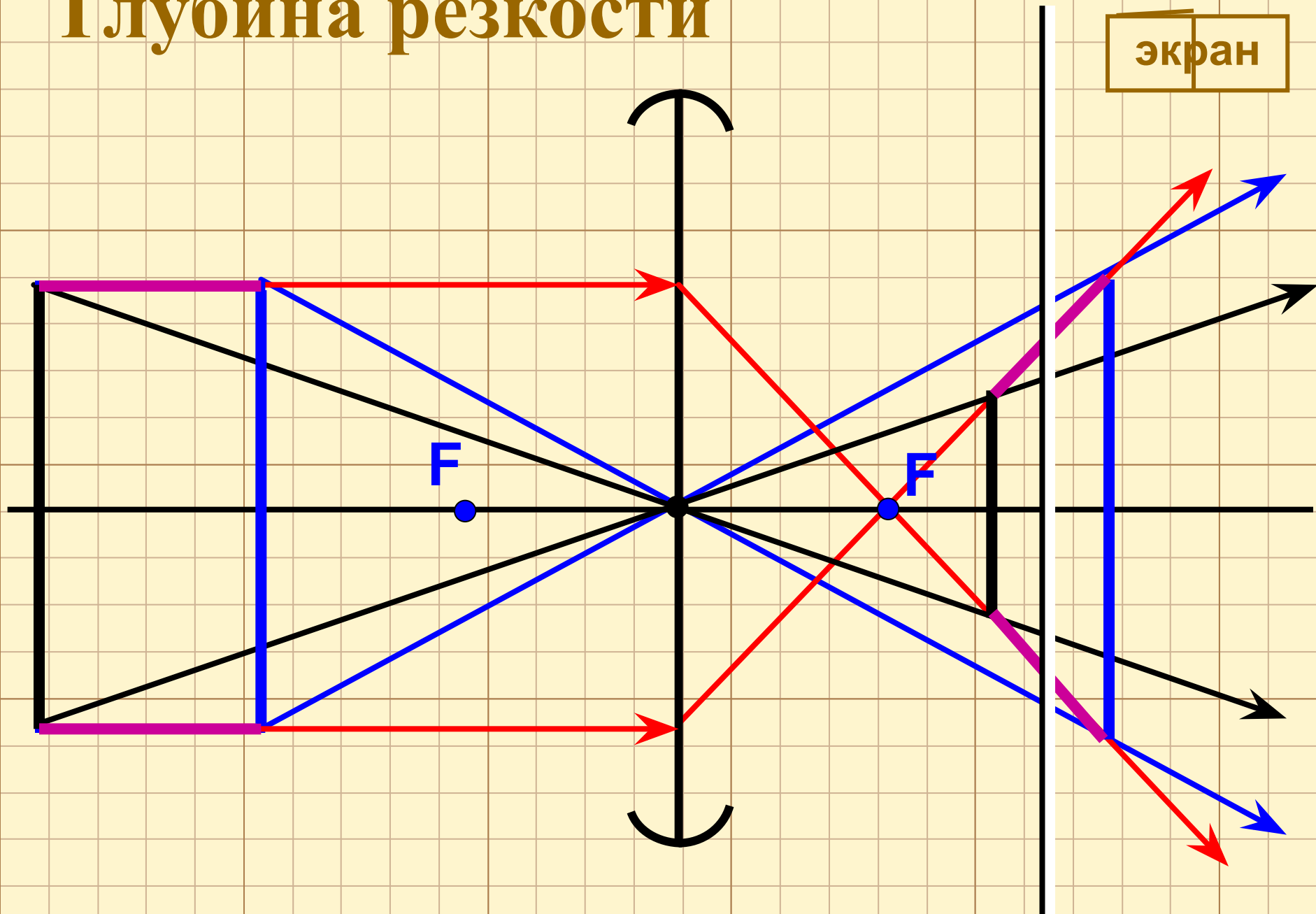
# Оптическая сила линзы (D)



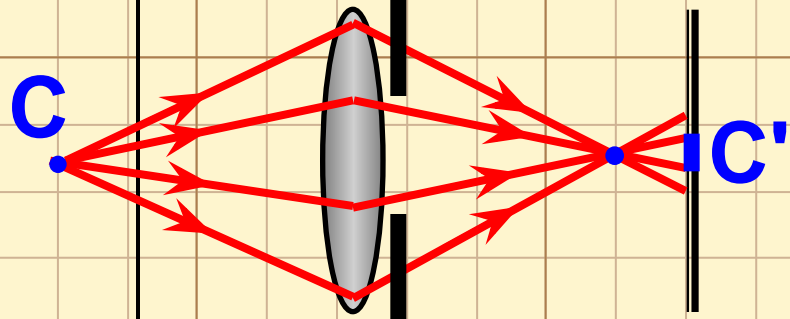
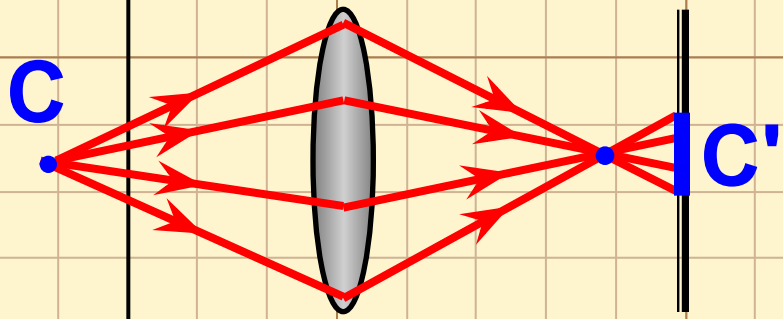
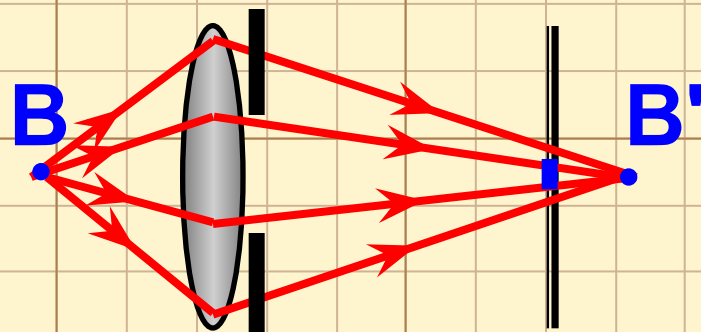
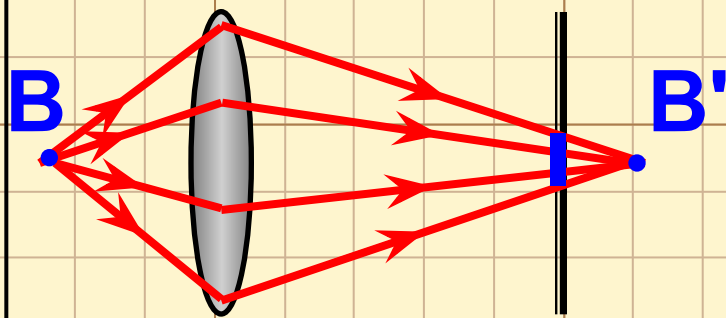
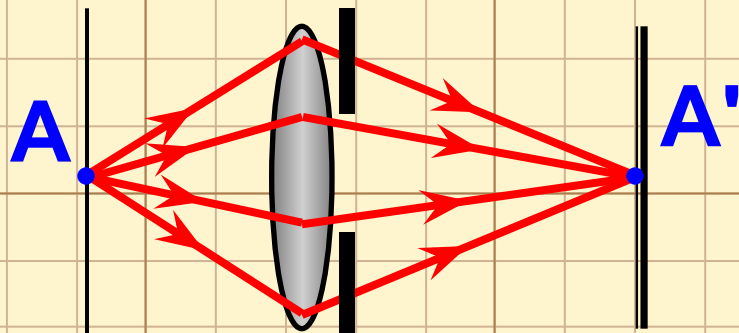
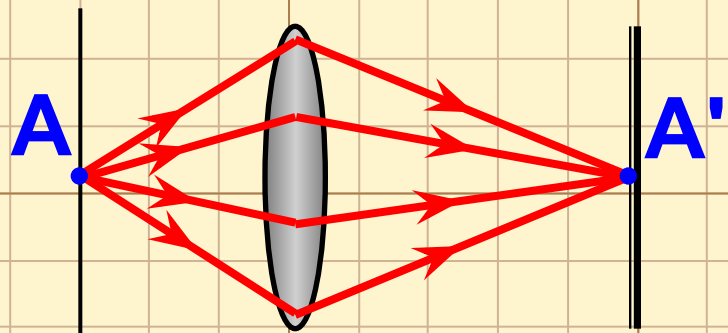
$$D = \frac{1}{F}$$

$$[D] = \frac{1}{\text{м}} = \text{дптр}$$

# Глубина резкости



# Глубина резкости



# Скорость света

Propagation of a Photon through a Medium

$$U = 2 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$



Propagation of a Photon through a Vacuum



$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

Стекло  
 $n = 1,5$

$$U = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,5} = 2 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

# Природа света

17 век

Исаак Ньютон

корпускулярная теория (свет – поток частиц)

Христиан Гюйгенс

волновая теория (свет – волна)

19 век

Джеймс Кларк Максвелл

– электромагнитная природа света

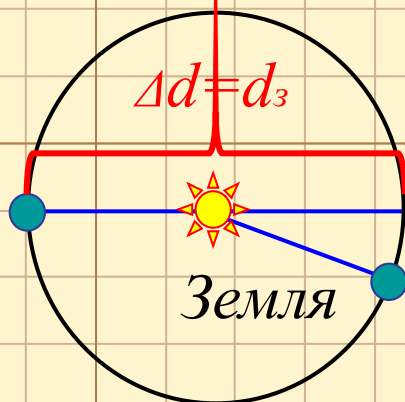
20 век

Макс Планк

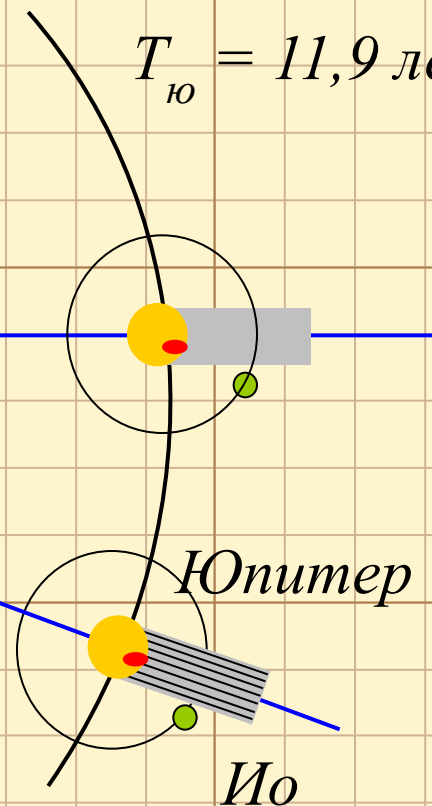
– квантовая природа света

# Скорость света (1676 Оле Рёмер)

$$T_3 = 1 \text{ год}$$



$$T_{ю} = 11,9 \text{ лет}$$

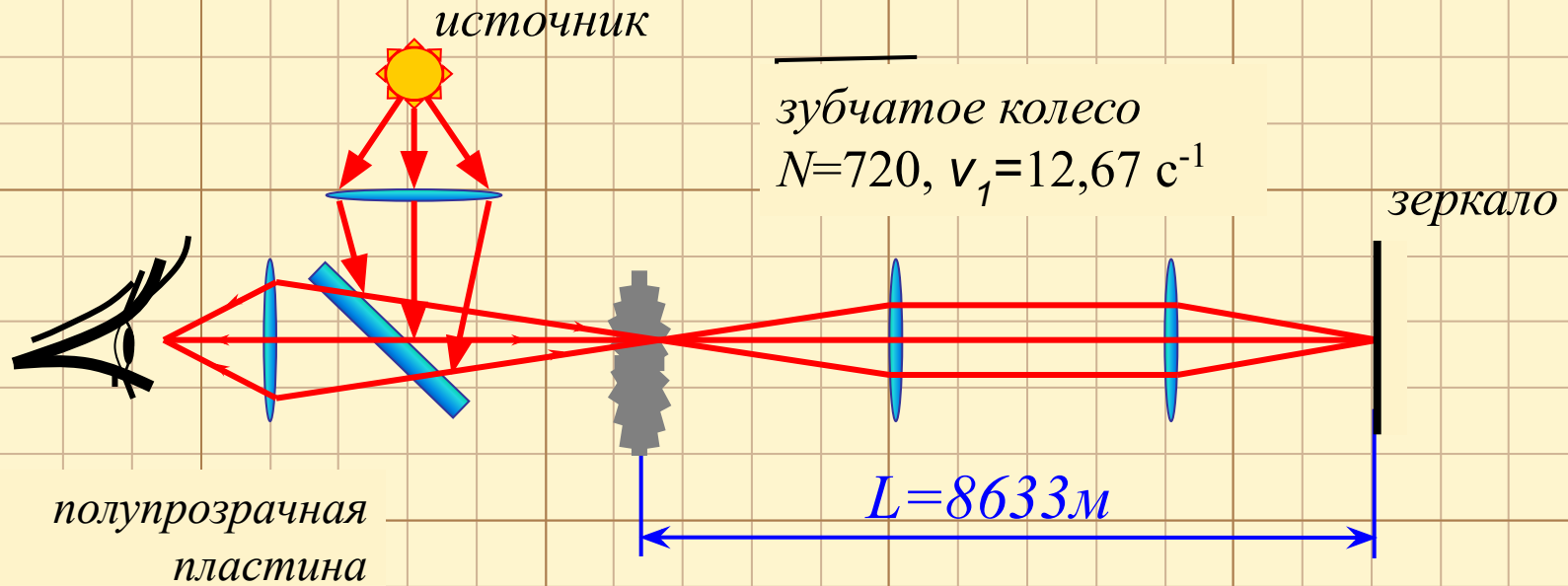


$$\Delta d = 2 \text{ a.e.} = 2 \times 1,5 \cdot 10^{11}$$

$$\Delta t = 22 = 22 \times 60$$

$$c = \frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{3 \cdot 10^{11}}{1320} = 2,15 \cdot 10^8 \text{ —}$$

# Скорость света (1849 Ипполит Физо)



$$c = \frac{2L}{t} = 4LN\nu = 4 \cdot 8633 \cdot 720 \cdot 12,67 = 3,15 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$t = \frac{T}{2N} = \frac{1}{2N\nu}$$



# Опыт Майкельсона, 1927 г.

$$C = 299\,792\,458 \pm 1,2 \text{ м/с}$$

Скорость света в вакууме не зависит от скорости движения источника света или наблюдателя и одинакова во всех инерциальных системах отсчета!

$$C_{\text{ЕГЭ}} = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

# Лабораторная работа

Измерение показателя преломления  
стекла

$$n_{np} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{AE}{CD}$$

$$n =$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta AE}{AE} + \frac{\Delta CD}{CD}$$

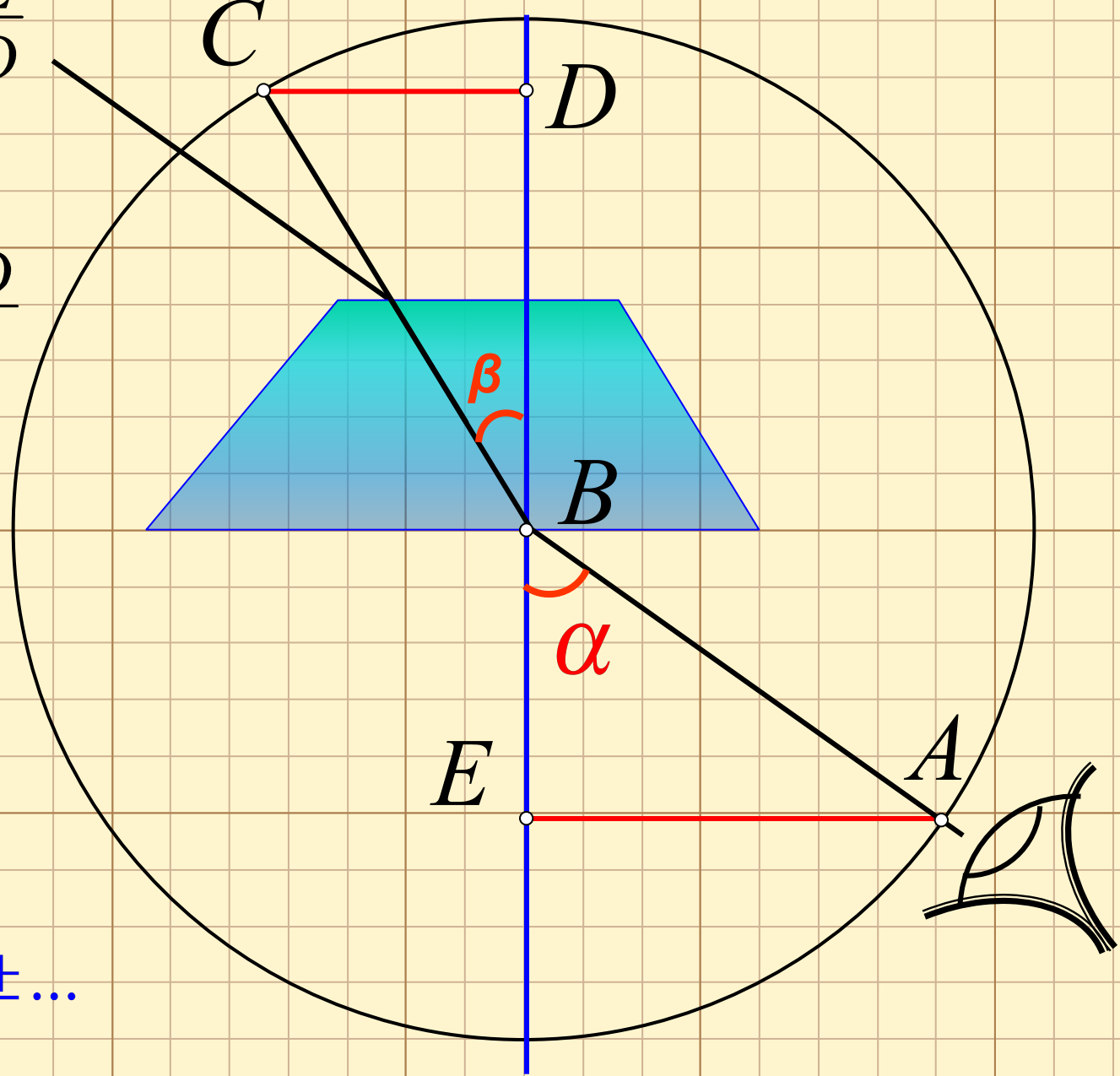
$$\varepsilon =$$

$$\Delta n = n_{np} \varepsilon$$

$$\Delta n =$$

$$n = n_{np} \pm \Delta n$$

Ответ:  $n = \dots \pm \dots$



15.123. На стеклянную трехгранную призму с преломляющим углом  $45^\circ$  падает луч света и выходит из неё под углом  $30^\circ$ . Найти угол падения луча на призму.

### Решение

1. Построение хода заданного луча внутри призмы позволяет получить  $\triangle DKE$  у которого внешний угол  $\beta$  равен сумме двух его внутренних углов

$$\beta = r_1 + \alpha_2;$$

2. Угол  $\beta$  получен пересечением двух нормалей к граням призмы, следовательно:

$$\beta = \gamma;$$

3. Таким образом, для угла  $\gamma$  можно записать уравнение

$$\gamma = r_1 + \alpha_2; \Rightarrow r_1 = \gamma - \alpha_2;$$

4. Запишем далее закон преломления для грани СВ

$$\frac{\sin \alpha_2}{\sin r_2} = \frac{1}{n}; \Rightarrow \sin \alpha_2 = \frac{\sin r_2}{n} = \frac{\sin 30^\circ}{1,5} \cong 0,333; \alpha_2 = \arcsin 0,333 \cong 19,5^\circ;$$

5. Определим далее величину угла  $r_1$

$$r_1 = 45^\circ - 19,5^\circ = 25,5^\circ;$$

6. Из закона преломления для грани AC

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin r_1} = n; \Rightarrow \alpha_1 = \arcsin(n \sin \alpha_1) \cong 40^\circ;$$

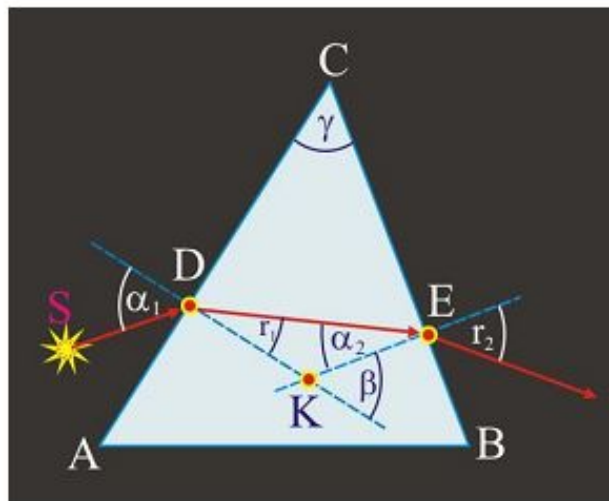


Рис. 15.123. Угол падения

**4.9.** [9–11] (1994, 11–1) Если внимательно присмотреться к своему отражению, видимому в плоском стеклянном зеркале с посеребрённой задней поверхностью, то помимо основного изображения можно увидеть ещё два дополнительных изображения меньшей яркости. Как они будут располагаться относительно основного изображения? Толщина стекла равна  $d$ , показатель преломления  $n$ .

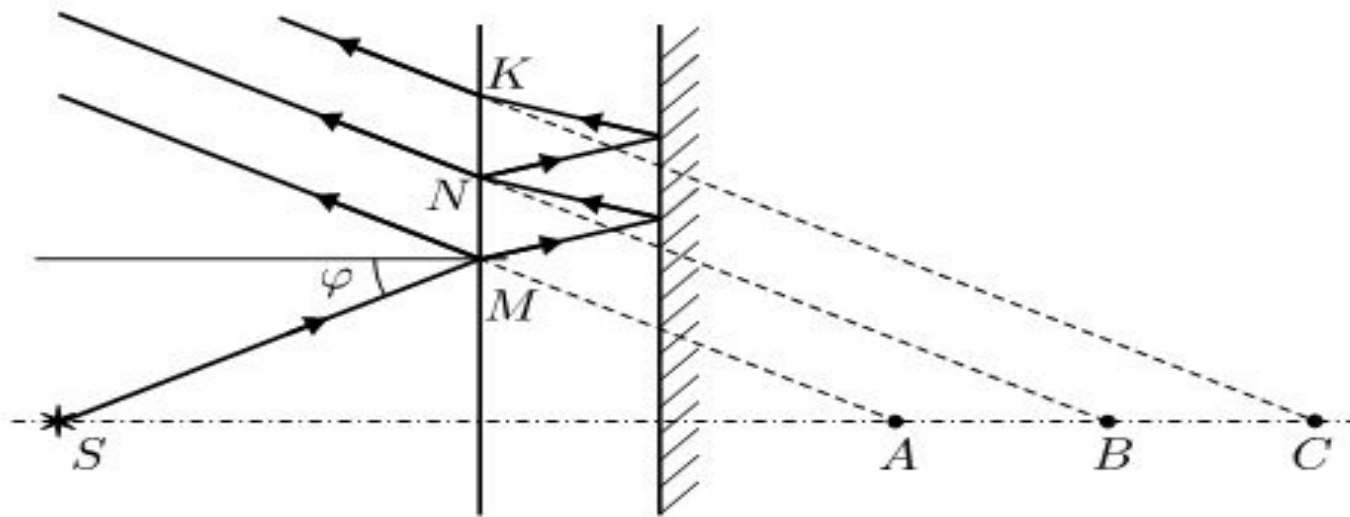


Рис. 4.9.

Определим, как будут располагаться дополнительные изображения  $A$  и  $C$  относительно основного. Пусть толщина стеклянной пластины  $d$ , показатель преломления стекла  $n$ . Если угол  $\varphi$  падения световых лучей на зеркало мал, то  $MN \approx 2\varphi d/n \approx NK$ , и  $AB = BC \approx MN/\varphi = 2d/n$ . Итак, эти дополнительные изображения будут располагаться впереди и позади основного на расстояниях  $2d/n$  от него.

15.82. Показатель преломления атмосферы некоторой планеты радиусом  $R$  изменяется с высотой над её поверхностью по закону

$$n = n_0 - \alpha h; \quad \text{при } h \gg n_0/\alpha.$$

На какой высоте тонкий пучок света, выпущенный горизонтально, будет обходить планету, оставаясь, всё время на этой высоте?

### Решение

1. Выделим два луча, находящиеся на расстояниях  $r_1$  и  $r_2$  от центра планеты. Время их одного полного оборота должно быть одинаковым, потому что векторы скоростей световых волн всегда перпендикулярны волновым фронтам

$$\tau_1 = \tau_2; \quad \Rightarrow \quad \frac{2\pi r_1}{v_1} = \frac{2\pi r_2}{v_2}; \quad \frac{r_1}{v_1} = \frac{r_2}{v_2};$$

2. Выразим скорости распространения света в атмосфере через скорость света в вакууме  $c$  и соответствующие коэффициенты преломления

$$v_1 = \frac{c}{n_1}; \quad v_2 = \frac{c}{n_2}; \quad \Rightarrow \quad r_1 n_1 = r_2 n_2;$$

3. Введём следующие обозначения

$$r_1 = R + h; \quad r_2 = R + h + \Delta h; \quad n = n_0 - \alpha h;$$

4. Образует систему уравнений

$$\left. \begin{array}{l} r_1 n_1 = r_2 n_2; \\ r_1 = R + h; \\ r_2 = R + h + \Delta h; \\ n = n_0 - \alpha h; \end{array} \right\} \quad \text{при } \Delta h \ll h \quad h = \frac{1}{2} \left( \frac{n_0}{\alpha} - R \right);$$



**4.18\***. [11] (1997, 11–2) В веществе, показатель преломления которого монотонно зависит от одной из декартовых координат, луч света может распространяться по дуге окружности. Найдите вид зависимости показателя преломления от этой координаты.

**4.18\***. Выберем начало координат в центре окружности радиуса  $R$ , по дуге которой распространяется луч света. Пусть показатель преломления монотонно изменяется вдоль оси  $Z$ .

Разобьём среду на множество тонких слоёв, перпендикулярных оси  $Z$ , как показано горизонтальными пунктирными линиями на рисунке 4.18. В пределах каждого из слоёв показатель преломления можно считать неизменным. Пусть  $\varphi$  — угол между осью  $Z$  и касательной к лучу в некоторой точке. Тогда, как следует из построения на рисунке,  $\varphi$  является также углом падения луча на слой с координатой  $z$ . В соответствии с законом преломления  $n(z) \sin \varphi = \text{const}$ . Так как  $\sin \varphi = z/R$ , то

$$n(z) = \frac{\text{const}}{\sin \varphi} = \frac{R \cdot \text{const}}{z} = \frac{\alpha}{z},$$

где  $\alpha$  — постоянный коэффициент. Таким образом, для того, чтобы луч света мог распространяться в среде по дуге окружности, показатель преломления должен убывать обратно пропорционально координате  $z$ , отсчитываемой от центра этой окружности.

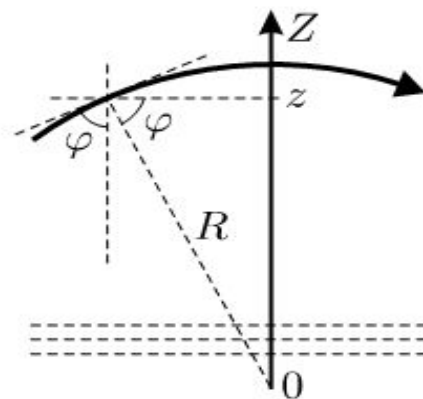


Рис. 4.18.

Изобразим на рисунке 4.19 сечение пластины плоскостью, в которой лежит указанная ось симметрии. Обозначим расстояние от плоской поверхности пластины до фокуса через  $L$  и рассмотрим произвольный луч из пучка, упавший на плоскую поверхность пластины на расстоянии  $x$  от начала координат. Тогда оптическая длина пути для этого луча равна

$$l = ny + \sqrt{x^2 + (L - y)^2} = \text{const},$$

так как все лучи независимо от точки падения должны иметь одинаковую оптическую длину. Это условие представляет собой записанное в неявном виде искомое уравнение функции  $y(x)$ , определяющей форму правой поверхности пластины.

Для малых отклонений  $x$  падающих лучей от оси симметрии (при  $x \ll (L - y)$ ) полученное уравнение можно преобразовать. Вынесем из под знака корня величину  $(L - y)$  и применим приближённую формулу  $\sqrt{1 + z} \approx 1 + (z/2)$ . В результате получим:

$$y(n - 1) + L + \frac{x^2}{2(L - y)} \approx \text{const}.$$

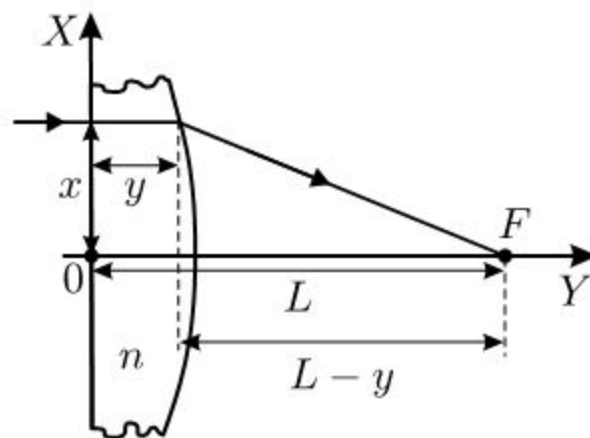


Рис. 4.19.



Для удобства представления этого результата найдём максимальную толщину пластины  $y_0$ . Для этого положим в полученном уравнении  $x = 0$ . Тогда  $y_0 = (\text{const} - L)/(n - 1)$  и

$$y \approx y_0 - \frac{x^2}{2(n - 1)(L - y_0)}.$$

При записи последнего уравнения мы учли, что вблизи оси симметрии пластины  $L - y \approx L - y_0$ . Полученное уравнение при  $x \ll (L - y)$  представляет собой уравнение сферы радиусом  $R = (L - y_0)(n - 1)$ . Отметим, что так как  $L - y_0 = F$  (где  $F$  — фокусное расстояние), то  $R = F(n - 1)$ , что совпадает с известным результатом для радиуса кривизны поверхности линзы.

15.79. Тонкий пучок света, проходящий через центр стеклянного шара радиусом  $R$ , фокусируется на расстоянии  $2R$  от его центра. Найти показатель преломления стекла.

### Решение

1. Запишем соотношения между углами

$$\alpha = 2\gamma;$$

$$\alpha + \gamma = 2\beta;$$

2. Ввиду малости углов синусы углов можно в первом приближении заменить углами и закон преломления записать следующим образом

$$\frac{\alpha}{\beta} = n; \Rightarrow n = \frac{2\gamma}{2\gamma + \gamma} = \frac{4}{3} \cong 1,33;$$

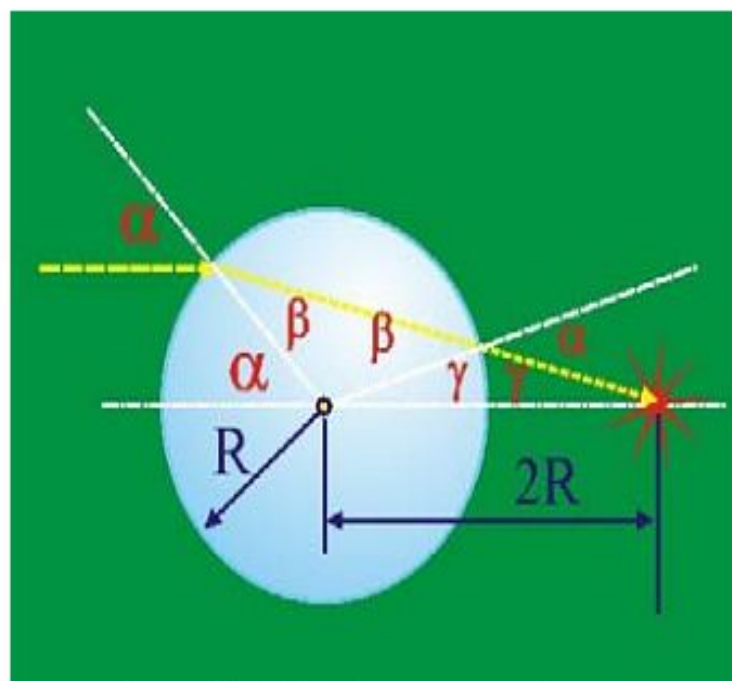


Рис. 15.79. Стеклянный шар

15.133. Два параллельных луча, расстояние между которыми равно радиусу  $R$  круглого прямоугольного прозрачного цилиндра, падают на боковую поверхность этого цилиндра. Лучи параллельны основанию цилиндра. Определить величину показателя преломления материала цилиндра  $n$ , при котором лучи пересекаются на его поверхности.

### Решение

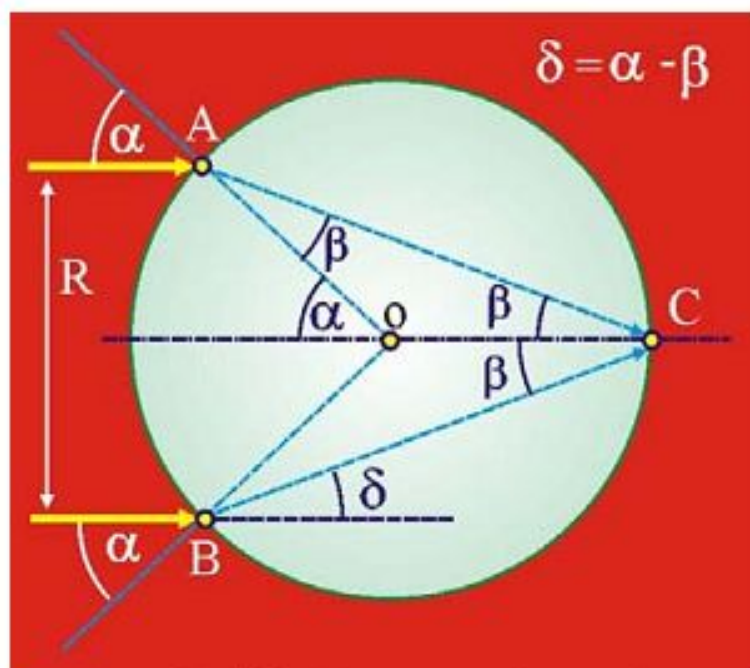


Рис. 15.133. Прозрачный цилиндр

1. Если расстояние между падающими лучами равно радиусу цилиндра, то угол падения будет равен  $\alpha = 30^\circ$ .

2. При пересечении лучей в точке  $C$  на диаметрально противоположной стороне цилиндра

$$\beta = \frac{\alpha}{2} = 15^\circ;$$

3. Запишем закон преломления

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n; \quad \Rightarrow \quad n = \frac{\sin 30^\circ}{\sin 15^\circ} \cong 1,92;$$

15.139. Тонкий пучок света, падающий на полушарие из стекла с показателем преломления  $n$  перпендикулярно его плоской грани, собирается на расстоянии  $S$  от выпуклой поверхности. На каком расстоянии  $S_1$  от плоской поверхности полушария соберутся лучи, если пучок света пустить с обратной стороны?

### Решение

1. При падении луча на плоскую грань полушары луч преломившись на границе раздела, попадёт в точку  $B$ . Так как по условию луч тонкий, то

$$\beta \approx \tau = n\alpha;$$

2. Из геометрических соображений при условии малости углов

$$AC = OA\beta = BC(\alpha - \beta),$$

откуда:

$$BC = S \approx \frac{r}{n-1};$$

3. При распространении света в обратном направлении  $\beta \approx \alpha n$  и  $\gamma \approx (\alpha - \beta)n$ , поэтому искомое расстояние можно записать уравнением:

$$S_1 = OE \approx \frac{OD}{\gamma} \approx \frac{OC[\alpha - (\alpha - \beta)]}{n(\alpha - \beta)} \approx \frac{r}{n(n-1)} = \frac{S}{n};$$

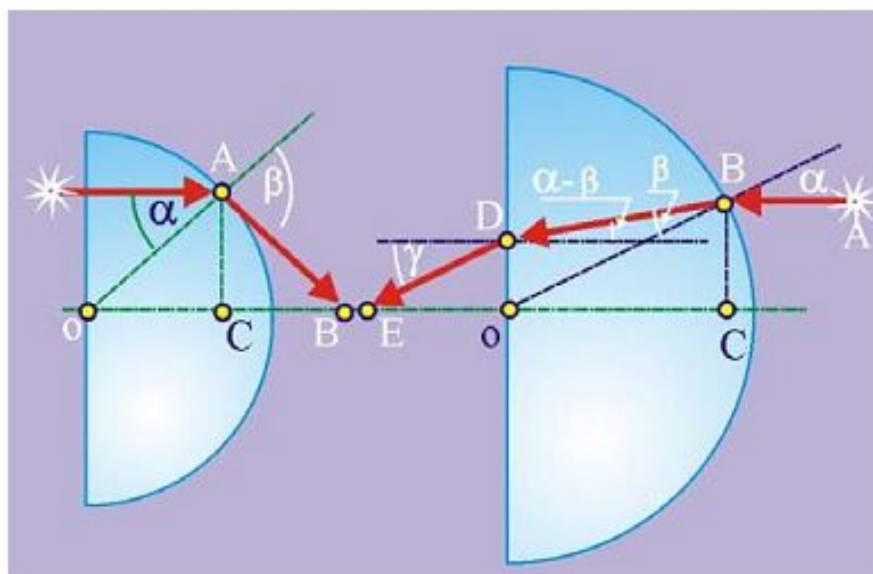


Рис. 15.139. Свет в стеклянном полушарии