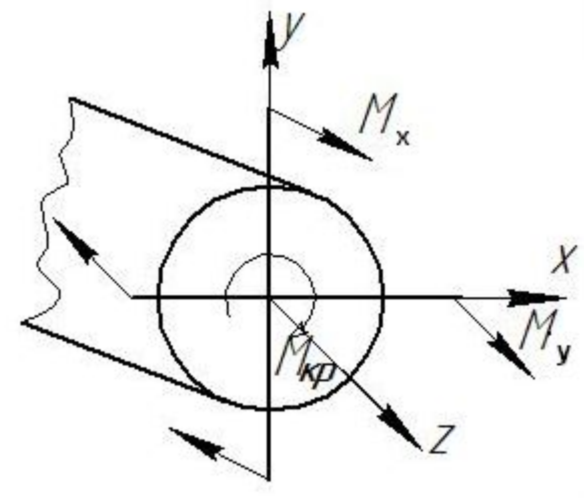
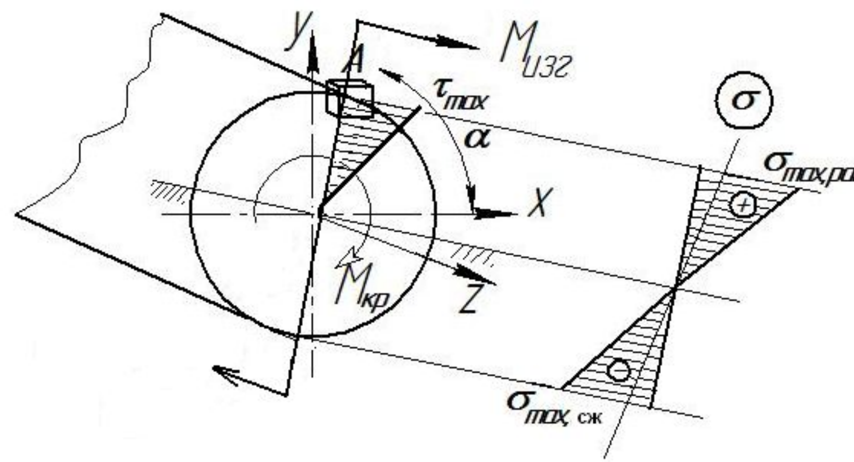
1. Совместное действие изгиба и кручения на брус круглого поперечного сечения. Расчет валов.

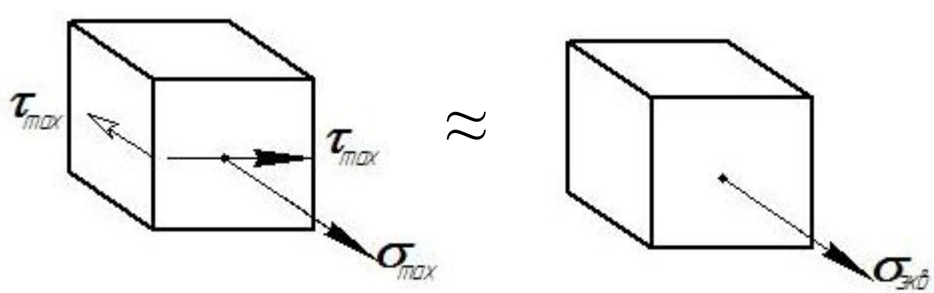
$$M_{изг} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2};$$

$$tg\alpha = \frac{M_x}{M_y}$$





Напряженное состояние опасной т. А.



$$\sigma_{\max} = \frac{M_{изг}}{W_x} = \frac{M_{изг}}{0{,}1d^3}$$

$$\tau_{\max} = \frac{M_{кр}}{W_p} = \frac{M_{кр}}{0{,}2d^3}$$

$W_p = 2W_x$ для круглых тел.

<u>Определение эквивалентных напряжений</u>

$$\underline{\underline{\sigma_{экв}^{III}=?}}\qquad \sigma_{экв}^{III}=\sqrt{\sigma^2+4\tau^2}=\sqrt{\left(\frac{M_{изг}}{0{,}1d^3}\right)^2+4\left(\frac{M_{кр}}{0{,}2d^3}\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{M_{изг}}{0{,}1d^3}\right)^2+4\left(\frac{M_{кр}}{2\cdot 0{,}1d^3}\right)^2}=$$

$$=\frac{\sqrt{M_{изг}^2+M_{кр}^2}}{0{,}1d^3}=\frac{\sqrt{M_x^2+M_y^2+M_{кр}^2}}{0{,}1d^3}=\frac{M_{экв}^{III}}{0{,}1d^3};\qquad M_{экв}^{III}=\sqrt{M_x^2+M_y^2+M_{кр}^2}.$$

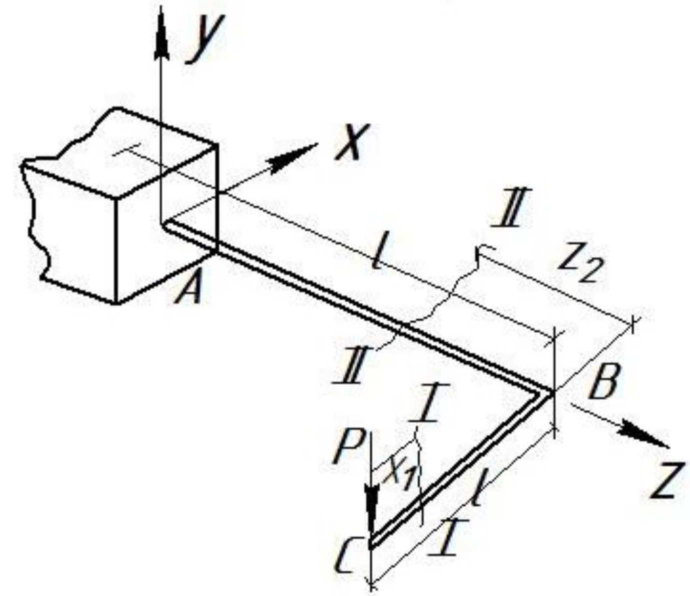
$$\boxed{\sigma_{экв}^{III}=\frac{M_{экв}^{III}}{0{,}1d^3}\le[\sigma]}\ \text{откуда}\qquad \boxed{d\ge\sqrt[3]{\frac{M_{экв}^{III}}{0{,}1\cdot[\sigma]}}=\sqrt[3]{\frac{\sqrt{M_{кр}^2+M_y^2+M^2}}{0{,}1\cdot[\sigma]}}}$$

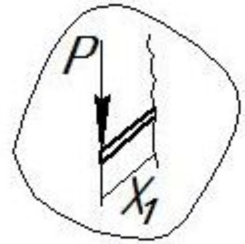
$$\underline{\underline{\sigma_{экв}^{IV}=?}}\qquad \sigma_{экв}^{IV}=\sqrt{\sigma^2+3\tau^2}=\sqrt{\left(\frac{M_{изг}}{0{,}1d^3}\right)^2+3\left(\frac{M_{кр}}{0{,}2d^3}\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{M_{изг}}{0{,}1d^3}\right)^2+3\left(\frac{M_{кр}}{2\cdot 0{,}1d^3}\right)^2}=$$

$$=\frac{\sqrt{M_{изг}^2+0{,}75M_{кр}^2}}{0{,}1d^3}=\frac{\sqrt{M_x^2+M_y^2+0{,}75M_{кр}^2}}{0{,}1d^3}=\frac{M_{экв}^{IV}}{0{,}1d^3};\qquad M_{экв}^{IV}=\sqrt{M_{кр}^2+M_y^2+0{,}75M^2}.$$

$$\boxed{\sigma_{экв}^{IV}=\frac{M_{экв}^{IV}}{0{,}1d^3}\le[\sigma]}\ \text{откуда}\qquad \boxed{d\ge\sqrt[3]{\frac{M_{экв}^{IV}}{0{,}1\cdot[\sigma]}}=\sqrt[3]{\frac{\sqrt{M_{кр}^2+M_y^2+0{,}75M^2}}{0{,}1\cdot[\sigma]}}}$$

2. Статически определимые плоско-пространственные рамы.





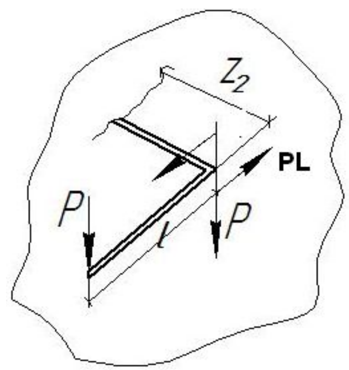
Сечение I-I $\qquad 0 \le x_1 \le l$

$M_{кр} = 0$

$M_{изг} = P \cdot x_1$ (сжатое волокно внизу)

$1.\ x_1 = 0 \qquad M_{изг} = 0$

$2.\ x_1 = l \qquad M_{изг} = P \cdot l$



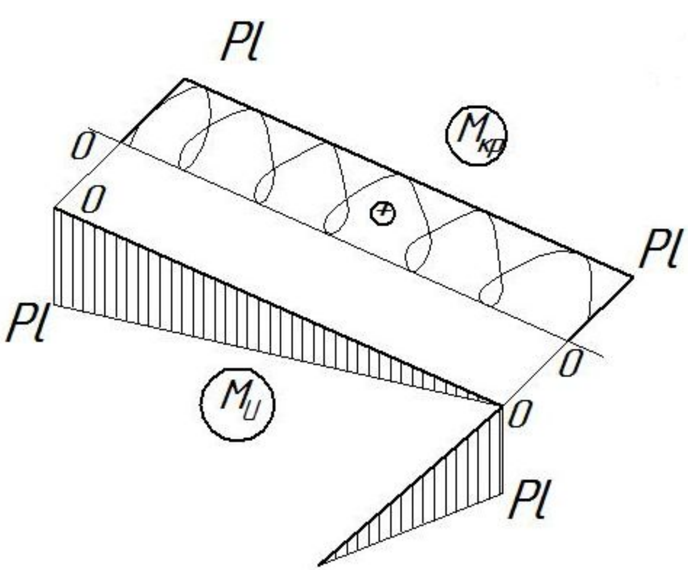
Сечение II-II $\qquad 0 \le z_2 \le l$

$M_{кр} = P \cdot l$ (const)

$M_{изг} = P \cdot z_2$ (нижнее)

$1.\ z_2 = 0 \qquad M_{изг} = 0$

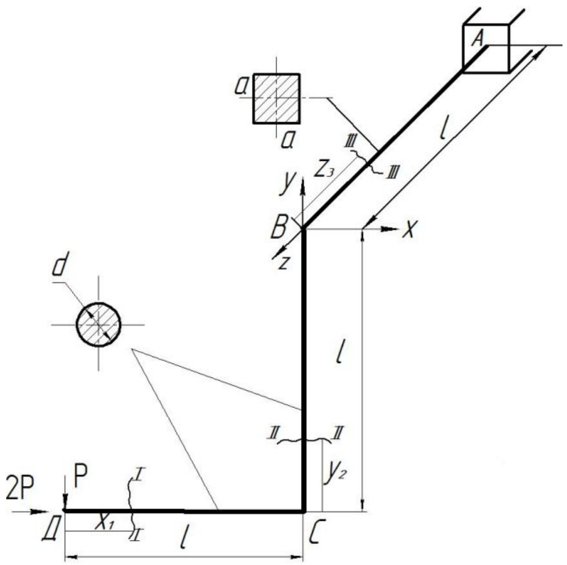
$2.\ z_2 = l \qquad M_{изг} = P \cdot l$



Сечение “А”-опасное сечение: $M_{кр} = P \cdot l \quad M_u = P \cdot l$

$$\sigma_{экв}^{III} = \frac{\sqrt{M_u^2 + M_{кр}^2}}{0{,}1d^3} = \frac{\sqrt{(Pl)^2 + (Pl)^2}}{0{,}1d^3} = \frac{Pl\sqrt{2}}{0{,}1d^3};\ \sigma_{экв}^{III} \le [\sigma].$$

4. Расчет пространственного ломаного бруса.



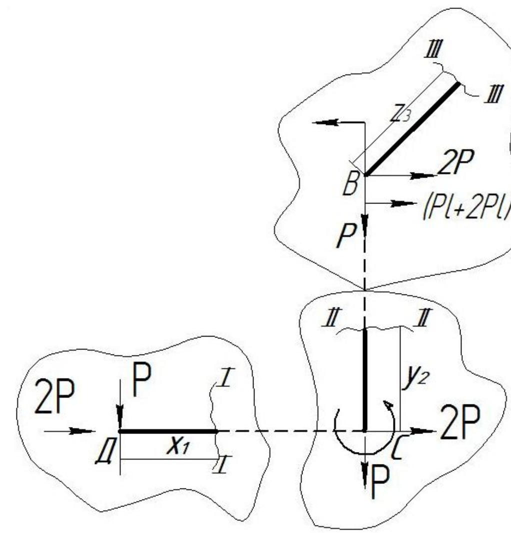
Дано:

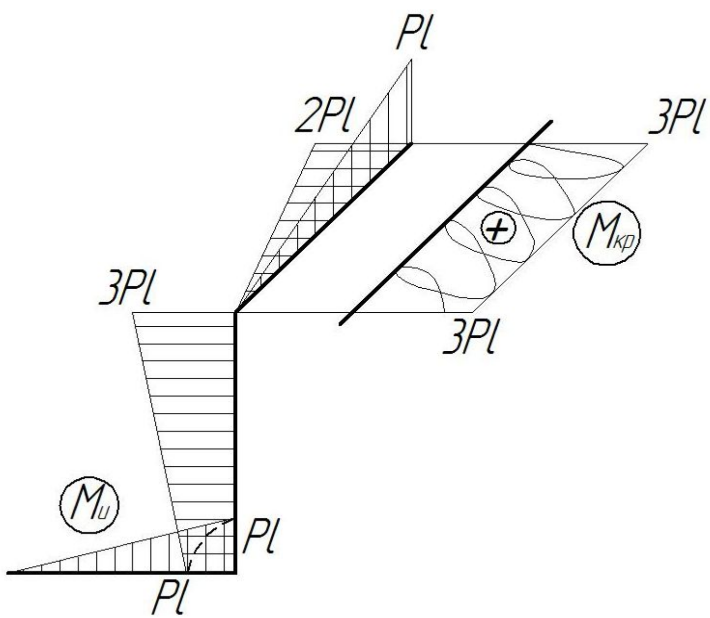
$p = 1$ кн

$l = 0.5$ м

$\sigma_{Т.Р.} = \sigma_{Т.С.} = 200$ МПа

Определить размеры поперечных сечений бруса, используя III теорию прочности.





Участок ДС: $M_{кр} = 0 \qquad M_u = P \cdot x_1$

$0 \le x_1 \le l$

Участок ВС: $M_{кр} = 0 \qquad M_u = Pl + 2P \cdot y_2$

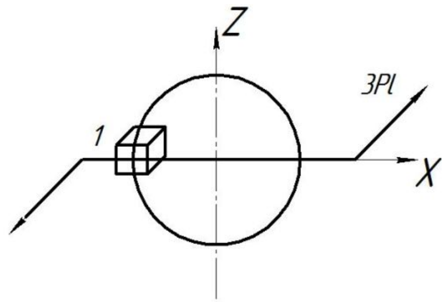
$0 \le y_2 \le l$

Участок АВ: $M_{кр} = Pl + 2Pl = 3Pl$

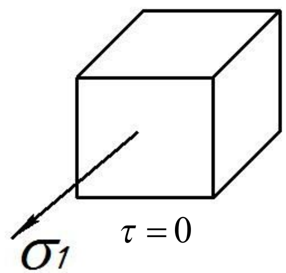
$0 \le z_3 \le l$ $\qquad M_u^V = P \cdot z_3$

$M_u^Г = 2P \cdot z_3$

Сечение «В»



$$W_{изг} = W = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0{,}1d^3$$

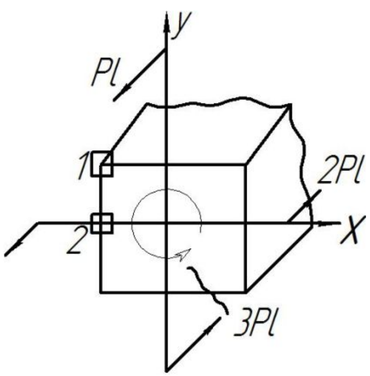


$$\sigma_1 = \sigma^{III}_{экв} \qquad \sigma_1 = \frac{M_{изг}}{W_x} = \frac{3Pl}{0{,}1d^3} = \frac{\sigma_{T.P.}}{n_T} = [\sigma];$$

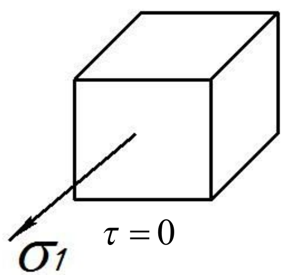
Откуда:

$$d = \sqrt[3]{\frac{3Pln_T}{0{,}1 \cdot \sigma_{T.P}}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 1000 \cdot 0{,}5 \cdot 2}{0{,}1 \cdot 200 \cdot 10^6}} = 5{,}3 \cdot 10^{-2}\ \text{м} = 5{,}3\ \text{см}$$

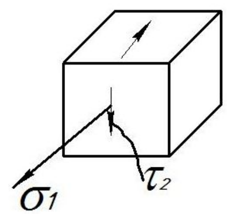
Сечение «А»



точка 1



точка 2



$$\sigma^{III}_{1(экв)} = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} = \frac{Pl}{\frac{a^3}{6}} + \frac{2Pl}{\frac{a^3}{6}} = \frac{18Pl}{a^3}$$

где $W_x = W_y = \frac{J_x}{y_{\max}} = \frac{a^4 \cdot 2}{12 \cdot a} = \frac{a^3}{6}$

$$G_2 = \frac{M_y}{W_y} = \frac{2Pl}{\frac{a^3}{6}} = \frac{12Pl}{a^3} \qquad \tau_2 = \frac{M_{KP}}{W_{KP}} = \frac{3Pl}{\alpha \cdot a^3} = \frac{3Pl}{0{,}208a^3}$$

($\alpha = 0{,}208$ из таблиц)

$$\sigma^{\text{III}}_{2(экв)} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \sqrt{\left(\frac{12Pl}{a^3}\right)^2 + 4\left(\frac{3Pl}{0{,}208a^3}\right)^2} = \frac{31{,}2Pl}{a^3}$$

Получим: $\boxed{\sigma^{\text{III}}_{2(экв)} > \sigma^{\text{III}}_{1(экв)}}$ $\quad \sigma^{\text{III}}_{2(экв)} \le \frac{\sigma_{T.P}}{n_T} \quad \frac{31{,}2Pl}{a^3} \le \frac{\sigma_{T.P}}{n_T}$

Откуда $a \ge \sqrt[3]{\frac{31{,}2 \cdot 1000 \cdot 0{,}5 \cdot 2}{200 \cdot 10^6}} = 5{,}4 \cdot 10^{-2}\ \text{м} = 5{,}4\ \text{см}$