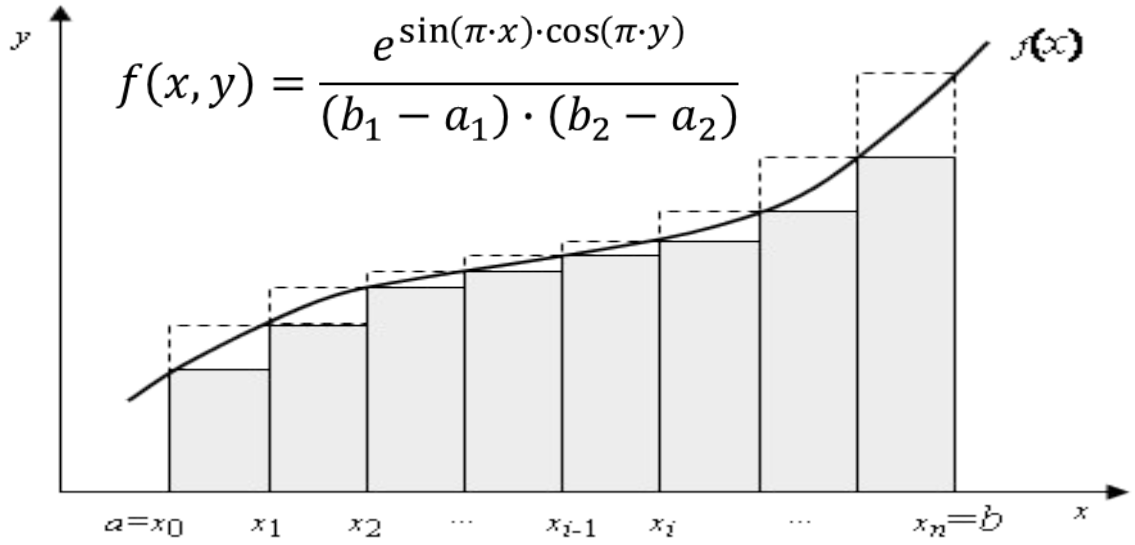
Примеры использования OpenMP

ВЫЧИСЛЕНИЕ ОПРЕДЕЛЕННОГО ИНТЕГРАЛА

Метод прямоугольников

$$f(x,y) = \frac{e^{\sin(\pi \cdot x) \cdot \cos(\pi \cdot y)}}{(b_1 - a_1) \cdot (b_2 - a_2)}$$



$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{n}(y_0 + y_1 + \ldots + y_{n-1}) = \frac{b-a}{n}\sum_{i=0}^{n-1} f(x_i)$$

$$\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{n}(y_1 + y_2 + \ldots + y_n) = \frac{b-a}{n}\sum_{i=1}^{n} f(x_i)$$

Последовательность выполнения

- Последовательная версия.
  - Базовая реализация алгоритма интегрирования
  - Эффект применения компилятора
  - Использование предварительных вычислений сложных функций
  - Алгоритмическая оптимизация
- Параллельная версия.
  - Варианты распараллеливание базового алгоритма
  - Распараллеливание оптимизированного алгоритма

Базовый алгоритм

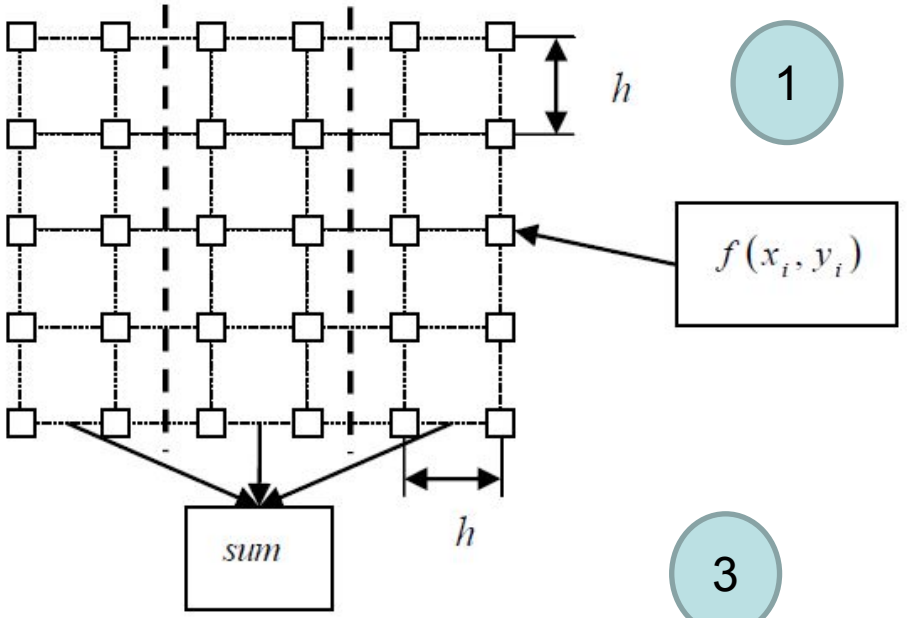
- Должен содержать код, несколько раз запускающий тестируемую реализацию алгоритма вычислений.
- Должен вычислять минимальное, максимальное и среднее времена ее работы.
- Должен представлять результаты вычислений.
- Параметры вычислений задаются в программе.
- Провести анализ использования разных режимов компиляции.

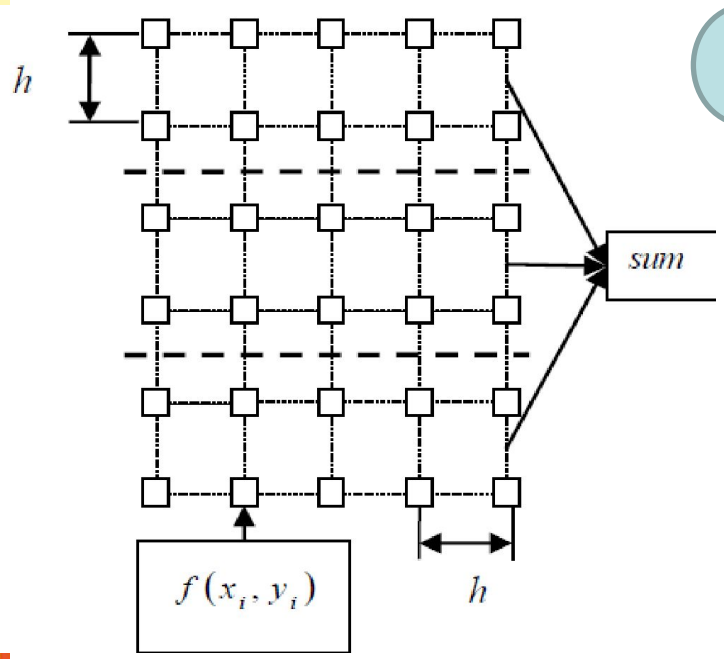
Распараллеливание базового алгоритма

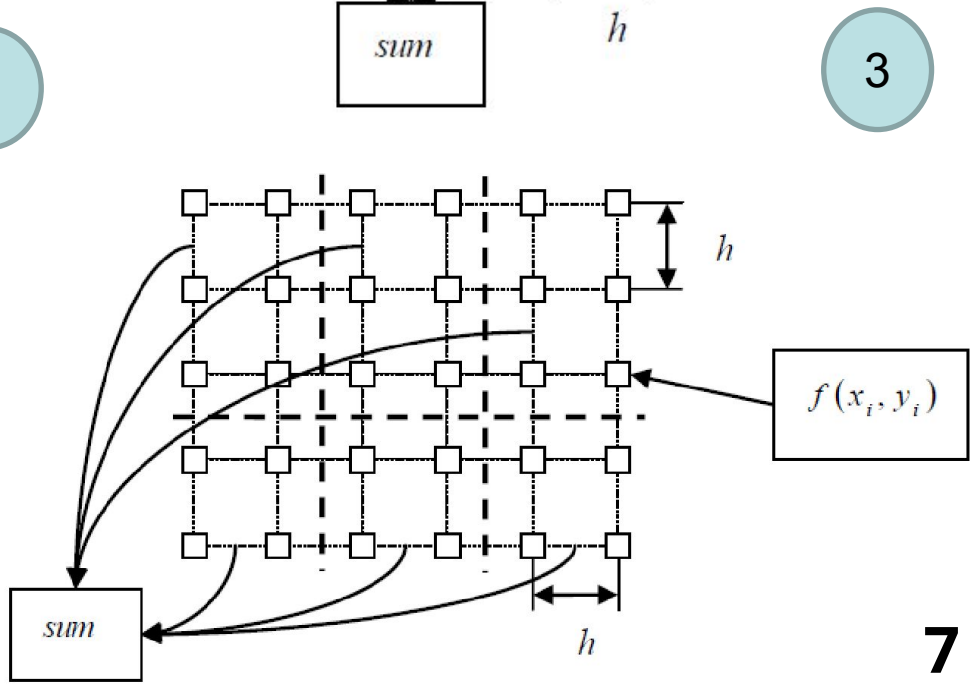
- Геометрическая декомпозиция данных (разделение данных на части и применение к ним одного и того же алгоритма).
- Локализация данных.
- Анализ результатов (гонка данных).

Геометрическая декомпозиция данных

1. По столбцам
2. По строкам
3. Блочно







Оптимизация базового алгоритма

- Предварительное вычисление сложных математических функций (sin, cos, exp и др.).
- Алгоритмическая оптимизация (исключение многократного вычисления одних и тех же данных, предварительные расчеты).
- Буферизация.

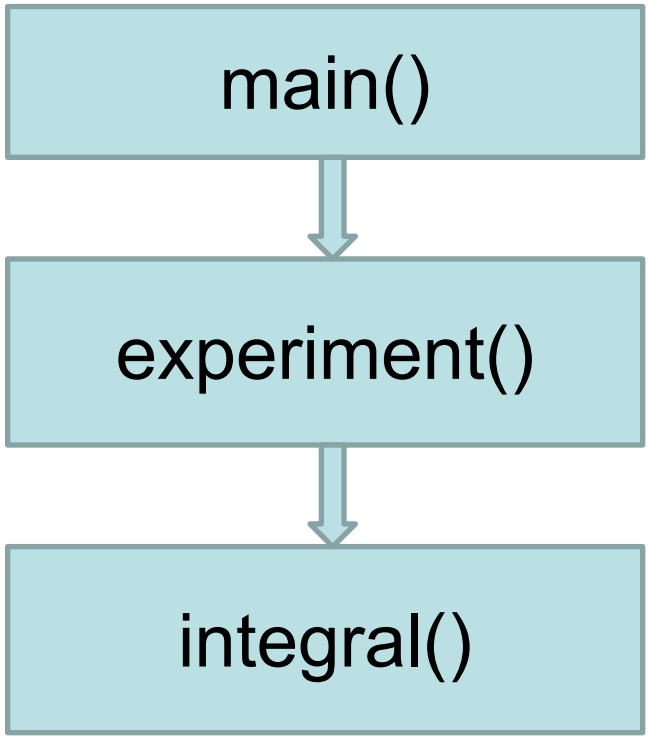
Распараллеливание оптимизированного алгоритма

Распараллеливание с учетом уже полученных результатов:

- **В данной задаче наилучшие результаты дает распараллеливание с разделением сетки интегрирования по столбцам (внешний цикл).**
- **Распараллелить основные вычислительные циклы.**

Пример выполнения вычислений

Структура программы



Пример выполнения вычислений

Базовый алгоритм

Основная программа

```
int main ()  {
int i;
double time,  res, min_time, max_time, avg_time;
int numbExp = 10;
min_time = max_time = avg_time = experiment(&res);
for(i = 0; i < numbExp - 1; i ++) {
 time = experiment(&res);
avg_time += time;
if(max_time < time) max_time = time;
if(min_time > time) min_time = time; }
printf("Интеграл равен: %lf; \n", res);
printf(«Время выполнения: %lf; %lf; %lf \n",
        avg_time / numbExp, min_time, max_time);
return 0;
}
```

Функция experiment

```
double experiment(double *res)
{
double stime, ftime;
double a1 =  0.0 ;
double a1 = a2 = 0.0 ;
double b1 =   16.0;
double  b2 =  16.0;
double h = 0.001;
stime = omp_get_wtime( );
integral(a1, b1, a2, b2, h, res);
ftime = omp_get_wtime( );
 return (ftime - stime);
}
```

Функция integral

```
void integral(const double a1, const double b1,
const double a2, const double b2, const double h,
double *res){
int i, j, n1, n2;          double sum,  x, y;
n1 = (int)((b1 - a1) / h); n2 = (int)((b2 - a2) / h);
sum = 0.0;
for( i = 0; i < n1; i++) {
      for(j = 0; j < n2; j++) {
         x = a1 + i * h + h / 2;
         y = a2 + j * h + h / 2;
sum += ((exp(sin(x * PI) * cos(y * PI)) + 1) / ((b1 - a1) *
(b2 - a2))) * h * h;              }        }
  *res = sum;
}
```

Пример выполнения вычислений

Базовый алгоритм - распараллеливание

Распараллеливание по столбцам

```
#pragma omp parallel for
for(i = 0; i < n1; i++)
 {
     for(j = 0; j < n2; j++)
      {
        x = a1 + i * h + h / 2;
        y = a2 + j * h + h / 2;
sum += ((exp(sin(x * PI) * cos(y * PI)) + 1) / ((b1 - a1) *
              (b2 - a2))) * h * h;
      }
  }
```

Распараллеливание по столбцам с учетом data race

```
#pragma omp parallel for private (x, y, j)
                         reduction(+: sum)
for(i = 0; i < n1; i++)
 {
     for(j = 0; j < n2; j++)
      {
        x = a1 + i * h + h / 2;
        y = a2 + j * h + h / 2;
sum += ((exp(sin(x * PI) * cos(y * PI)) + 1) / ((b1 - a1) *
              (b2 - a2))) * h * h;
      }
 }
```

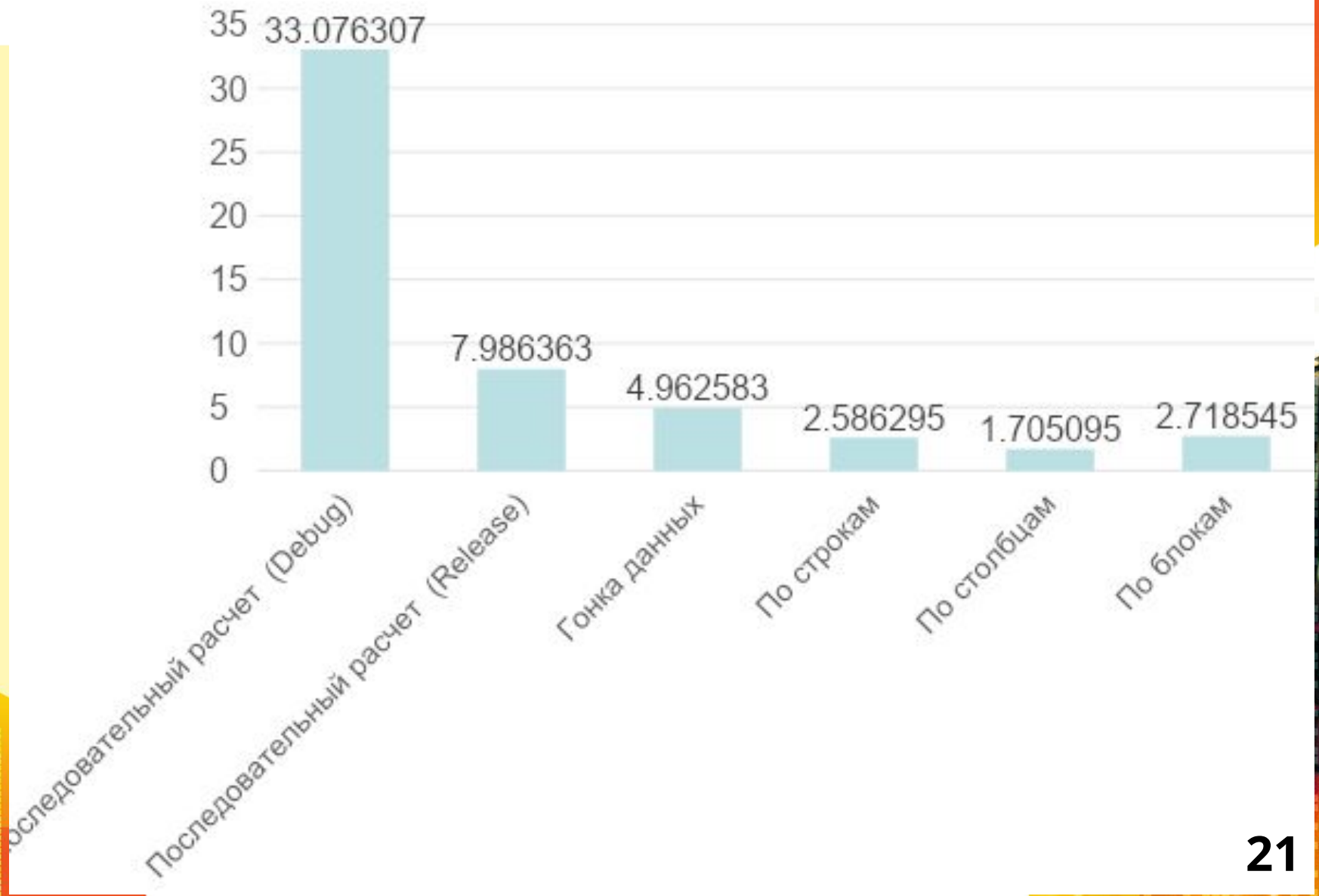
Распараллеливание по строкам

```
for(i = 0; i < n1; i++)
  {
#pragma omp parallel for private (x, y)
                                    reduction(+: sum)
      for(j = 0; j < n2; j++)
       {
          x = a1 + i * h + h / 2;
          y = a2 + j * h + h / 2;
sum += ((exp(sin(x * PI) * cos(y * PI)) + 1) / ((b1 - a1) *
                (b2 - a2))) * h * h;
        }
   }
```

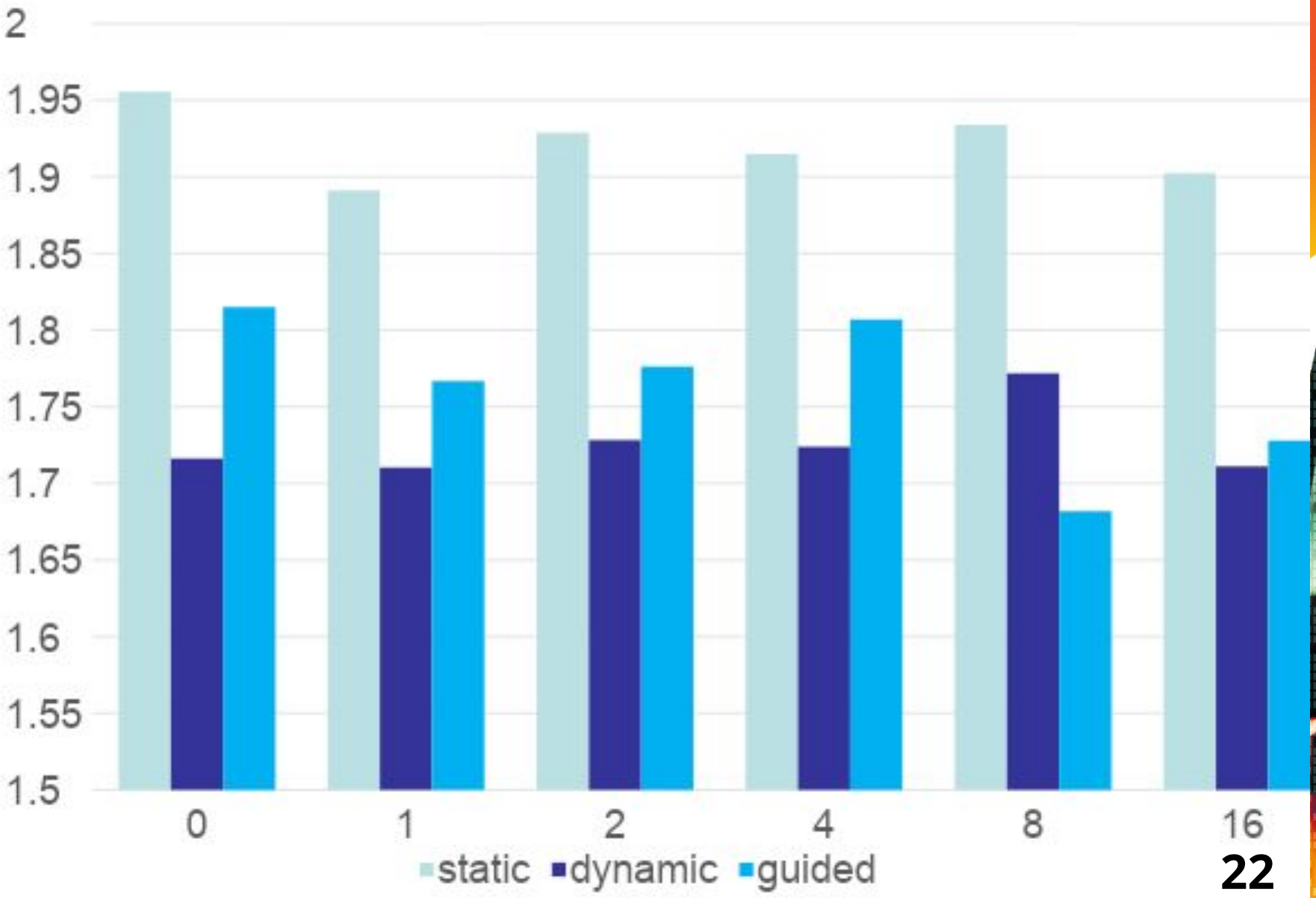
Блочное разделение данных

```
omp_set_nested(true);
#pragma omp parallel for
for (i = 0; i < n1; i++)
{
#pragma omp parallel for private (x, y)
                                reduction(+: sum)
   for(j = 0; j < n2; j++)
   {
     x = a1 + i * h + h / 2;
      y = a2 + j * h + h / 2;
sum += ((exp(sin(x * PI) * cos(y * PI)) + 1) /
              ((b1 - a1) * (b2 - a2))) * h * h;
    }
}
```

Результаты вычислений



Влияние параметров распараллеливания циклов



Пример выполнения вычислений

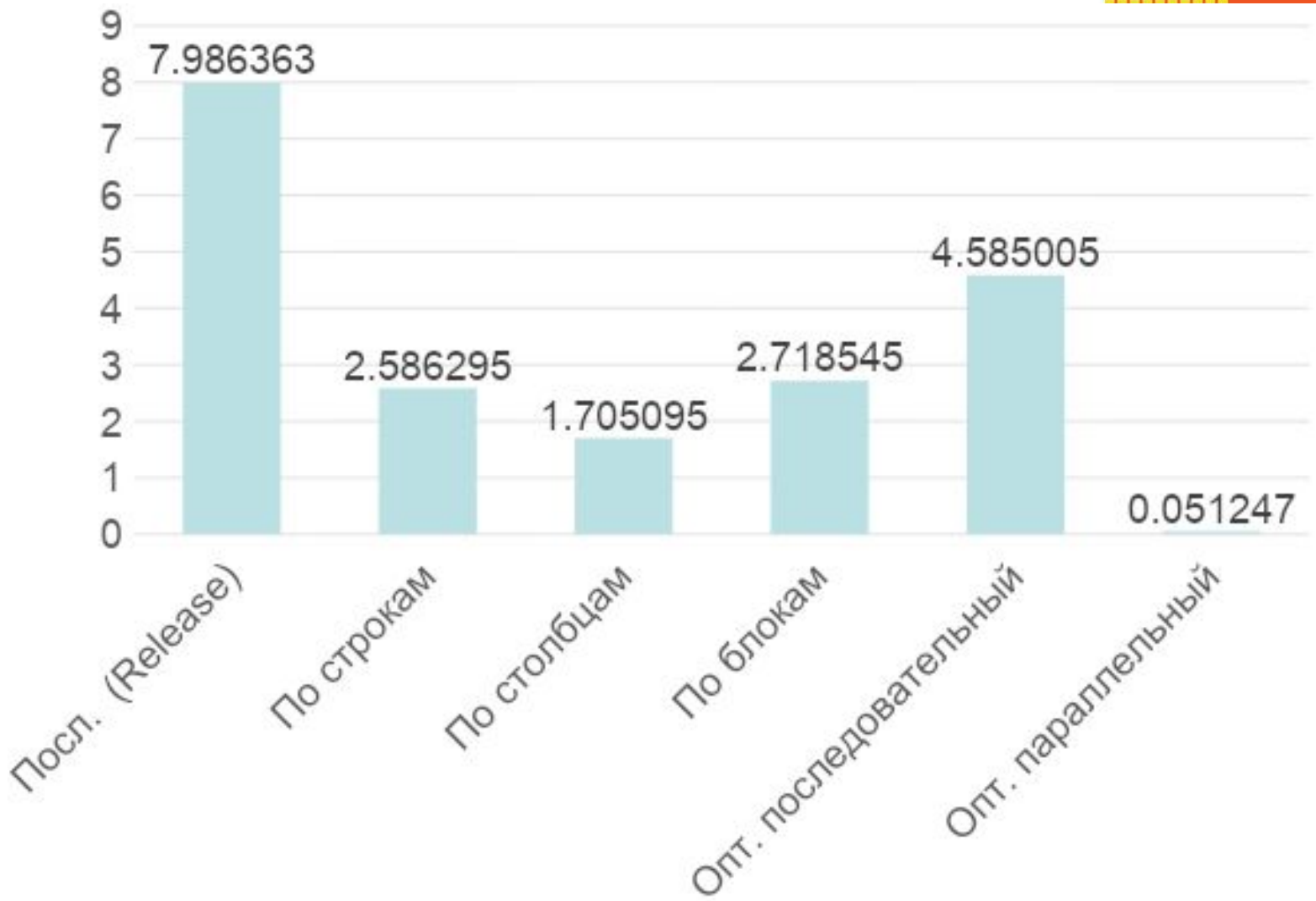
Оптимизированный алгоритм –

распараллеливание

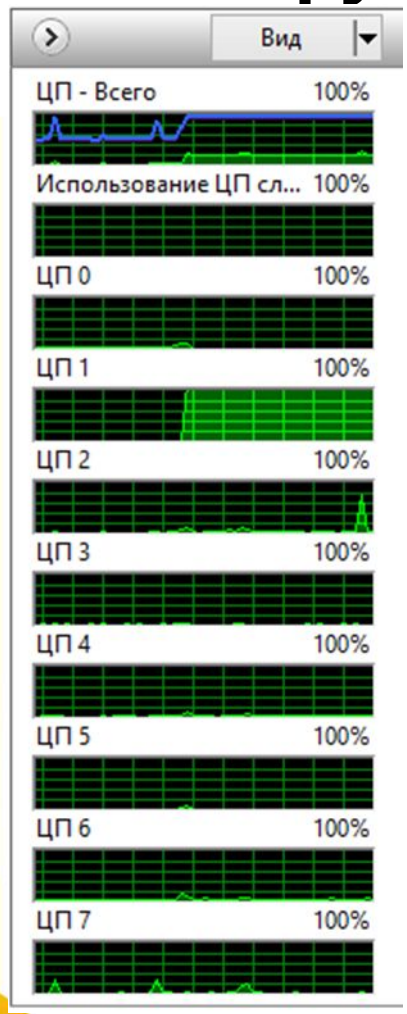
Использование предварительных вычислений сложных функций

```
void integral(const double a1, const double b1,
const double a2, const double b2, const double h,
double *res) {  int i, j, n1, n2;    double sum, x, y, *sinx,
*cosy;   n1 = (int)((b1 - a1) / h);
 n2 = (int)((b2 - a2) / h); sum = 0.0;
sinx = new double [n1];  cosy = new double [n2];
 for(i = 0; i < n1; i++)
{ x = a1 + i * h + h / 2; sinx[i] = sin(x * PI); }
for(j = 0; j < n2; j++)
{ y = a2 + j * h + h / 2; cosy[j] = cos(y * PI); }
for(i = 0; i < n1; i++)
{ for(j = 0; j < n2; j++) {sum += ((exp(sinx[i] * cosy[j]) + 1) /
((b1 - a1) * (b2 - a2))) * h * h; } }      *res = sum;
 delete [] sinx; delete [] cosy; }
```

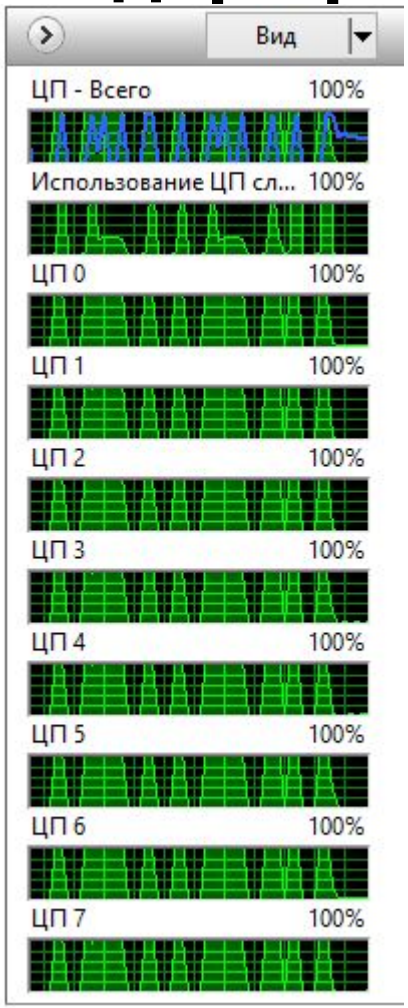
Результаты вычислений



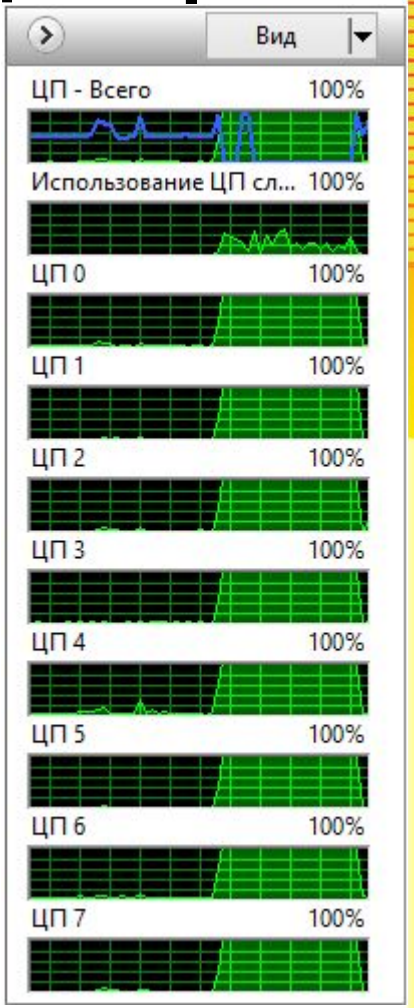
Загрузка ядер процессора



Последовательный алгоритм



Параллельный алгоритм

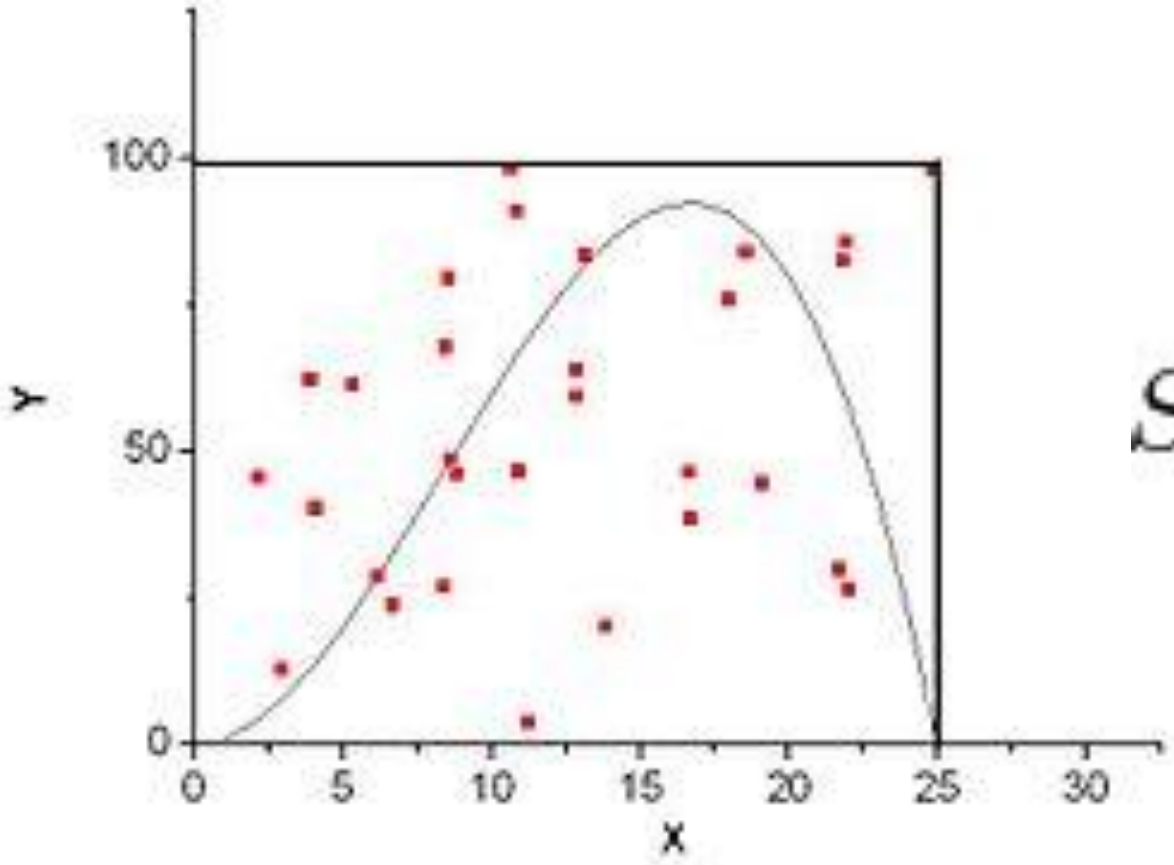


Оптимизированный параллельный алгоритм

Пример выполнения вычислений

Вычисление интеграла методом Монте-Карло

Метод Монте-Карло



$$S = S_{par}\frac{K}{N}$$

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx \frac{b-a}{N}\sum_{i=1}^{N} f(u_i)$$

Функция integral

```
void integral(const double a1, const double b1, const
double a2, const double b2, const double h, double *res)
{
int n=0;  double sum,  x, y, f;
for(long int i=1;i<= nMax;i++)   {
x=abs((double)(rand()%((int)(b1 - a1)*Mrand))) /Mrand;
y=abs((double)(rand()% ((int)(b2 - a2)*Mrand)))/Mrand;
f=abs((double)(rand()% ((int)(Fmax*Mrand))))/Mrand;
   if(func(x+a1, y+a2, a1, b1, a2, b2) <= f)  n++;    }
   sum=(b1 - a1)*(b2 - a2)*(Fmax)*n/nMax;
*res = sum;
}
```

Вычисление значений функции

```
#define nMax 1000000
#define Mrand 10000
#define Fmax 0.015
double func(double x, double y, const double a1, const double b1, const double a2, const double b2)
{
return  (exp(sin(x * PI) * cos(y * PI)) + 1)/ ((b1 - a1) * (b2 - a2));
}
```