

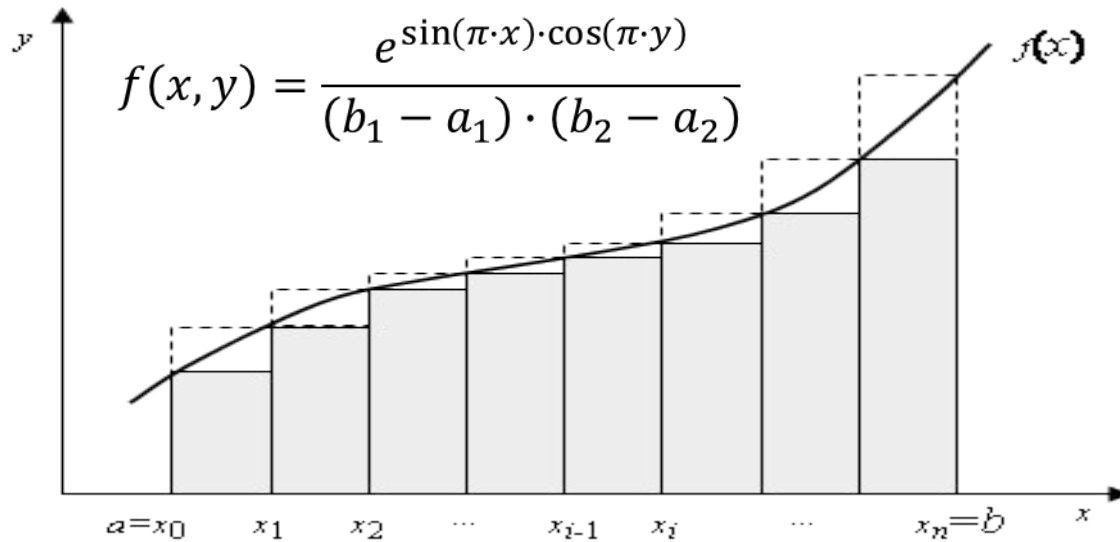
Примеры использования OpenMP

The background features a grid of small squares in shades of orange and yellow. A large, semi-transparent circle in the upper right quadrant is divided into orange and yellow sections. In the lower right, there is a stylized, glowing image of a modern building or structure.

ВЫЧИСЛЕНИЕ ОПРЕДЕЛЕННОГО ИНТЕГРАЛА



Метод прямоугольников



$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{b-a}{n} (y_0 + y_1 + \dots + y_{n-1}) = \frac{b-a}{n} \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i)$$

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{b-a}{n} (y_1 + y_2 + \dots + y_n) = \frac{b-a}{n} \sum_{i=1}^n f(x_i)$$

Последовательность выполнения

- **Последовательная версия.**
 - Базовая реализация алгоритма интегрирования
 - Эффект применения компилятора
 - Использование предварительных вычислений сложных функций
 - Алгоритмическая оптимизация
- **Параллельная версия.**
 - Варианты распараллеливание базового алгоритма
 - Распараллеливание оптимизированного алгоритма

Базовый алгоритм

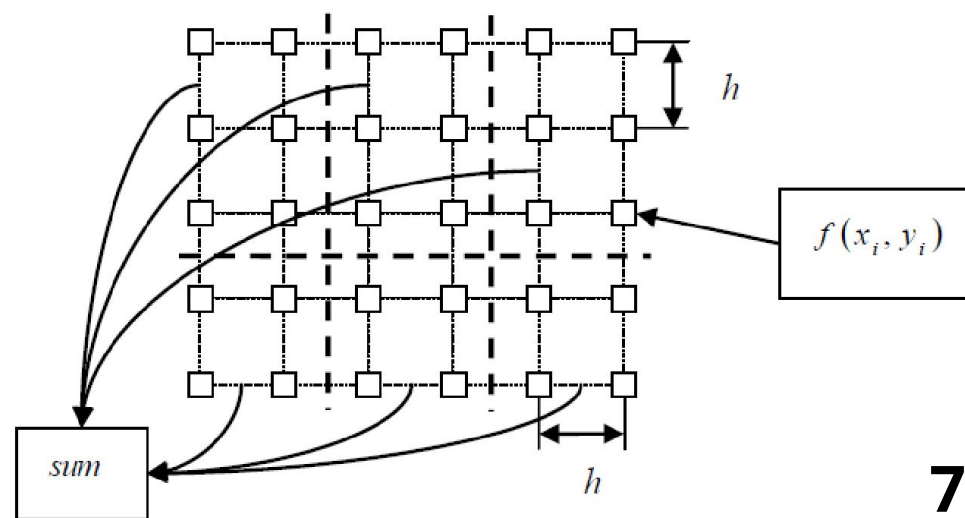
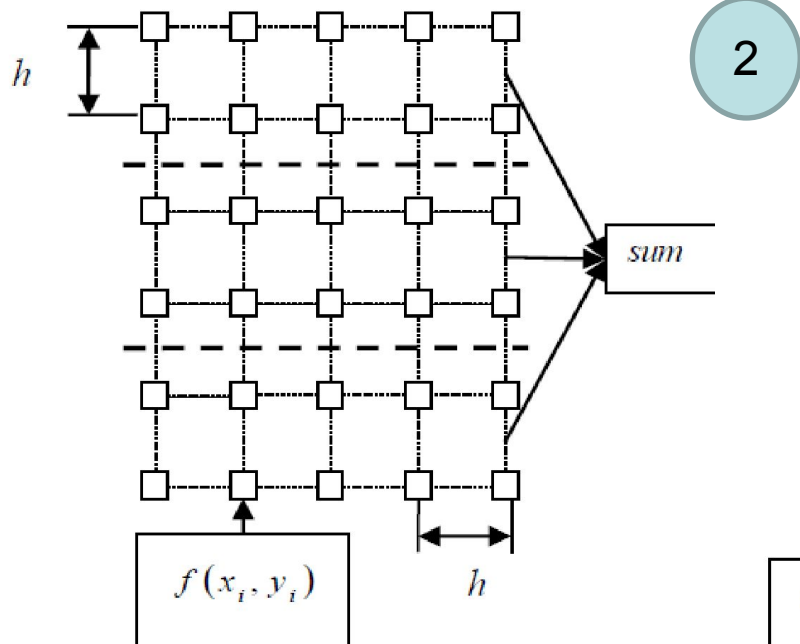
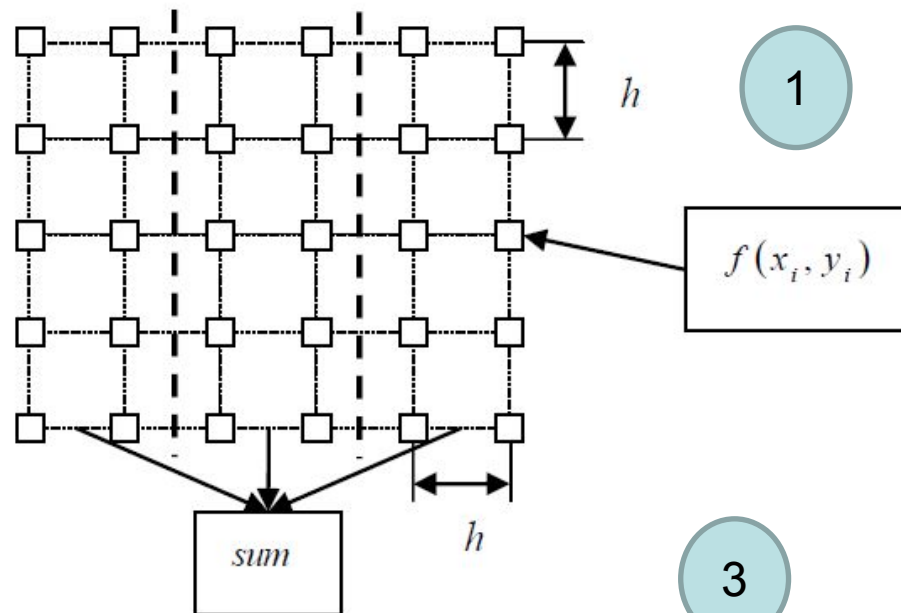
- Должен содержать код, несколько раз запускающий тестируемую реализацию алгоритма вычислений.
- Должен вычислять минимальное, максимальное и среднее времена ее работы.
- Должен представлять результаты вычислений.
- Параметры вычислений задаются в программе.
- Провести анализ использования разных режимов компиляции.

Распараллеливание базового алгоритма

- **Геометрическая декомпозиция данных (разделение данных на части и применение к ним одного и того же алгоритма).**
- **Локализация данных.**
- **Анализ результатов (гонка данных).**

Геометрическая декомпозиция данных

1. По столбцам
2. По строкам
3. Блочно



Оптимизация базового алгоритма

- Предварительное вычисление сложных математических функций (\sin , \cos , \exp и др.).
- Алгоритмическая оптимизация (исключение многократного вычисления одних и тех же данных, предварительные расчеты).
- Буферизация.

Распараллеливание оптимизированного алгоритма

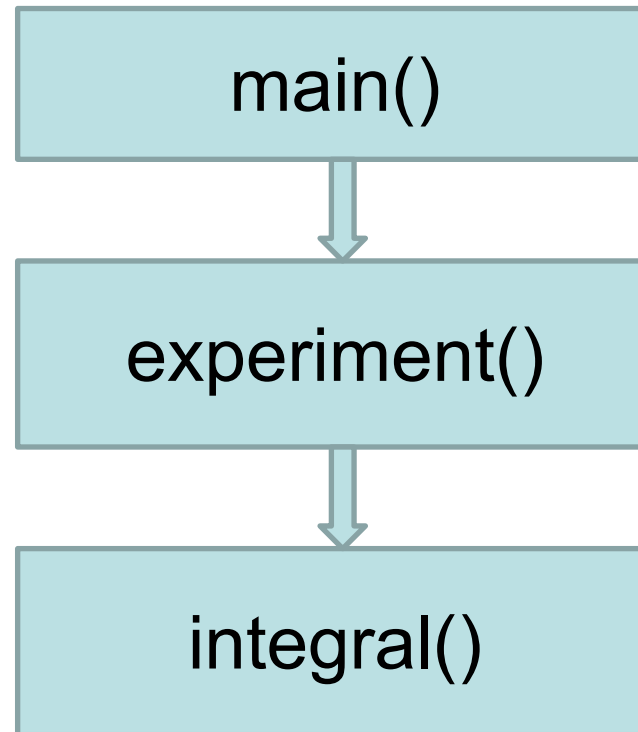
Распараллеливание с учетом уже полученных результатов:

- **В данной задаче наилучшие результаты дает распараллеливание с разделением сетки интегрирования по столбцам (внешний цикл).**
- **Распараллелить основные вычислительные циклы.**

Пример выполнения вычислений



Структура программы



Пример выполнения вычислений

Базовый алгоритм



Основная программа

```
int main () {  
int i;  
double time, res, min_time, max_time, avg_time;  
int numbExp = 10;  
min_time = max_time = avg_time = experiment(&res);  
for(i = 0; i < numbExp - 1; i ++ ) {  
    time = experiment(&res);  
    avg_time += time;  
    if(max_time < time) max_time = time;  
    if(min_time > time) min_time = time; }  
printf("Интеграл равен: %lf; \n", res);  
printf(«Время выполнения: %lf; %lf; %lf \n",  
    avg_time / numbExp, min_time, max_time);  
return 0;  
}
```

Функция experiment

```
double experiment(double *res)
{
    double stime, ftime;
    double a1 = 0.0;
    double a1 = a2 = 0.0;
    double b1 = 16.0;
    double b2 = 16.0;
    double h = 0.001;
    stime = omp_get_wtime( );
    integral(a1, b1, a2, b2, h, res);
    ftime = omp_get_wtime( );
    return (ftime - stime);
}
```

Функция integral

```
void integral(const double a1, const double b1,
const double a2, const double b2, const double h,
double *res){
int i, j, n1, n2;      double sum, x, y;
n1 = (int)((b1 - a1) / h); n2 = (int)((b2 - a2) / h);
sum = 0.0;
for( i = 0; i < n1; i++) {
    for(j = 0; j < n2; j++) {
        x = a1 + i * h + h / 2;
        y = a2 + j * h + h / 2;
sum += ((exp(sin(x * PI) * cos(y * PI)) + 1) / ((b1 - a1) *
(b2 - a2))) * h * h;      }      }
    *res = sum;
}
```

Пример выполнения вычислений

Базовый алгоритм -
распараллеливание



Распараллеливание по столбцам

```
#pragma omp parallel for
```

```
for(i = 0; i < n1; i++)
```

```
{
```

```
    for(j = 0; j < n2; j++)
```

```
    {
```

```
        x = a1 + i * h + h / 2;
```

```
        y = a2 + j * h + h / 2;
```

```
sum += ((exp(sin(x * PI) * cos(y * PI)) + 1) / ((b1 - a1) *  
        (b2 - a2))) * h * h;
```

```
    }
```

```
}
```

Распараллеливание по столбцам с учетом data race

```
#pragma omp parallel for private (x, y, j)
                             reduction(+: sum)
for(i = 0; i < n1; i++)
{
    for(j = 0; j < n2; j++)
    {
        x = a1 + i * h + h / 2;
        y = a2 + j * h + h / 2;
        sum += ((exp(sin(x * PI) * cos(y * PI)) + 1) / ((b1 - a1) *
            (b2 - a2))) * h * h;
    }
}
```

Распараллеливание по строкам

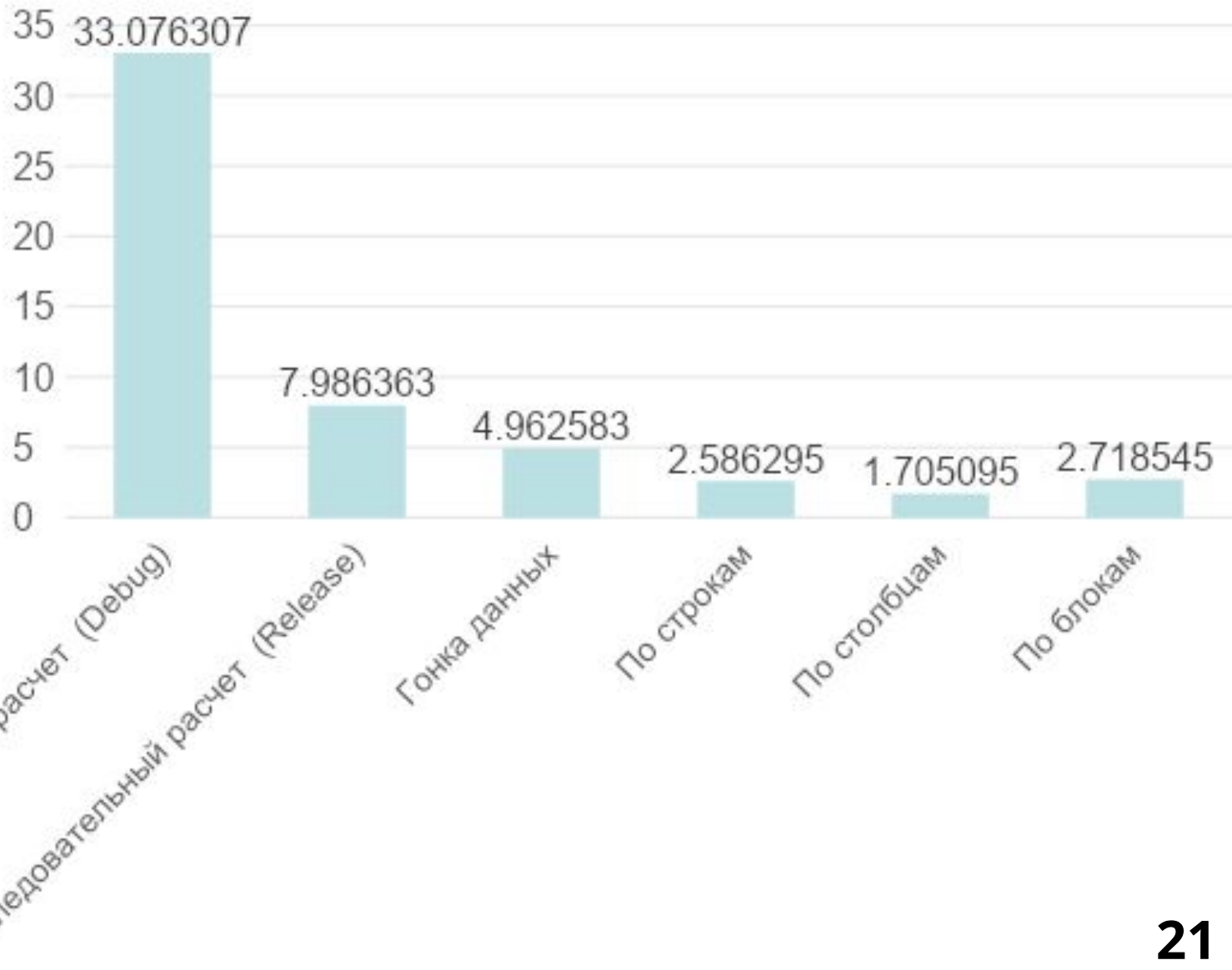
```
for(i = 0; i < n1; i++)  
{  
#pragma omp parallel for private (x, y)  
reduction(+: sum)  
  
    for(j = 0; j < n2; j++)  
    {  
        x = a1 + i * h + h / 2;  
        y = a2 + j * h + h / 2;  
sum += ((exp(sin(x * PI) * cos(y * PI)) + 1) / ((b1 - a1) *  
        (b2 - a2))) * h * h;  
    }  
}
```

Блочное разделение данных

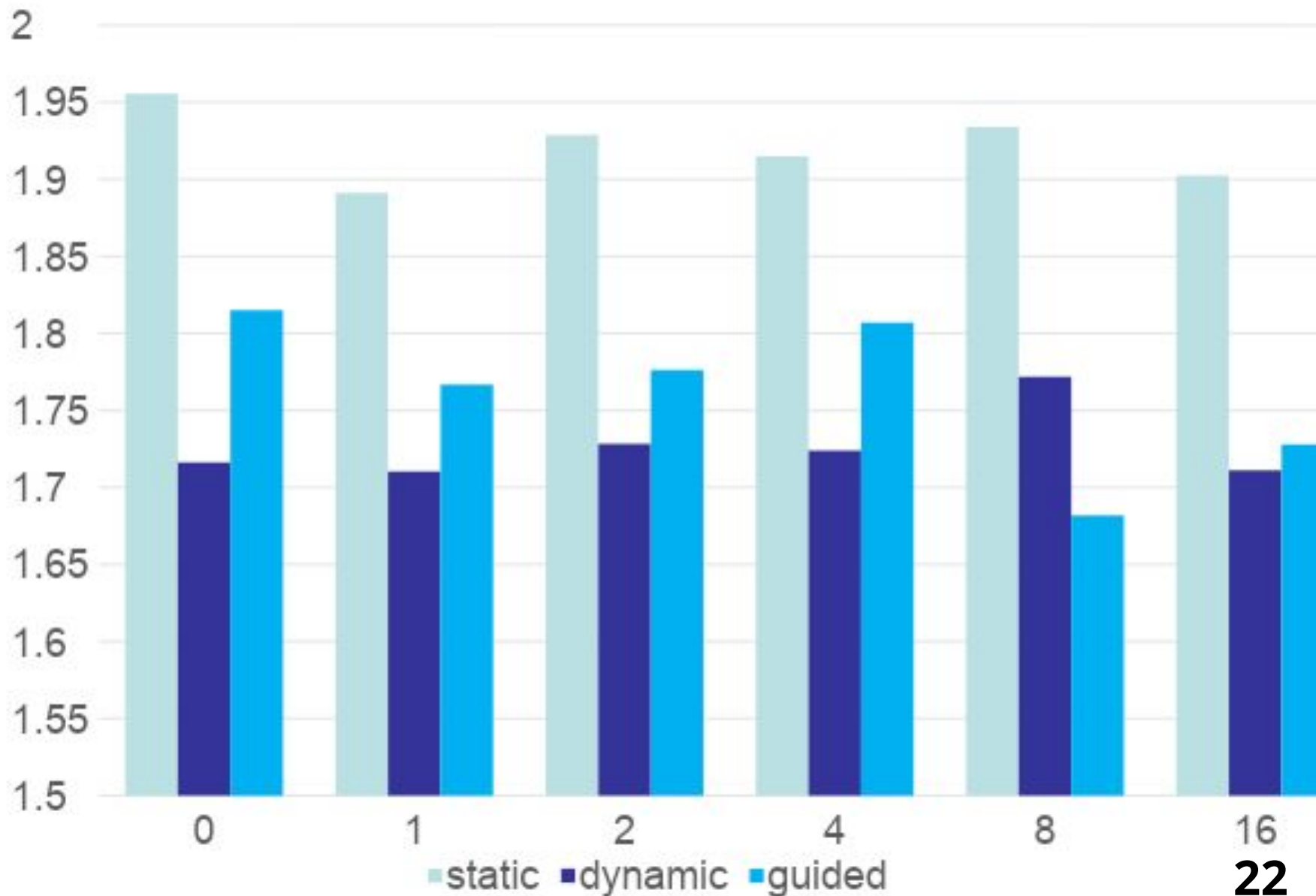
```
omp_set_nested(true);
#pragma omp parallel for
for (i = 0; i < n1; i++)
{
    #pragma omp parallel for private (x, y)
        reduction(+: sum)

    for(j = 0; j < n2; j++)
    {
        x = a1 + i * h + h / 2;
        y = a2 + j * h + h / 2;
        sum += ((exp(sin(x * PI) * cos(y * PI)) + 1) /
            ((b1 - a1) * (b2 - a2))) * h * h;
    }
}
```

Результаты вычислений



Влияние параметров распараллеливания циклов



Пример выполнения вычислений

Оптимизированный алгоритм

-

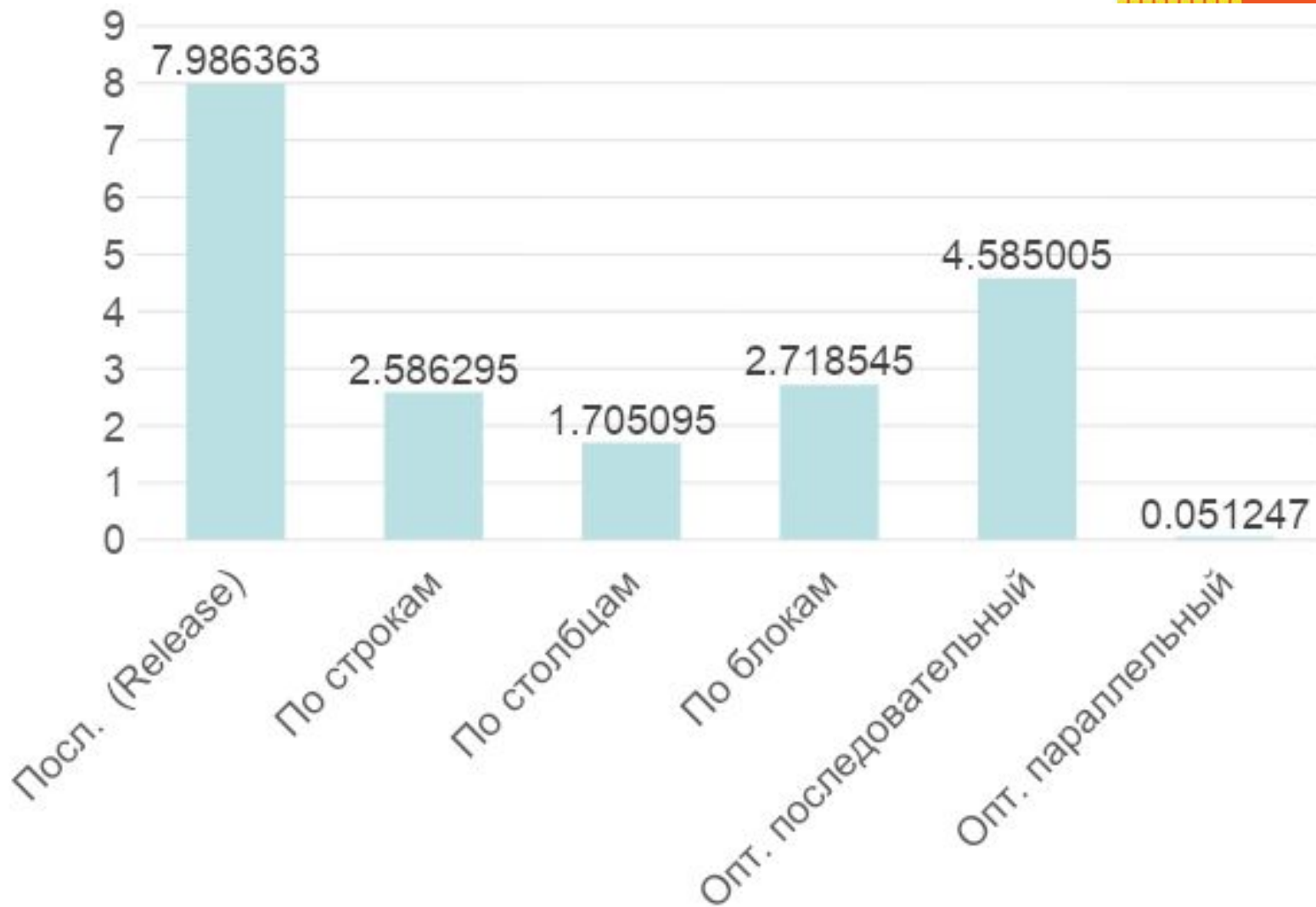
распараллеливание



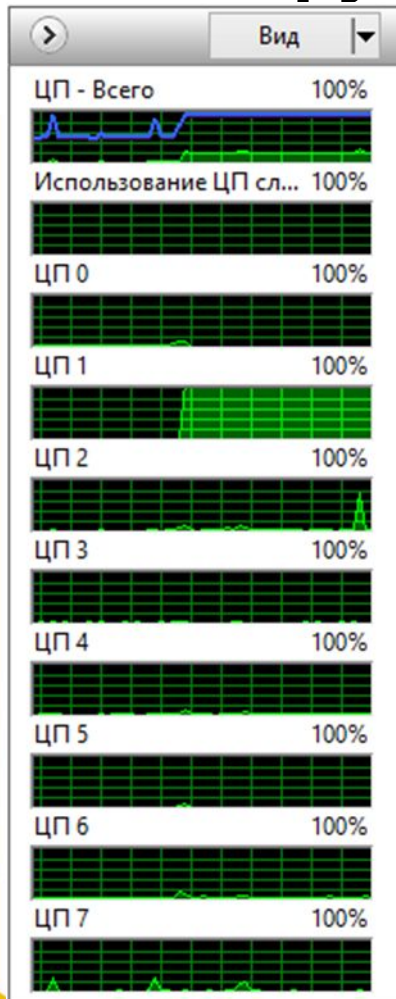
Использование предварительных вычислений сложных функций

```
void integral(const double a1, const double b1,
const double a2, const double b2, const double h,
double *res) { int i, j, n1, n2; double sum, x, y, *sinx,
*cosy; n1 = (int)((b1 - a1) / h);
n2 = (int)((b2 - a2) / h); sum = 0.0;
sinx = new double [n1]; cosy = new double [n2];
for(i = 0; i < n1; i++)
{ x = a1 + i * h + h / 2; sinx[i] = sin(x * PI); }
for(j = 0; j < n2; j++)
{ y = a2 + j * h + h / 2; cosy[j] = cos(y * PI); }
for(i = 0; i < n1; i++)
{ for(j = 0; j < n2; j++) {sum += ((exp(sinx[i] * cosy[j]) + 1) /
((b1 - a1) * (b2 - a2))) * h * h; } } *res = sum;
delete [] sinx; delete [] cosy; }
```

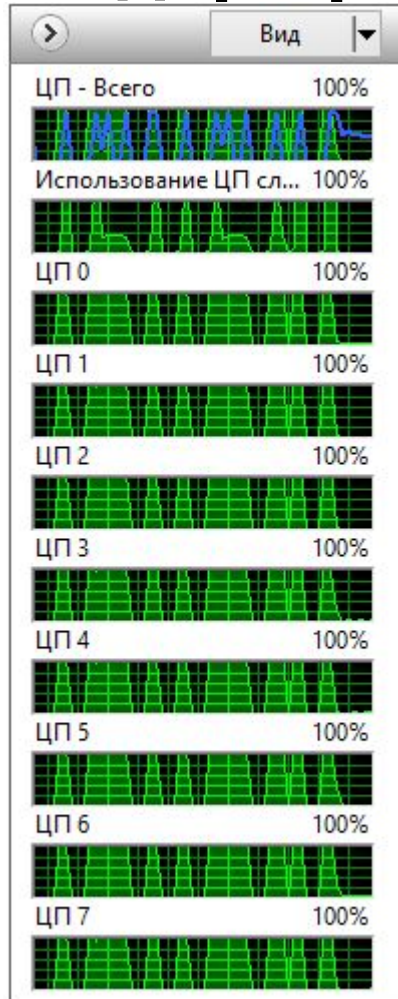

Результаты вычислений



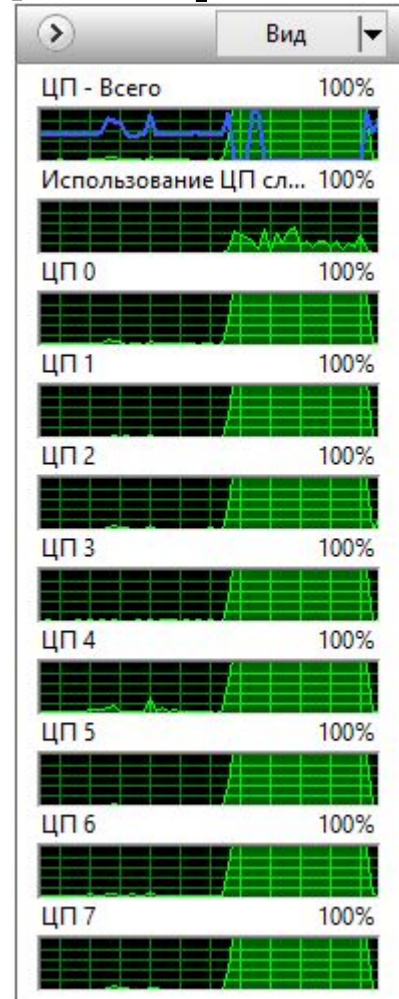
Загрузка ядер процессора



Последовательный алгоритм



Параллельный алгоритм

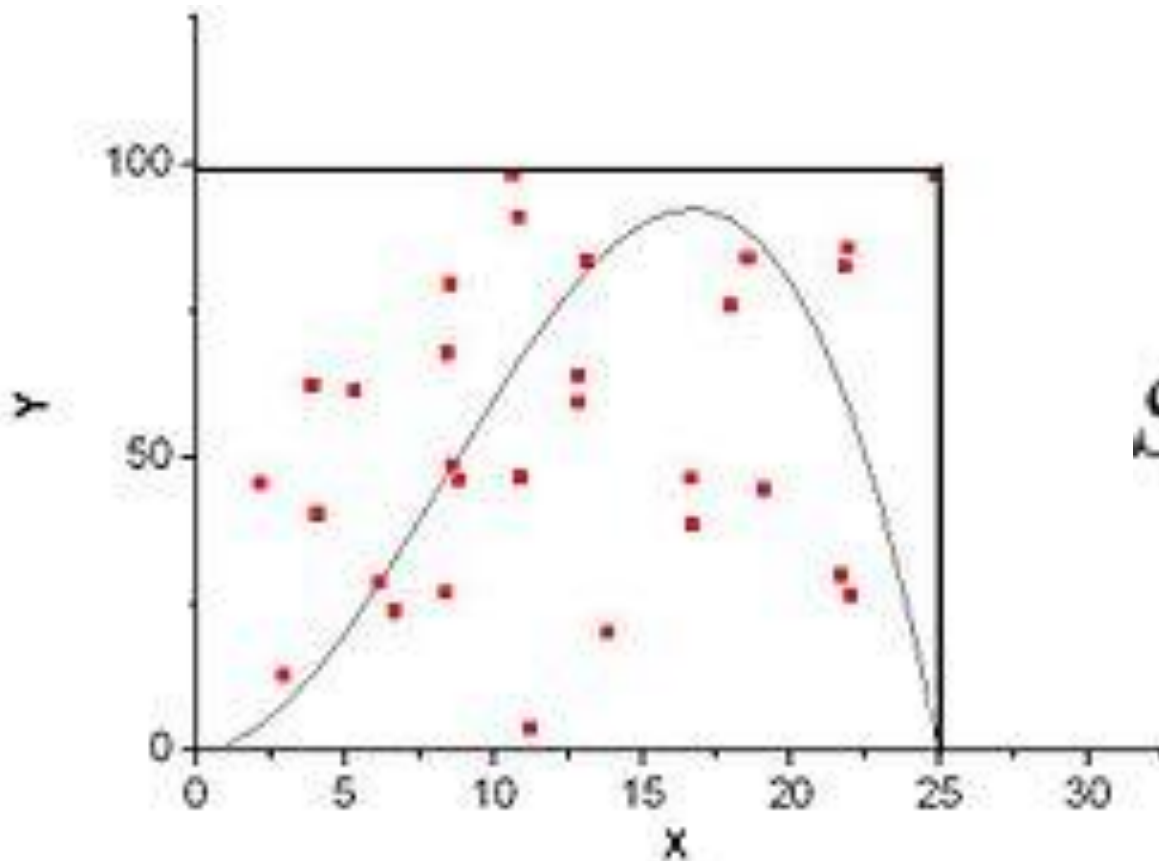


Оптимизированный параллельный алгоритм

Пример выполнения вычислений

Вычисление интеграла
методом Монте-Карло

Метод Монте-Карло



$$S = S_{par} \frac{K}{N}$$

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{b-a}{N} \sum_{i=1}^N f(u_i)$$

Функция integral

```
void integral(const double a1, const double b1, const
double a2, const double b2, const double h, double *res)
{
int n=0; double sum, x, y, f;
for(long int i=1;i<= nMax;i++) {
x=abs((double)(rand()%((int)(b1 - a1)*Mrand))) /Mrand;
y=abs((double)(rand()% ((int)(b2 - a2)*Mrand)))/Mrand;
f=abs((double)(rand()% ((int)(Fmax*Mrand))))/Mrand;
if(func(x+a1, y+a2, a1, b1, a2, b2) <= f) n++; }
sum=(b1 - a1)*(b2 - a2)*(Fmax)*n/nMax;
*res = sum;
}
```

Вычисление значений функции

```
#define nMax 1000000
#define Mrand 10000
#define Fmax 0.015
double func(double x, double y, const double a1, const
double b1, const double a2, const double b2)
{
return (exp(sin(x * PI) * cos(y * PI)) + 1)/ ((b1 - a1) * (b2
- a2));
}
```