Преобразование сумм тригонометрических функций в произведения. Преобразование простейших тригонометрических выражений

Формулы суммы

$$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

$$\sin x - \sin y = 2\sin\frac{x-y}{2}\cos\frac{x+y}{2}$$

$$cosx + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

$$cosx - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$

Вывод формулы суммы синусов

$$\sin(s+t)+\sin(s-t)=$$

$$=\sin s\cdot cost+\cos s\cdot\sin t+\sin s\cdot cost-\cos s\cdot\sin t=$$

$$=2\sin s\cdot cost$$

$$\boxed{\begin{aligned} s+t&=x\\ s-t&=y\end{aligned}}\qquad 2s=x+y\qquad s=\frac{x+y}{2}$$

$$\boxed{\begin{aligned} s+t&=x\\ s-t&=y\end{aligned}}\qquad 2t=x-y\qquad t=\frac{x-y}{2}$$

$$\boxed{\sin x+\sin y=2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}}$$

Вывод формулы разности синусов

$$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$$

$$\sin x - \sin y = \sin x + \sin(-y) =$$

$$= 2\sin\frac{x+(-y)}{2}\cos\frac{x-(-y)}{2} \quad = 2\sin\frac{x-y}{2}\cos\frac{x+y}{2}$$

$$\boxed{\sin x - \sin y = 2\sin\frac{x-y}{2}\cos\frac{x+y}{2}}$$

Вывод формулы суммы косинусов

$$\cos(s+t)+\cos(s-t)=$$

$$=\cos s\cdot cost-\sin s\cdot\sin t+\cos s\cdot cost+\sin s\cdot\sin t=$$

$$=2\cos s\cdot cost$$

$$\boxed{\begin{aligned} s+t&=x\\ s-t&=y\end{aligned}}\qquad 2s=x+y\qquad s=\frac{x+y}{2}$$

$$\boxed{\begin{aligned} s+t&=x\\ s-t&=y\end{aligned}}\qquad 2t=x-y\qquad t=\frac{x-y}{2}$$

$$\boxed{\cos x+\cos y=2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}}$$

Вывод формулы разности косинусов

$$\cos(s+t)-\cos(s-t)=$$

$$=\cos s\cdot cost-\sin s\cdot\sin t-(\cos s\cdot cost+\sin s\cdot\sin t)=$$

$$=-2\sin s\cdot\sin t$$

$$\boxed{\begin{aligned} s+t&=x\\ s-t&=y\end{aligned}}\qquad 2s=x+y\qquad s=\frac{x+y}{2}$$

$$\boxed{\begin{aligned} s+t&=x\\ s-t&=y\end{aligned}}\qquad 2t=x-y\qquad t=\frac{x-y}{2}$$

$$\boxed{\cos x-\cos y=-2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}}$$

Выполните упражнения

Представьте в виде произведения:

а) $\sin 40^\circ + \sin 16^\circ$;

б) $\sin 20^\circ - \sin 40^\circ$;

в) $\sin 10^\circ + \sin 50^\circ$;

г) $\sin 52^\circ - \sin 36^\circ$.

а) $\cos 15^\circ + \cos 45^\circ$;

б) $\cos 46^\circ - \cos 74^\circ$;

в) $\cos 20^\circ + \cos 40^\circ$;

г) $\cos 75^\circ - \cos 15^\circ$.

а) $\sin \frac{\pi}{5} - \sin \frac{\pi}{10}$;

б) $\sin \frac{\pi}{3} + \sin \frac{\pi}{4}$;

в) $\sin \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{7}$;

г) $\sin \frac{\pi}{3} - \sin \frac{\pi}{11}$.

а) $\cos \frac{\pi}{10} - \cos \frac{\pi}{20}$;

б) $\cos \frac{11\pi}{12} + \cos \frac{3\pi}{4}$;

в) $\cos \frac{\pi}{5} - \cos \frac{\pi}{11}$;

г) $\cos \frac{3\pi}{8} + \cos \frac{5\pi}{4}$.

Выполните упражнения

Представьте в виде произведения:

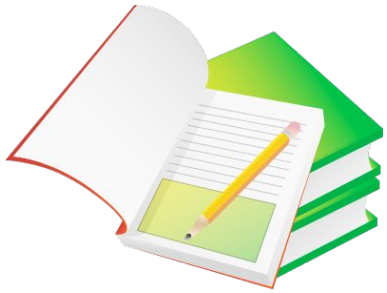
а) $\sin 5x + 2\sin 6x + \sin 7x$;

б) $2\cos x + \cos 2x + \cos 4x$.

а) $\sin t + \sin 2t + \sin 3t + \sin 4t$;

б) $\cos 2t - \cos 4t - \cos 6t + \cos 8t$.

Докажите, что верно равенство:

а) $\sin 20^\circ + \sin 40^\circ - \cos 10^\circ = 0$;

б) $\cos 85^\circ + \cos 35^\circ - \cos 25^\circ = 0$.