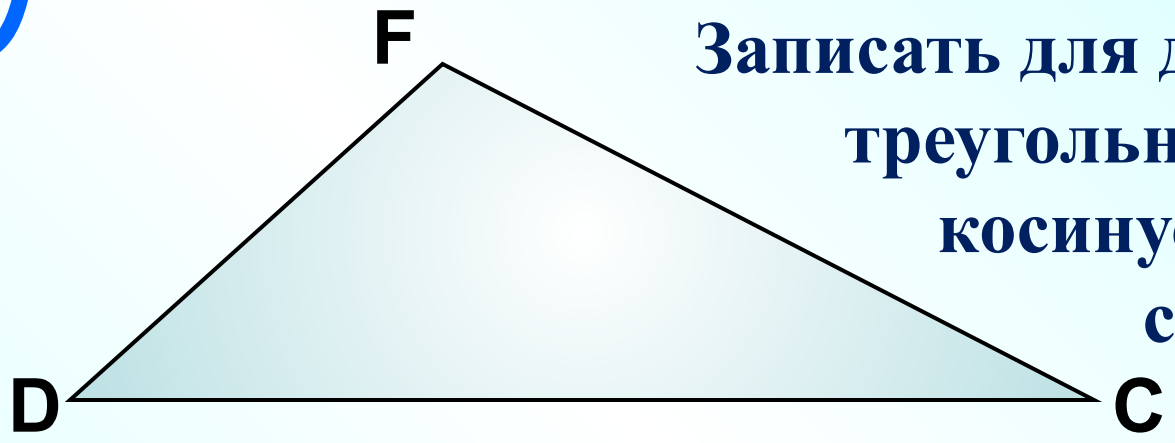
Теорема 12.1
(Теорема косинусов)

Квадрат любой стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними.



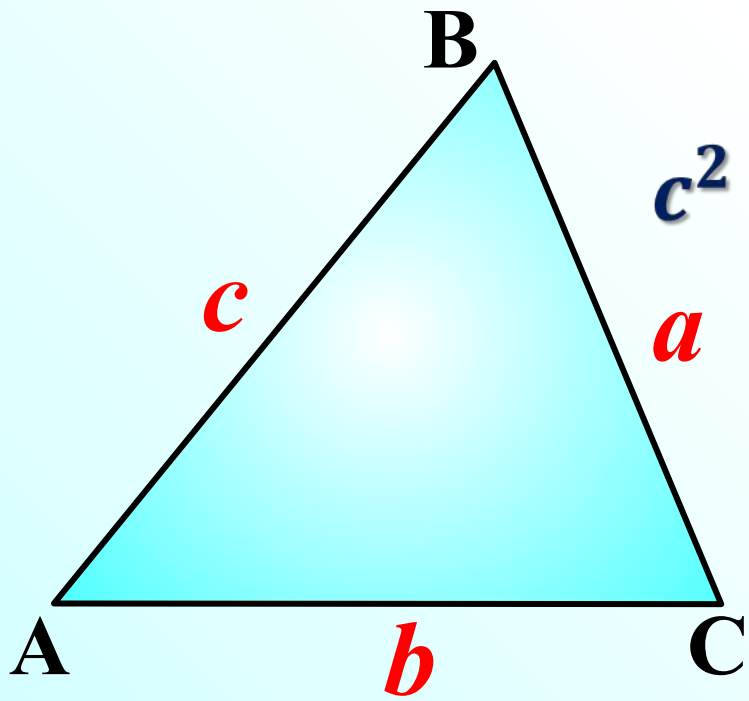
Записать для данного треугольника теорему косинусов для каждой стороны.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos B$$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$



$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$

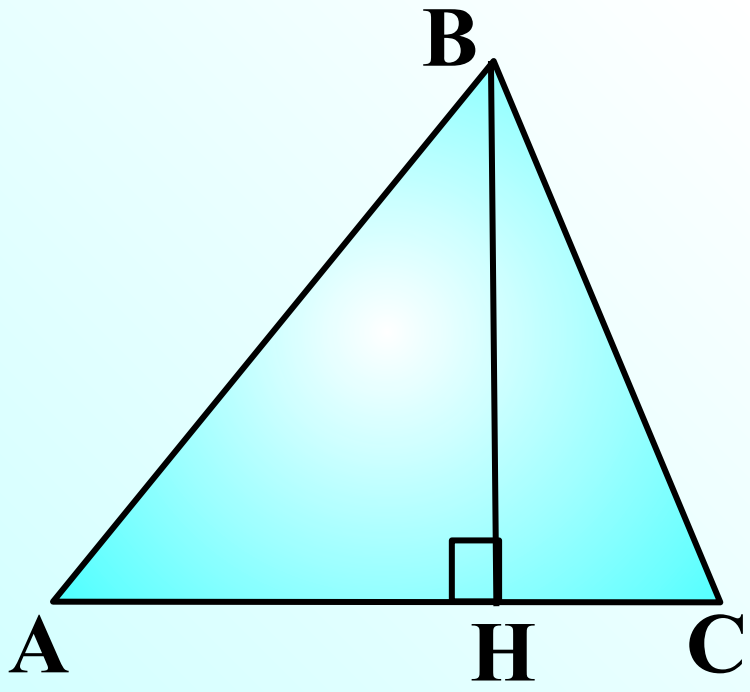
$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

Следствие из теоремы косинусов

Квадрат любой стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон ± удвоенное произведение одной из этих сторон на проекцию другой. Знак «+» ставится, когда противолежащий угол тупой, знак «–», когда он острый.

Квадрат любой стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон ± удвоенное произведение одной из этих сторон на проекцию другой.

$$AB^2 = BC^2 + AC^2 \pm 2 \cdot AC \cdot CH$$



$$c^2 = b^2 + a^2 - 2ab\cos C$$

$$\cos C = \frac{b^2 + a^2 - c^2}{2ab > 0}$$

На практике удобно сравнивать квадрат *большей* стороны и сумму квадратов двух других.

$$b^2 + a^2 = c^2 = 0 \Rightarrow \cos C = 0,\ \angle C = 90^0$$

$$b^2 + a^2 > c^2 > 0 \Rightarrow \cos C > 0,\ \angle C - \text{острый}$$

$$b^2 + a^2 < c^2 < 0 \Rightarrow \cos C < 0,\ \angle C - \text{тупой}$$

Устная работа

Определить вид треугольника со сторонами 5, 6 ,7 см.

$$5^2 + 6^2 > 7^2 \Rightarrow \textit{треугольник остроугольный}$$

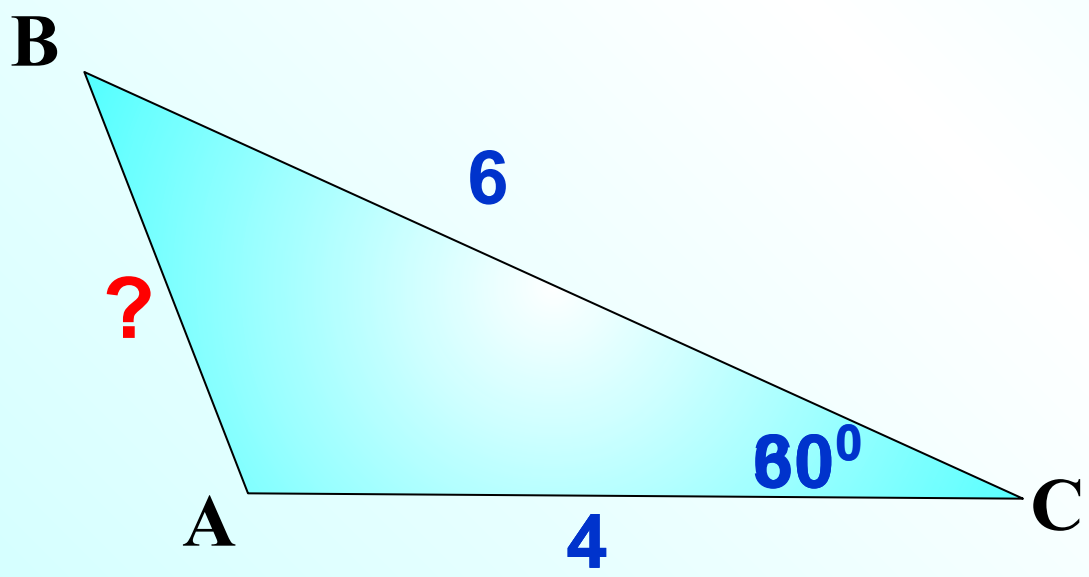
Определите вид треугольника со сторонами 2, 3, 4 см.

$$2^2 + 3^2 < 4^2 \Rightarrow \textit{треугольник тупоугольный}$$

Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними.

Найти AB

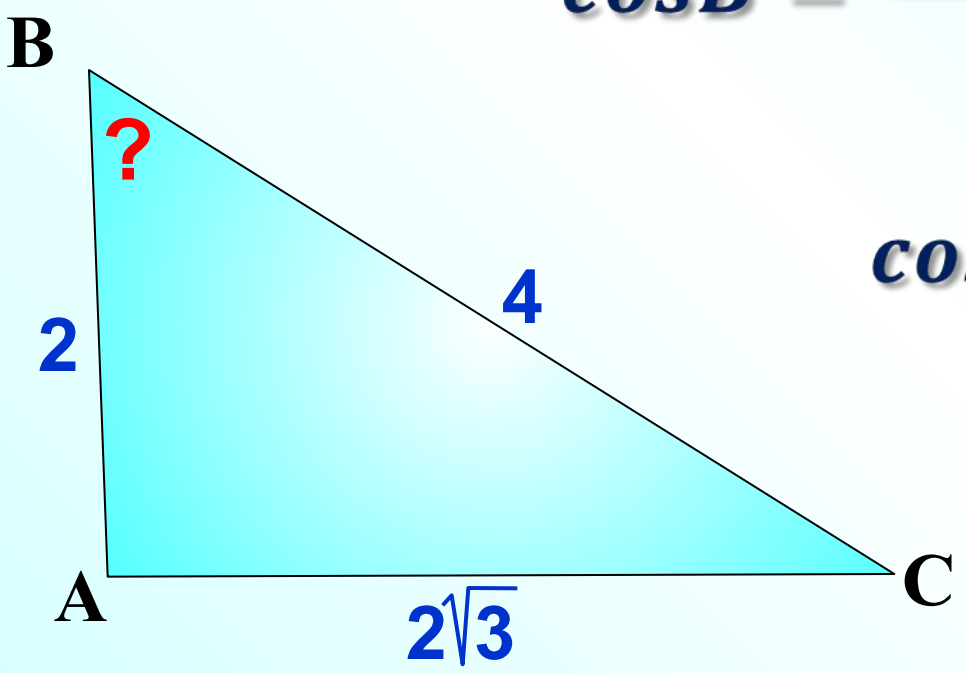
$$AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2 \cdot BC \cdot AC \cos C$$



Найти угол B

$$\cos B = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot AB \cdot BC}$$

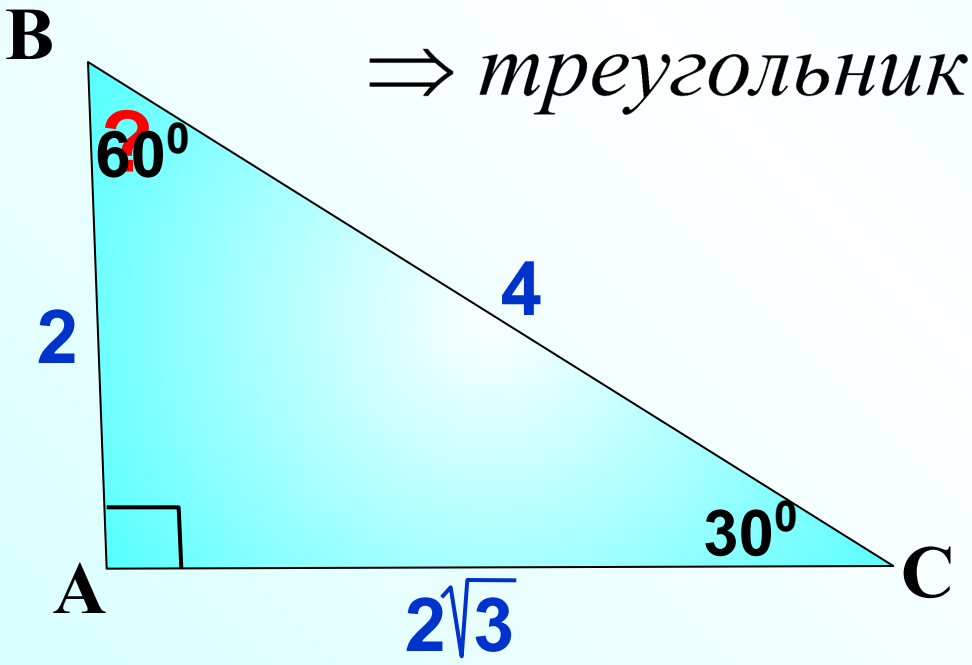
$$\cos B = \frac{2^2 + 4^2 - (2\sqrt{3})^2}{2 \cdot 2 \cdot 4}$$



$$\cos B = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

$$\angle B = 60^\circ$$

Найти угол В

$$2^2 + (2\sqrt{3})^2 = 4^2$$

$\Rightarrow$ *треугольник прямоугольный*