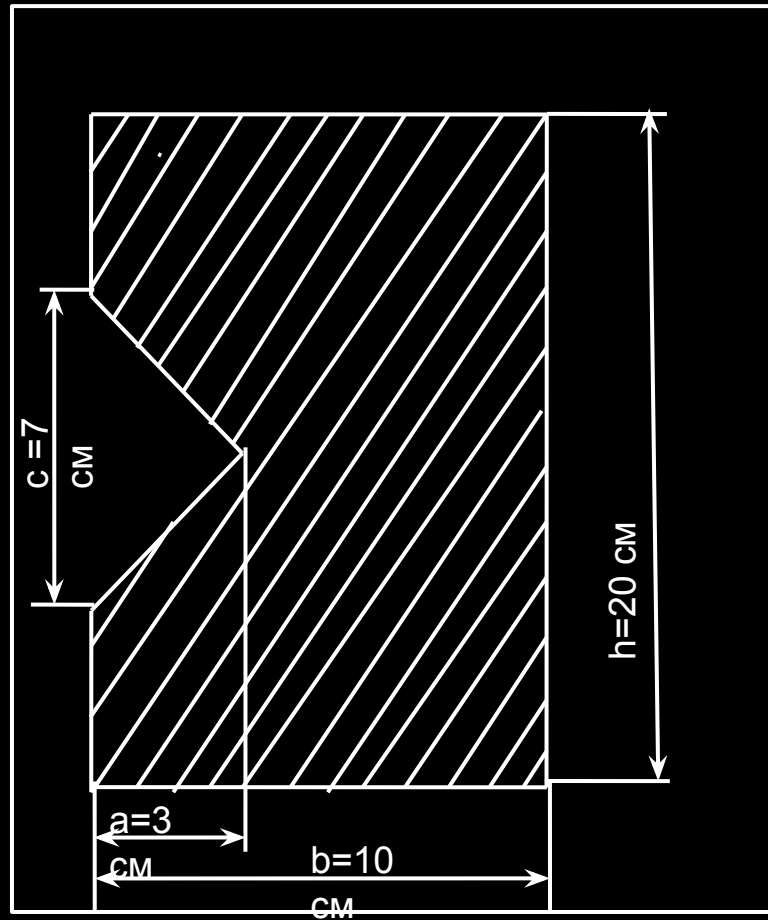
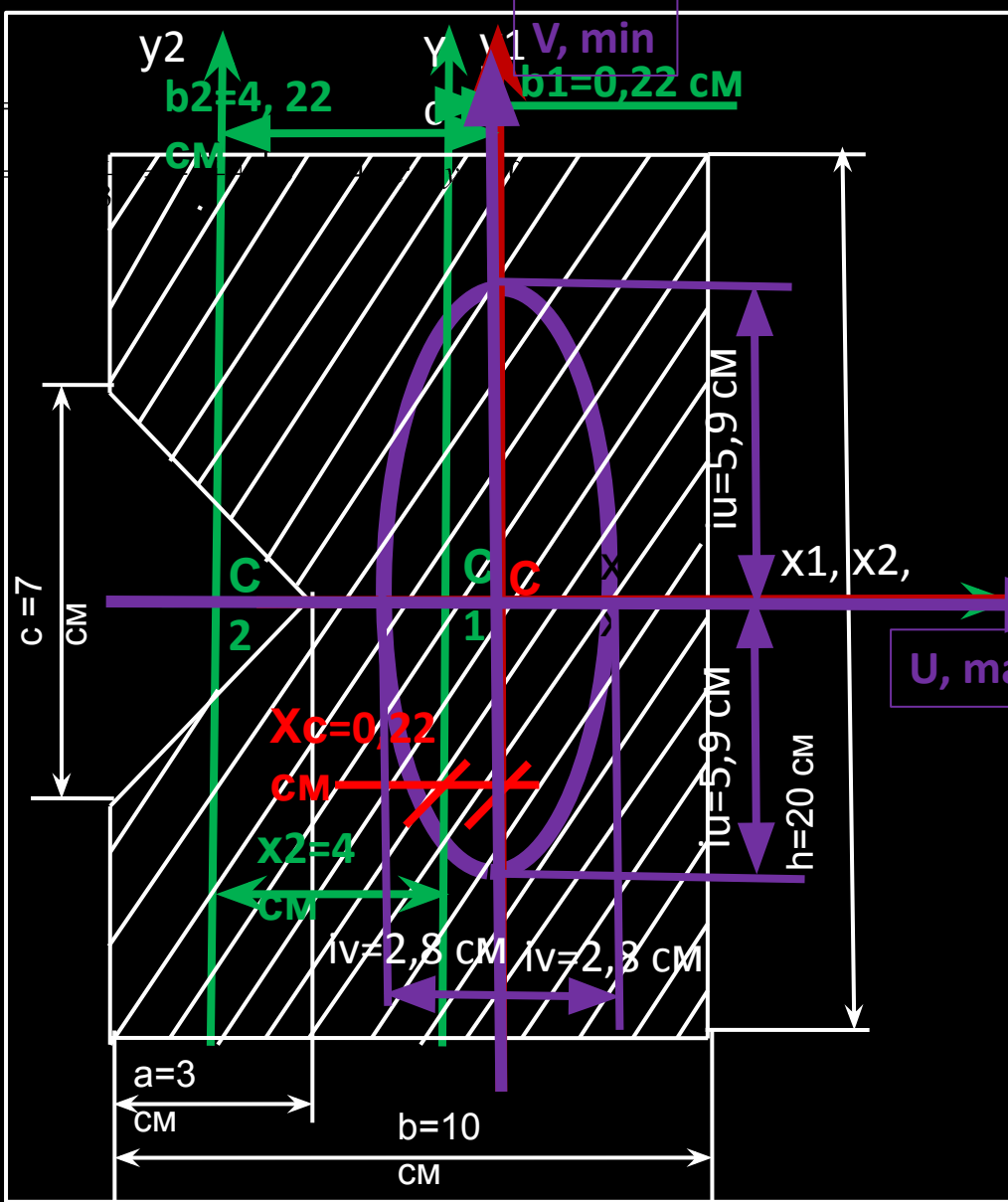


ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПЛОСКОГО СОСТАВНОГО СИММЕТРИЧНОГО СЕЧЕНИЯ



- 1 Разбить сложное сечение на простые фигуры и их пронумеровать.
- 2 Провести собственные центральные оси ($x_1, y_1; x_2, y_2$) каждой простой фигуры.

Простая фигура	Геометрические характеристики	
	Площадь фигуры	$A_1 = b \cdot h = 10 \cdot 20 = 200 \text{ см}^2$
	Осевые моменты инерции	$I_{x_1} = \frac{bh^3}{12} = \frac{10 \cdot 20^3}{12} = 6666,67 \text{ см}^4; \quad I_{y_1} = \frac{b^3h}{12} = \frac{10^3 \cdot 20}{12} = 1666,67 \text{ см}^4$
	Центробежный момент инерции	$I_{x_1 y_1} = 0$
	Площадь фигуры	$A_2 = \frac{1}{2} c \cdot a = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 3 = 10,5 \text{ см}^2$
	Осевые моменты инерции	$I_{x_2} = \frac{ca^3}{36} = \frac{7 \cdot 3^3}{36} = 5,25 \text{ см}^4; \quad I_{y_2} = \frac{c^3 a}{48} = \frac{7^3 \cdot 3}{48} = 21,44 \text{ см}^4$
	Центробежный момент инерции	$I_{x_2 y_2} = 0$



x_1, y_1 – вспомогательные оси

2 Координаты центров тяжести простых фигур относительно вспомогательных осей

$$x_1 = 0 \text{ см}; \quad y_1 = 0$$

$$x_2 = -\left(\frac{b}{2} - \frac{1}{3}a\right) = -\left(\frac{10}{2} - \frac{1}{3}3\right) = -4 \text{ см}; \quad y_2 = 0.$$

3 Координаты центра тяжести рассматриваемого сечения

$$x_c = \frac{x_1 A_1 - x_2 A_2}{A_1 - A_2} = \frac{0 \cdot 200 - (-4) \cdot 10,5}{200 - 10,5} = 0,22 \text{ см};$$

$$y_c = 0.$$

4 Осевые и центробежные моменты инерции сечения

$$I_{x_c} = (I_{x_1} + a_1^2 A_1) - (I_{x_2} + a_2^2 A_2) = 6666,67 - 21,44 = 6645,23 \text{ см}^4;$$

$$I_{y_c} = (I_{y_1} + b_1^2 A_1) - (I_{y_2} + b_2^2 A_2) = (1666,67 + 0,22^2 \cdot 200) - (5,25 + 4,22^2 \cdot 10,5) = 1484,11 \text{ см}^4;$$

$$I_{x_c y_c} = 0$$

$$a_1 = y_1 - y_c = 0; \quad b_1 = x_1 - x_c = 0 - 0,22 = -0,22 \text{ см};$$

$$a_2 = y_2 - y_c = 0; \quad b_2 = x_2 - x_c = -4 - 0,22 = -4,22 \text{ см}.$$

5 Главные моменты инерции

$$I_{x_c} > I_{y_c}$$

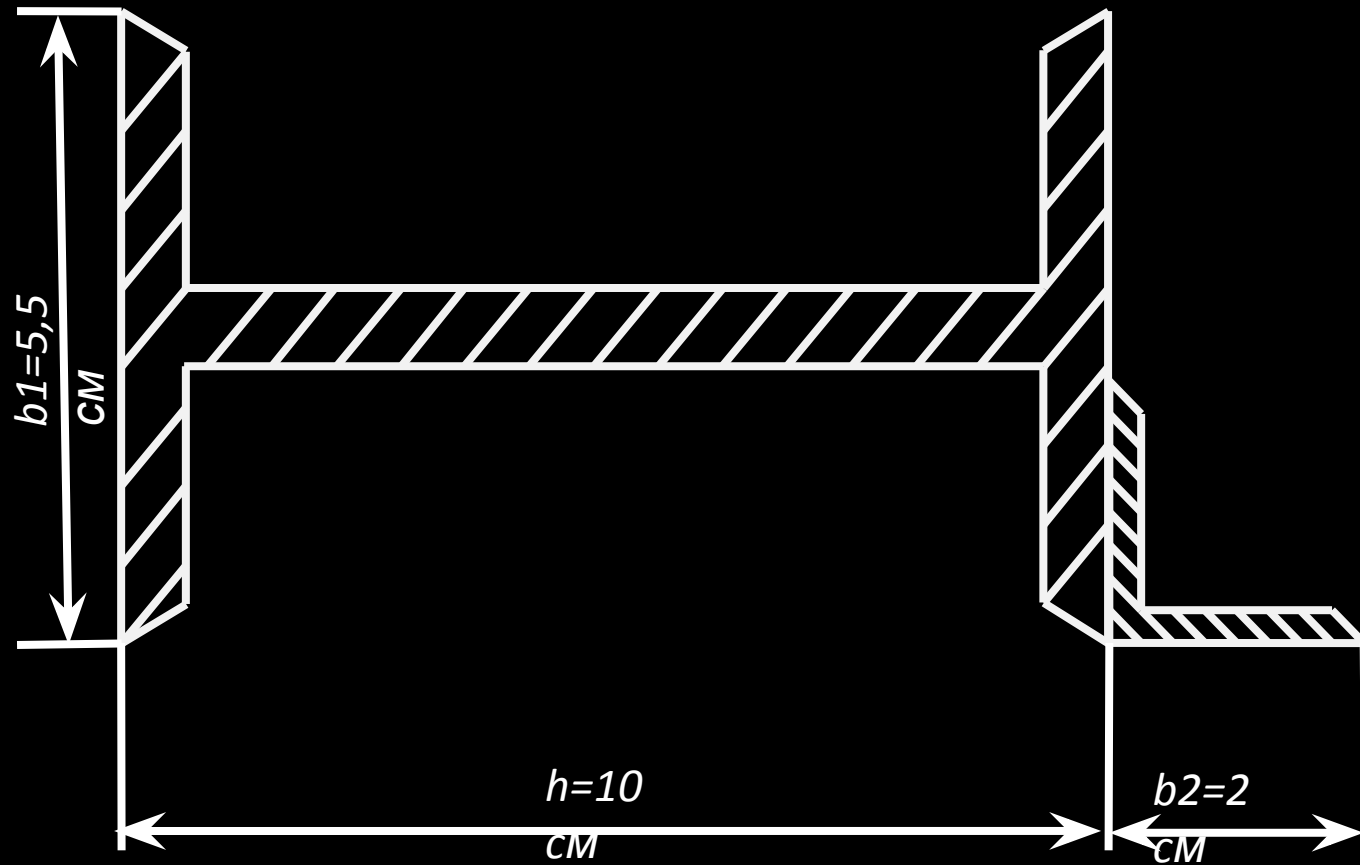
$$I_{\max} = I_u = 6645,23 \text{ см}^4, \quad I_{\min} = I_v = 1484,11 \text{ см}^4,$$

6 Главные радиусы инерции

$$i_u = \sqrt{\frac{I_u}{A}} = \sqrt{\frac{6645,23}{189,5}} = 5,9 \text{ см},$$

$$i_v = \sqrt{\frac{I_v}{A}} = \sqrt{\frac{1484,11}{189,5}} = 2,8 \text{ см}.$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПЛОСКОГО СОСТАВНОГО НЕСИММЕТРИЧНОГО СЕЧЕНИЯ



1 Разбить сложное сечение на простые фигуры и их пронумеровать.

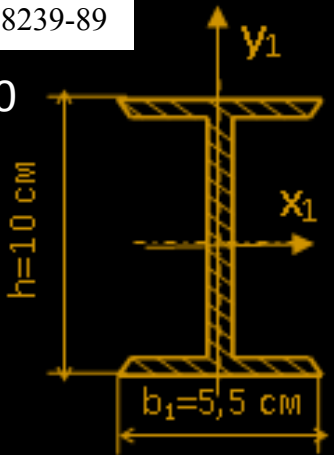
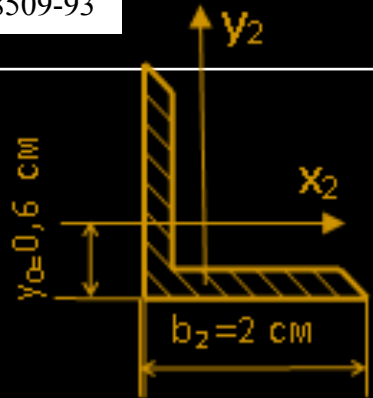
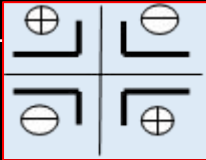
2 Провести собственные центральные оси ($x_1, y_1; x_2, y_2$) каждой простой фигуры.

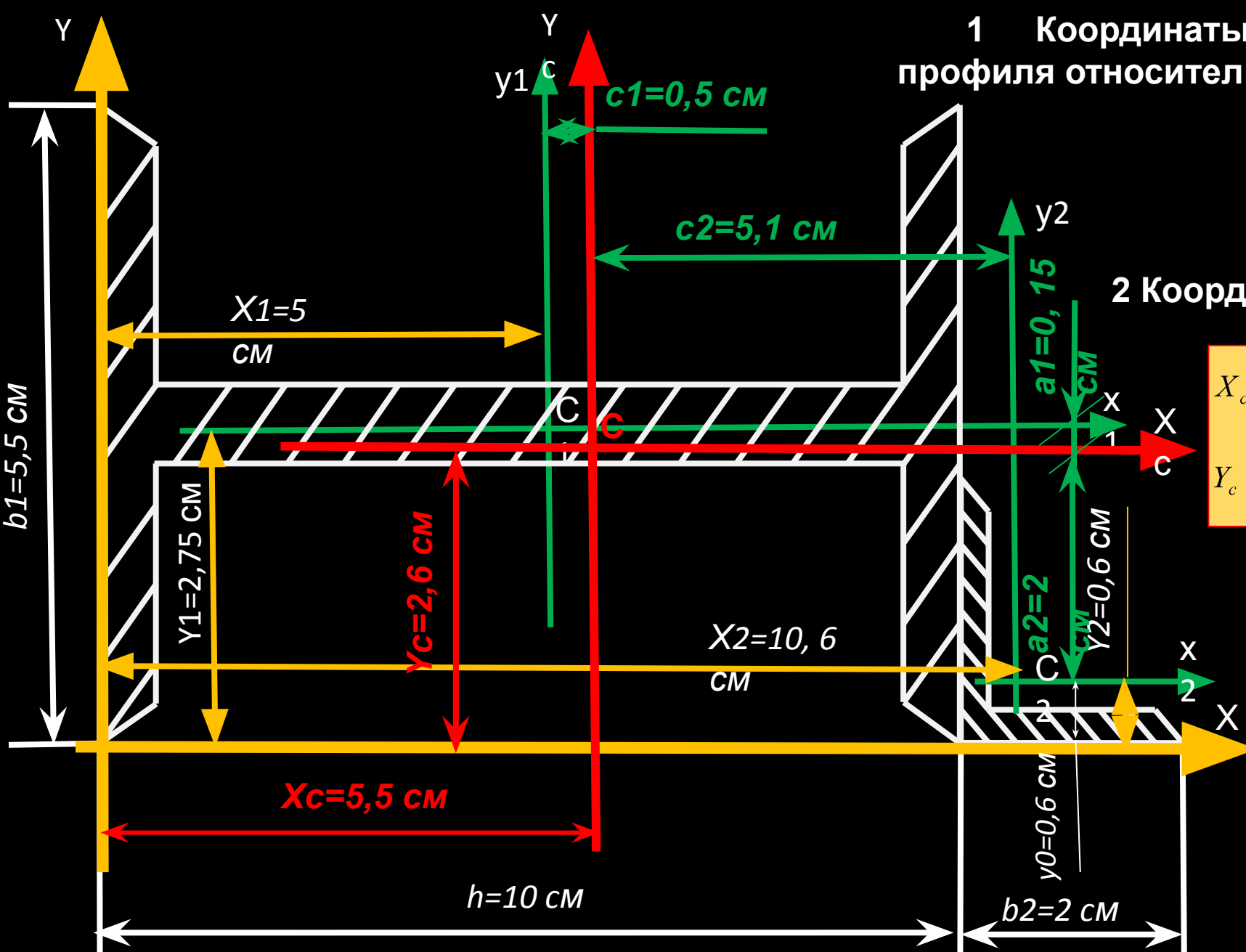
ГОСТ 8239-89

<http://docs.cntd.ru/document/1200004409>

ГОСТ 8509-93

<http://docs.cntd.ru/document/1200001025>

Простые фигуры		Геометрические характеристики	
<p>ГОСТ 8239-89</p> <p>№ 10</p> 	Площадь фигуры	$A_1 = 12 \text{ см}^2$	
	Осевые моменты инерции	$I_{x_1} = 198 \text{ см}^4;$	$I_{y_1} = 17,9 \text{ см}^4$
	Центробежный момент инерции	$I_{x_1 y_1} = 0$	
<p>ГОСТ 8509-93</p> <p>№ 2Х3</p> 	Площадь фигуры	$I_{x_2} = I_{y_2} = 0,4 \text{ см}^2$	
	Осевые моменты инерции		
	Центробежный момент инерции	$I_{x_1 y_1} = -0,23 \text{ см}^4$	



1 Координаты центра тяжести каждого профиля относительно вспомогательных осей

$$X_1 = \frac{h}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ см}; \quad Y_1 = \frac{b_1}{2} = \frac{5,5}{2} = 2,75 \text{ см};$$

$$X_2 = h + x_0 = 10 + 0,6 = 10,6 \text{ см}; \quad Y_2 = y_0 = 0,6 \text{ см}.$$

2 Координаты центра тяжести сечения

$$X_c = \frac{X_1 A_1 + X_2 A_2}{A_1 + A_2} = \frac{5 \cdot 12 + 10,6 \cdot 1,13}{12 + 1,13} = 5,5 \text{ см};$$

$$Y_c = \frac{Y_1 A_1 + Y_2 A_2}{A_1 + A_2} = \frac{2,75 \cdot 12 + 0,6 \cdot 1,13}{12 + 1,13} = 2,6 \text{ см}.$$

3 Расстояния между осями

$$a_1 = y_1 - y_c = 2,75 - 2,6 = 0,15 \text{ см};$$

$$a_2 = y_2 - y_c = 0,6 - 2,6 = -2 \text{ см}$$

$$c_1 = x_1 - x_c = 5 - 5,5 = -0,5 \text{ см};$$

$$c_2 = x_2 - x_c = 10,6 - 5,5 = 5,1 \text{ см}.$$

x, y – вспомогательные оси

4 Осевые и центробежные моменты инерции сечения

$$I_{x_c} = (I_{x_1} + a_1^2 A_1) + (I_{x_2} + a_2^2 A_2) = (17,9 + 0,15^2 \cdot 12) + (0,4 + 2^2 \cdot 1,13) = 23,09 \text{ см}^2;$$

$$I_{y_c} = (I_{y_1} + c_1^2 A_1) + (I_{y_2} + c_2^2 A_2) = (198 + 0,5^2 \cdot 12) + (0,4 + 5,1^2 \cdot 1,13) = 230,79 \text{ см}^2;$$

$$I_{x_c y_c} = (I_{x_1 y_1} + a_1 c_1 A_1) + (I_{x_2 y_2} + a_2 c_2 A_2) = (0 + 0,15 \cdot (-0,5) \cdot 12) + (-0,23 + (-2) \cdot 5,1 \cdot 1,13) = -12,6 \text{ см}^2.$$

5 Положение главных осей

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2I_{x_c y_c}}{I_{y_c} - I_{x_c}} = -\frac{2 \cdot 12,6}{230,79 - 23,09} = -0,12$$

$$\alpha_0 = -\frac{\operatorname{arctg} 0,12}{2} \cong -3^\circ$$

6 Главные моменты инерции

$$I_{\frac{\max}{\min}} = \frac{I_{x_c} + I_{y_c}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(I_{y_c} - I_{x_c})^2 + 4I_{x_c y_c}^2} =$$

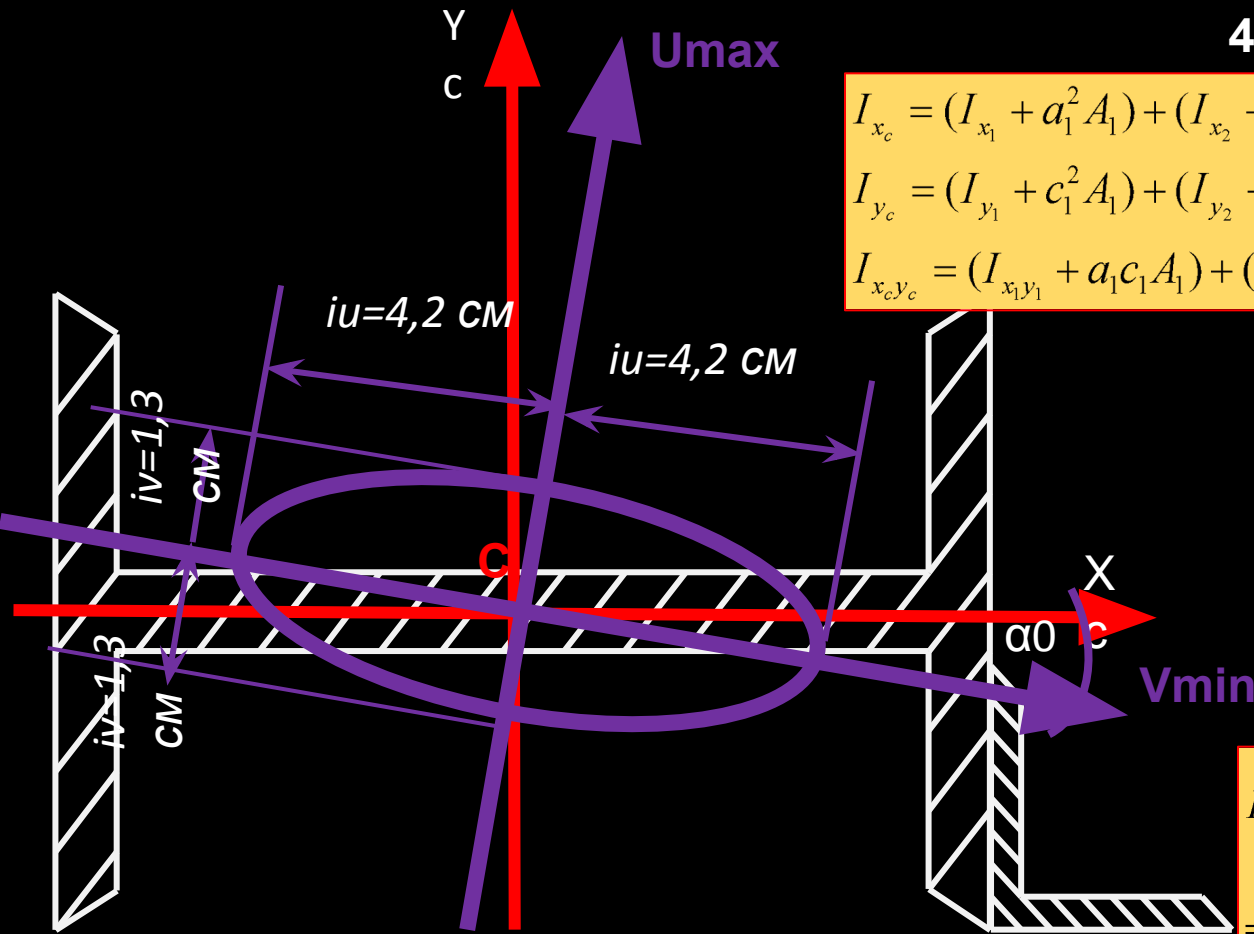
$$= \frac{23,09 + 230,79}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(230,79 - 23,09)^2 + 4 \cdot (-12,6)^2} = 126,94 \pm 104,564 \text{ см}^4.$$

$$I_{\max} = I_u = 231,5 \text{ см}^4, \quad I_{\min} = I_v = 22,38 \text{ см}^4$$

7 Главные радиусы инерции

$$i_u = \sqrt{\frac{I_u}{A}} = \sqrt{\frac{231,48}{13,13}} = 4,2 \text{ см},$$

$$i_v = \sqrt{\frac{I_v}{A}} = \sqrt{\frac{22,38}{13,13}} = 1,3 \text{ см}.$$



$$I_{y_c} \geq I_{x_c}$$



Максимальный момент инерции сечения относительно оси, находящейся на минимальном угловом расстоянии от оси u