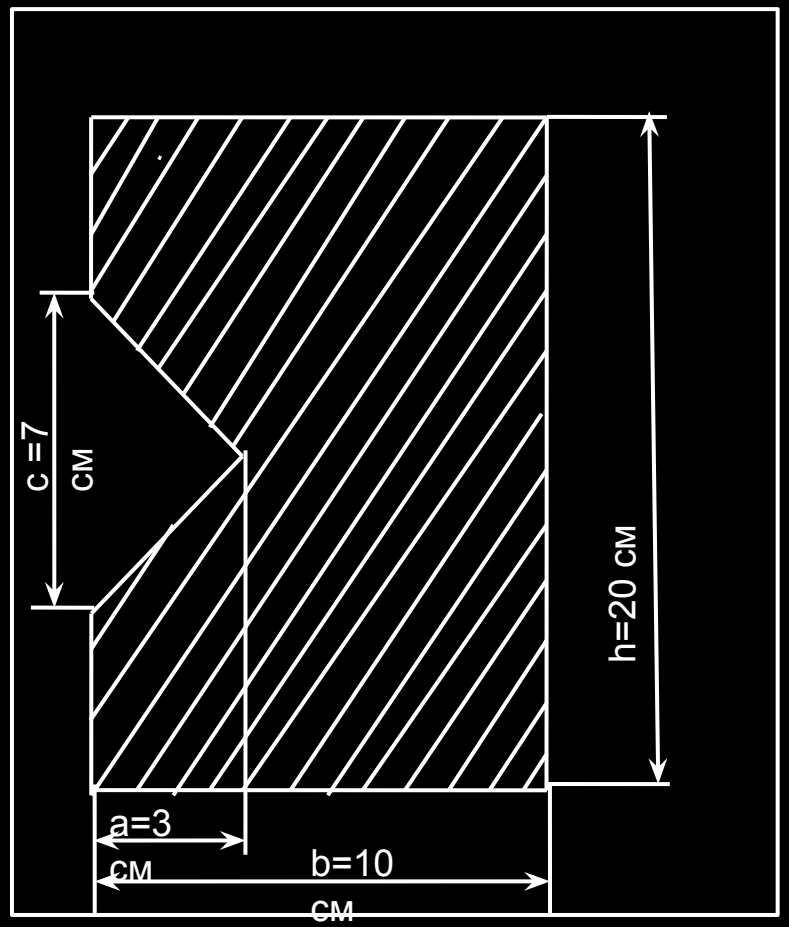
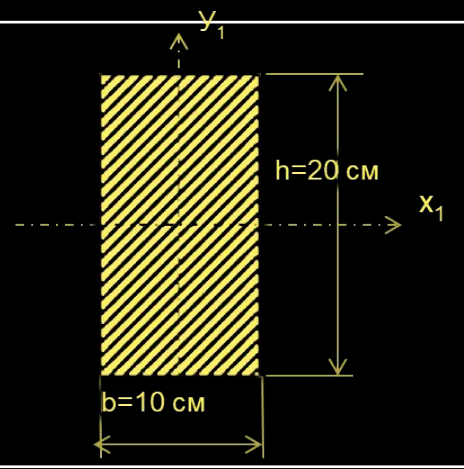
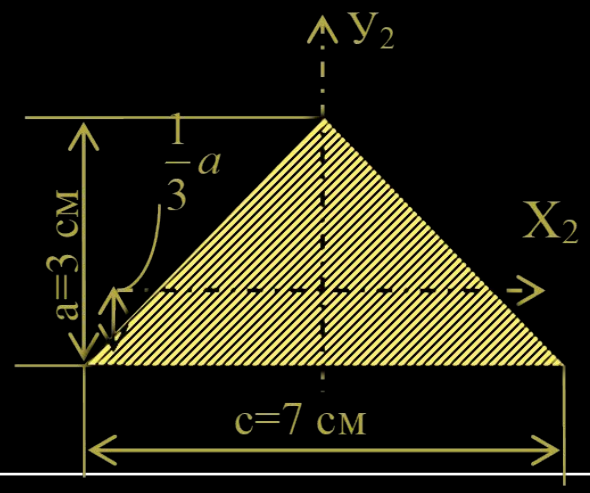
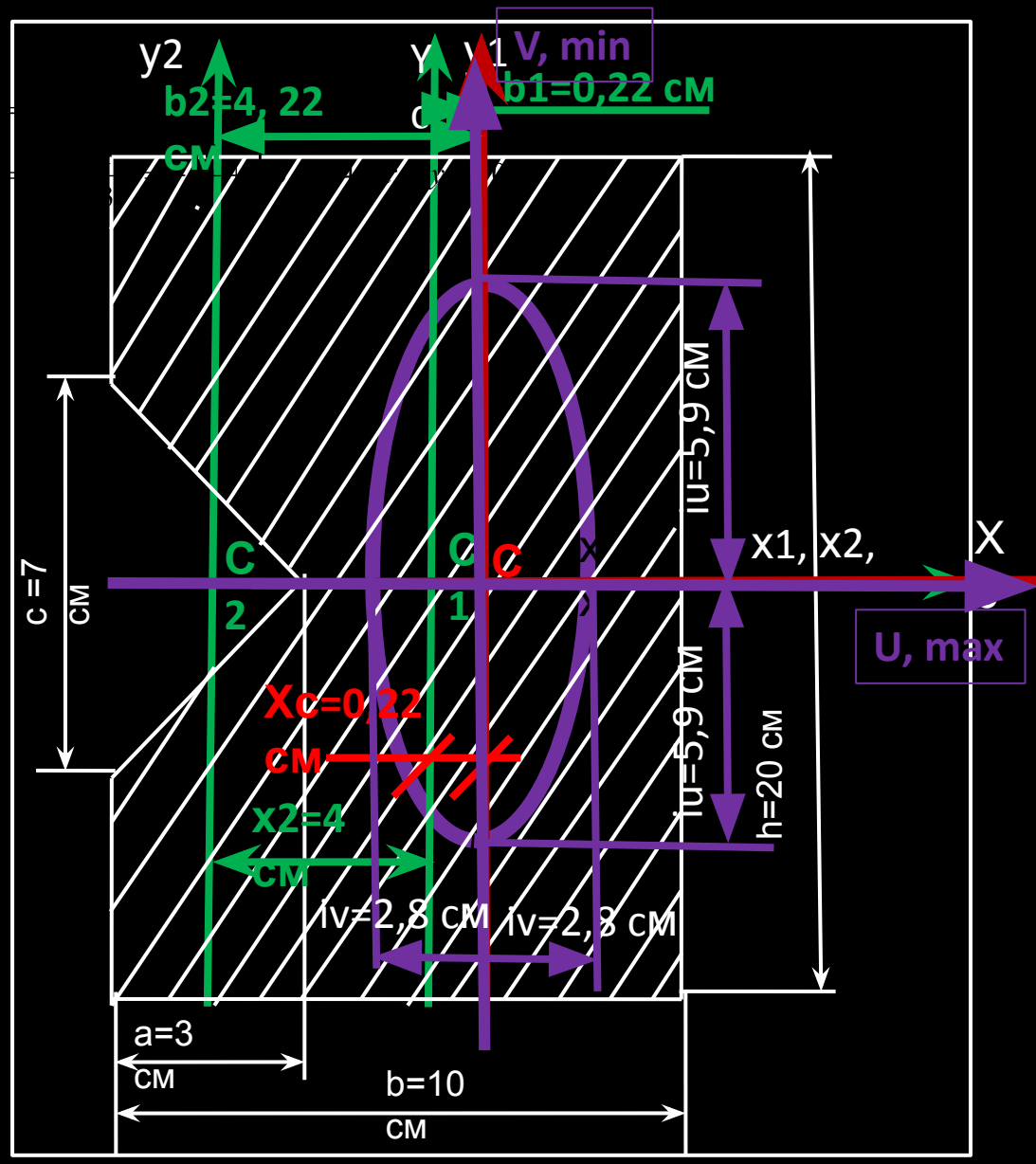
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПЛОСКОГО СОСТАВНОГО СИММЕТРИЧНОГО СЕЧЕНИЯ



1 Разбить сложное сечение на простые фигуры и их пронумеровать.
2 Провести собственные центральные оси (x_1,y_1; x_2,y_2) каждой простой фигуры.

Простая фигура	Геометрические характеристики	
	Площадь фигуры	$A_1 = b \cdot h = 10 \cdot 20 = 200\ см^2$
	Осевые моменты инерции	$I_{x_1} = \frac{bh^3}{12} = \frac{10 \cdot 20^3}{12} = 6666{,}67\ см^4;$ $I_{y_1} = \frac{b^3 h}{12} = \frac{10^3 \cdot 20}{12} = 1666{,}67\ см^4$
	Центробежный момент инерции	$I_{x_1 y_1} = 0$
	Площадь фигуры	$A_2 = \frac{1}{2} c \cdot a = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 3 = 10{,}5\ см^2$
	Осевые моменты инерции	$I_{x_2} = \frac{ca^3}{36} = \frac{7 \cdot 3^3}{36} = 5{,}25\ см^4;$ $I_{y_2} = \frac{c^3 a}{48} = \frac{7^3 \cdot 3}{48} = 21{,}44\ см^4$
	Центробежный момент инерции	$I_{x_2 y_2} = 0$



x1, y1 – вспомогательные оси

2 Координаты центров тяжестей простых фигур относительно вспомогательных осей

$$x_1 = 0\,см; \quad y_1 = 0$$

$$x_2 = -(\frac{b}{2} - \frac{1}{3}a) = -(\frac{10}{2} - \frac{1}{3}3) = -4\,см; \quad y_2 = 0.$$

3 Координаты центра тяжести рассматриваемого сечения

$$x_c = \frac{x_1 A_1 - x_2 A_2}{A_1 - A_2} = \frac{0 \cdot 200 - (-4) \cdot 10{,}5}{200 - 10{,}5} = 0{,}22\,см;$$

$$y_c = 0.$$

4 Осевые и центробежный моменты инерции сечения

$$I_{x_c} = (I_{x_1} + a_1^2 A_1) - (I_{x_2} + a_2^2 A_2) = 6666{,}67 - 21{,}44 = 6645{,}23\,см^4;$$

$$I_{y_c} = (I_{y_1} + b_1^2 A_1) - (I_{y_2} + b_2^2 A_2) = (1666{,}67 + 0{,}22^2 \cdot 200) - (5{,}25 + 4{,}22^2 \cdot 10{,}5) = 1484{,}11\,см^4;$$

$$I_{x_c y_x} = 0$$

$$a_1 = y_1 - y_C = 0; \qquad b_1 = x_1 - x_c = 0 - 0{,}22 = -0{,}22\,см;$$

$$a_2 = y_2 - y_C = 0; \qquad b_2 = x_2 - x_c = -4 - 0{,}22 = -4{,}22\,см.$$

5 Главные моменты инерции

$$I_{x_c} > I_{y_c}$$

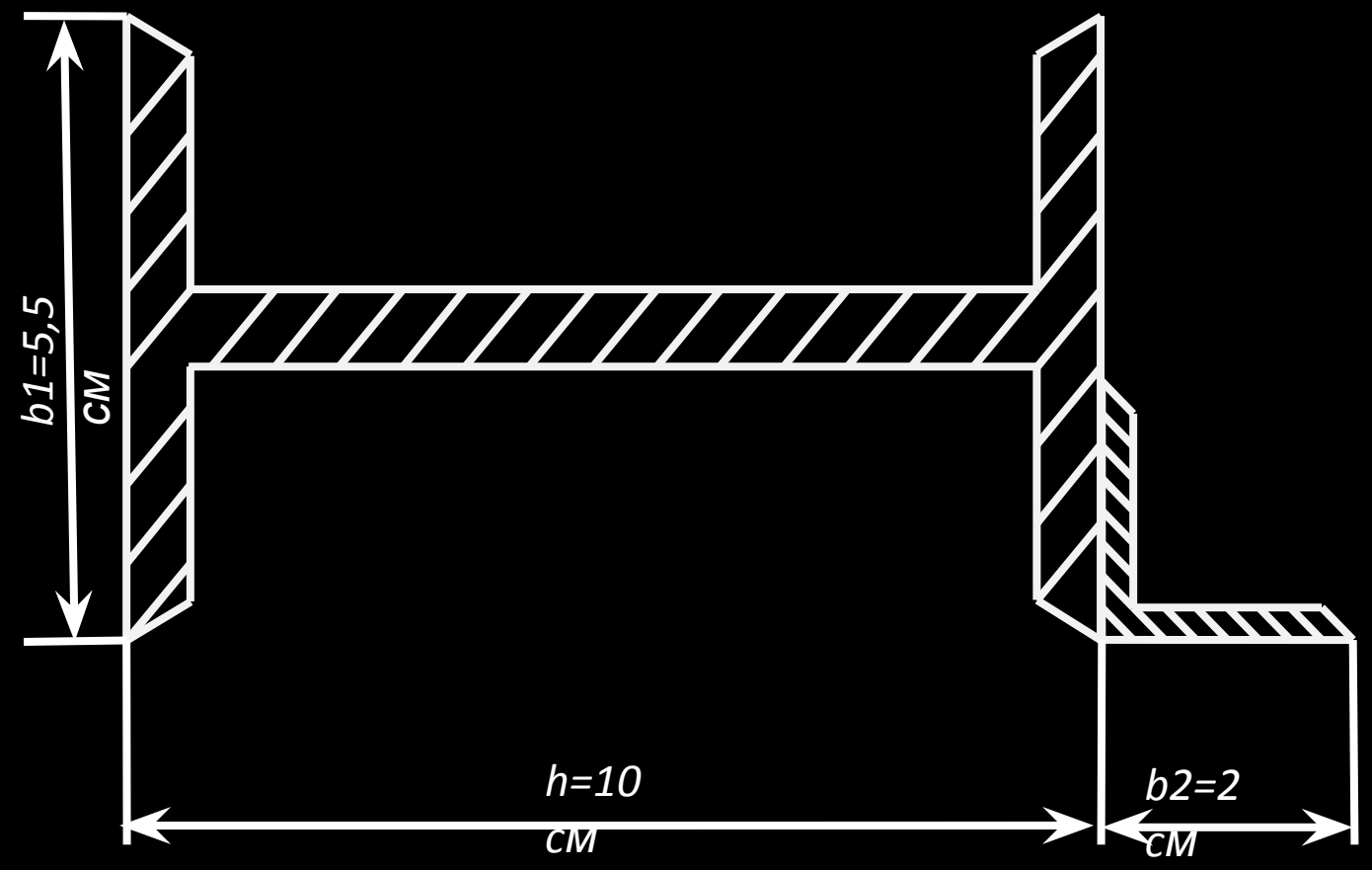
$$I_{\max} = I_u = 6645{,}23\,см^4, \quad I_{\min} = I_v = 1484{,}11\,см^4,$$

6 Главные радиусы инерции

$$i_u = \sqrt{\frac{I_u}{A}} = \sqrt{\frac{6645{,}23}{189{,}5}} = 5{,}9\,см,$$

$$i_v = \sqrt{\frac{I_v}{A}} = \sqrt{\frac{1484{,}11}{189{,}5}} = 2{,}8\,см.$$

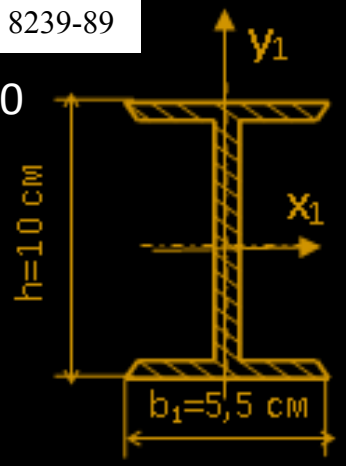
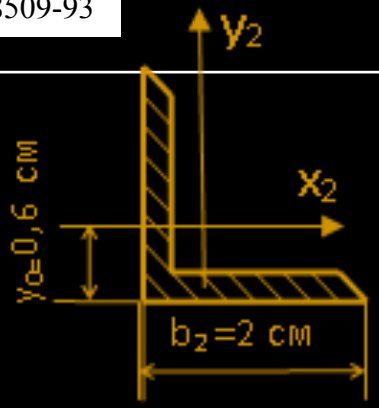
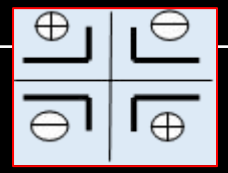
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПЛОСКОГО СОСТАВНОГО НЕСИММЕТРИЧНОГО СЕЧЕНИЯ

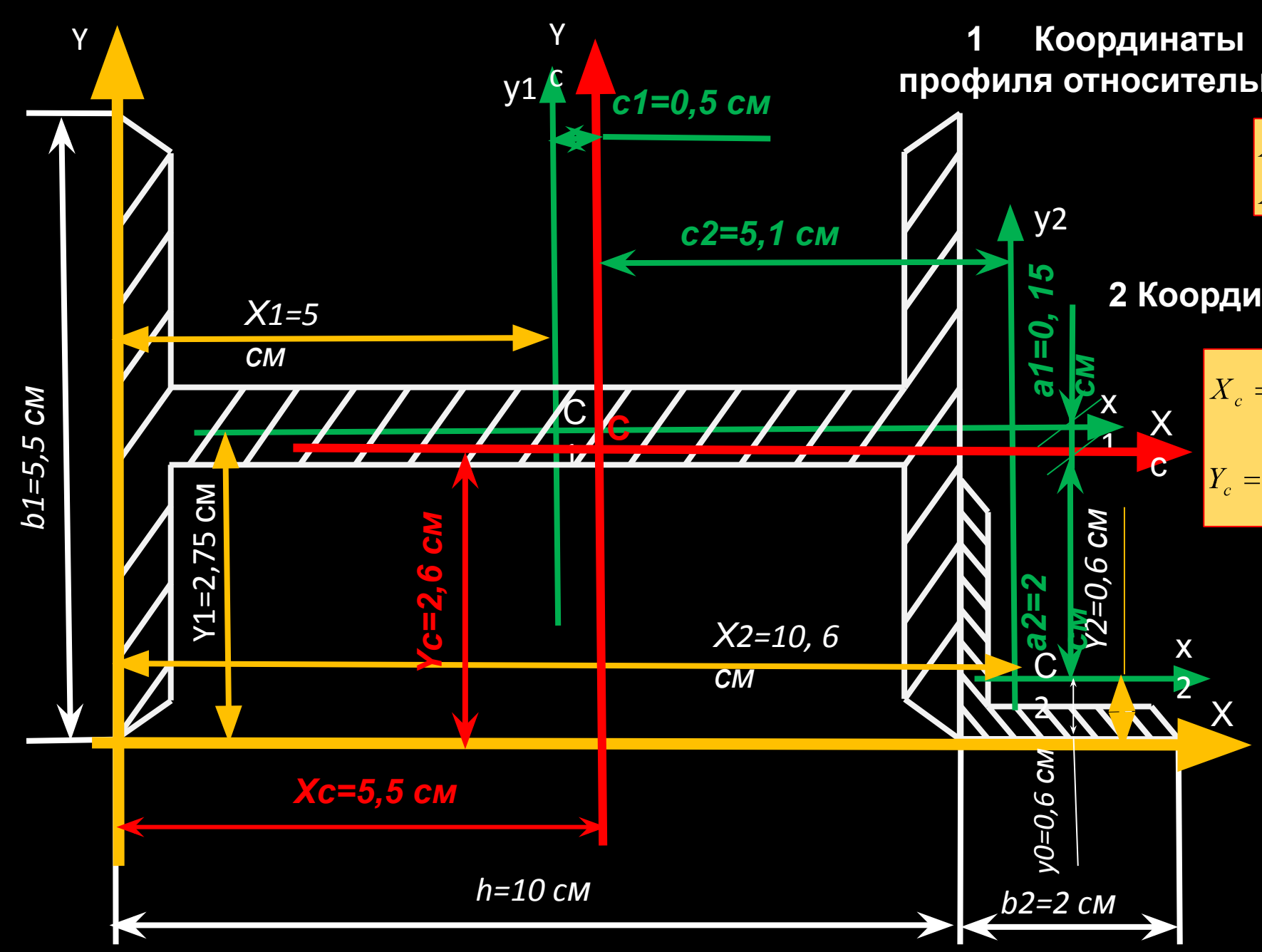


1 Разбить сложное сечение на простые фигуры и их пронумеровать.
2 Провести собственные центральные оси (x_1,y_1; x_2,y_2) каждой простой фигуры.

ГОСТ 8239-89 http://docs.cntd.ru/document/1200004409

ГОСТ 8509-93 http://docs.cntd.ru/document/1200001025

Простые фигуры	Геометрические характеристики	
ГОСТ 8239-89 № 10 	Площадь фигуры	$A_1 = 12\ см^2$
	Осевые моменты инерции	$I_{x_1} = 198\,см^4;$ $I_{y_1} = 17{,}9\,см^4$
	Центробежный момент инерции	$I_{x_1 y_1} = 0$
ГОСТ 8509-93 № 2x3 	Площадь фигуры	$A_2 = 1{,}13\,см^2$
	Осевые моменты инерции	$I_{x_2} = I_{y_2} = 0{,}4\,см^2$
	Центробежный момент инерции	 $I_{x_1 y_1} = -0{,}23\,см^4$



x, y – вспомогательные оси

1 Координаты центра тяжести каждого профиля относительно вспомогательных осей

$$X_1 = \frac{h}{2} = \frac{10}{2} = 5\,см; \qquad Y_1 = \frac{b1}{2} = \frac{5,5}{2} = 2,75\,см;$$

$$X_2 = h + x_0 = 10 + 0,6 = 10,6\,см; \qquad Y_2 = y_0 = 0,6\,см.$$

2 Координаты центра тяжести сечения

$$X_c = \frac{X_1 A_1 + X_2 A_2}{A_1 + A_2} = \frac{5 \cdot 12 + 10,6 \cdot 1,13}{12 + 1,13} = 5,5\,см;$$

$$Y_c = \frac{Y_1 A_1 + Y_2 A_2}{A_1 + A_2} = \frac{2,75 \cdot 12 + 0,6 \cdot 1,13}{12 + 1,13} = 2,6\,см.$$

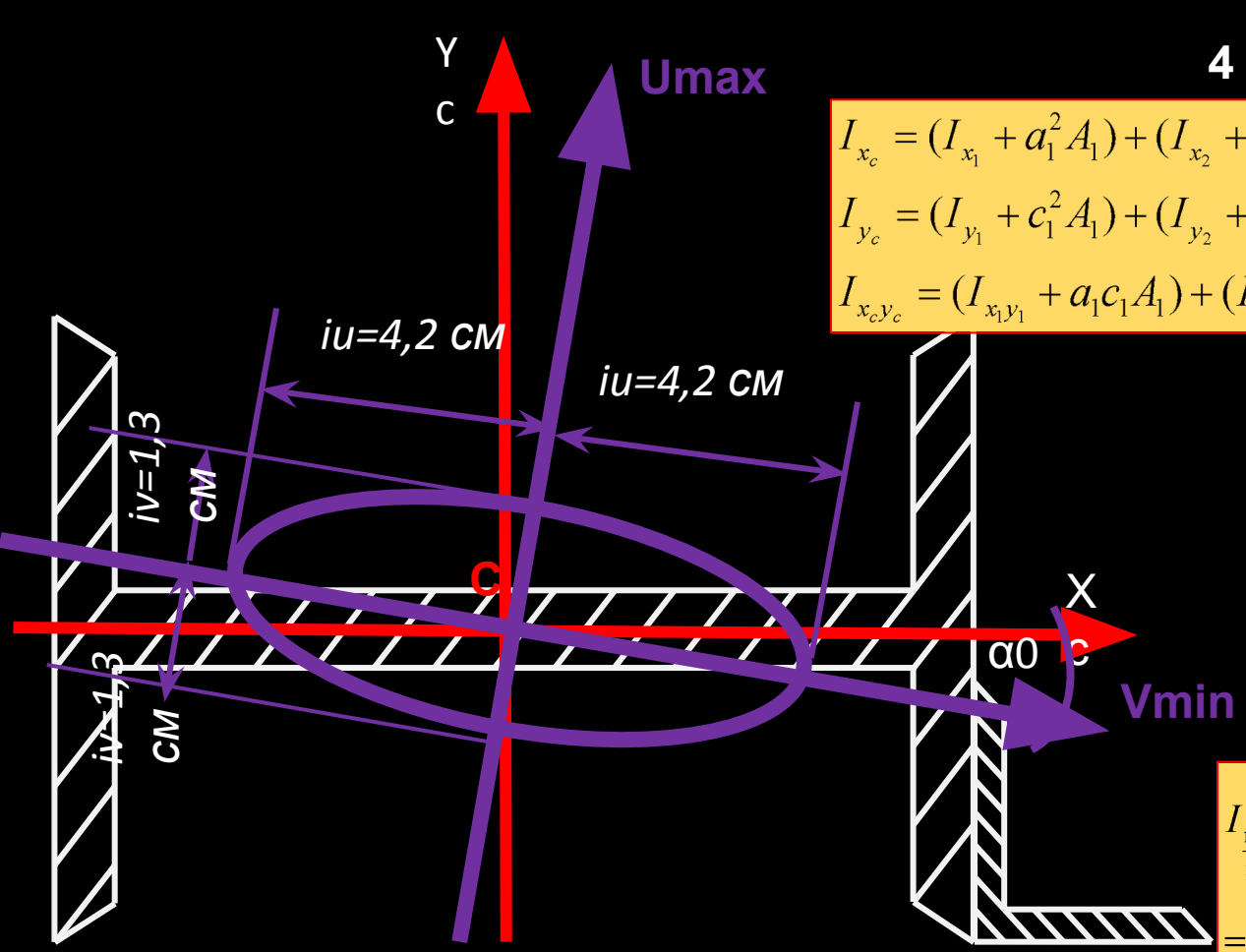
3 Расстояния между осями

$$a_1 = y_1 - y_c = 2,75 - 2,6 = 0,15\,см;$$

$$a_2 = y_2 - y_c = 0,6 - 2,6 = -2\,см$$

$$c_1 = x_1 - x_c = 5 - 5,5 = -0,5\,см;$$

$$c_2 = x_2 - x_c = 10,6 - 5,5 = 5,1\,см.$$



4 Осевые и центробежный моменты инерции сечения

$$I_{x_c} = (I_{x_1} + a_1^2 A_1) + (I_{x_2} + a_2^2 A_2) = (17{,}9 + 0{,}15^2 \cdot 12) + (0{,}4 + 2^2 \cdot 1{,}13) = 23{,}09\,см^2;$$

$$I_{y_c} = (I_{y_1} + c_1^2 A_1) + (I_{y_2} + c_2^2 A_2) = (198 + 0{,}5^2 \cdot 12) + (0{,}4 + 5{,}1^2 \cdot 1{,}13) = 230{,}79\,см^2;$$

$$I_{x_c y_c} = (I_{x_1 y_1} + a_1 c_1 A_1) + (I_{x_2 y_2} + a_2 c_2 A_2) = (0 + 0{,}15 \cdot (-0{,}5) \cdot 12) + (-0{,}23 + (-2) \cdot 5{,}1 \cdot 1{,}13) = -12{,}6\,см^2.$$

5 Положение главных осей

$$tg 2\alpha_0 = \frac{2 I_{x_c y_c}}{I_{y_c} - I_{x_c}} = -\frac{2 \cdot 12{,}6}{230{,}79 - 23{,}09} = -0{,}12$$

$$\alpha_0 = -\frac{arctg\, 0{,}12}{2} \cong -3^0$$

6 Главные моменты инерции

$$I_{\frac{\max}{\min}} = \frac{I_{x_c} + I_{y_c}}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(I_{y_c} - I_{x_c})^2 + 4 I_{x_c y_c}^2} =$$

$$= \frac{23{,}09 + 230{,}79}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(230{,}79 - 23{,}09)^2 + 4 \cdot (-12{,}6)^2} = 126{,}94 \pm 104{,}564\,см^4.$$

$$I_{y_c} \geq I_{x_c}$$

Максимальный момент инерции сечения относительно оси, находящейся на минимальном угловом расстоянии от оси y

$$I_{\max} = I_u = 231{,}5\,см^4, \quad I_{\min} = I_v = 22{,}38\,см^4$$

7 Главные радиусы инерции

$$i_u = \sqrt{\frac{I_u}{A}} = \sqrt{\frac{231{,}48}{13{,}13}} = 4{,}2\,см,$$

$$i_v = \sqrt{\frac{I_v}{A}} = \sqrt{\frac{22{,}38}{13{,}13}} = 1{,}3\,см.$$