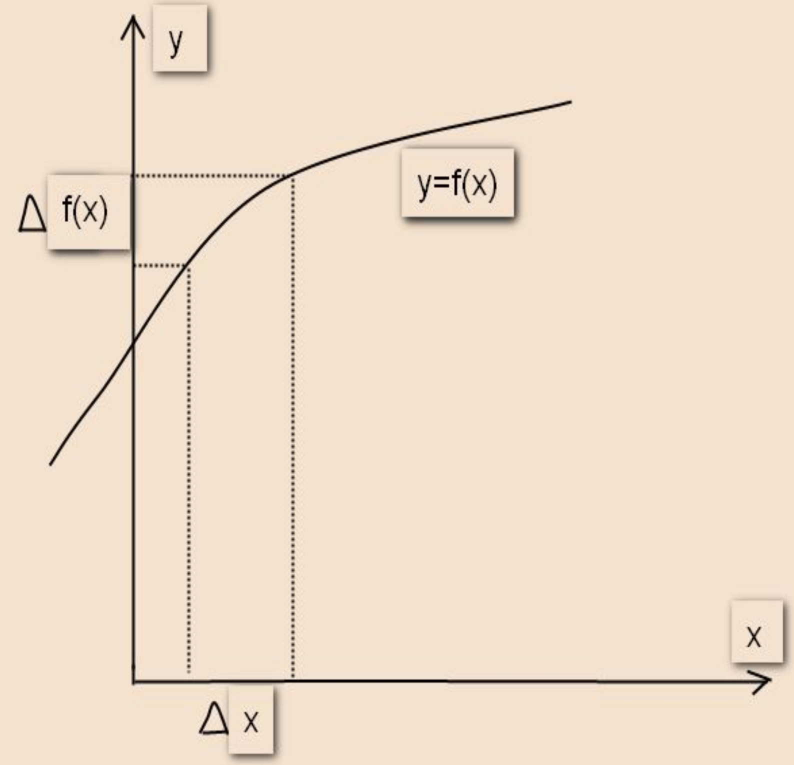
Первообразная

11 класс

Определение производной функции?

Производной функции в данной точке называется предел отношения приращения функции в этой точке к приращению аргумента, когда приращение аргумента , стремиться к нулю.

$$f^{/}(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$$



Устная работа

$(x-1)' = $ 1

$(12\text{-}x^4)' = $ $-4x^3$

$(\sin x - 5)' = $ cosx

$(6x - 4x^3)' = $ $6-12x^2$

$(\cos x + 12x)' = $ sinx+12

$(7x + \sqrt{x})' = $ $7+\frac{1}{2\sqrt{x}}$

Устная работа

$$(x^3)' = 3x^2$$

$$(C)' = 0$$

$$(\cos x)' = \sin x$$

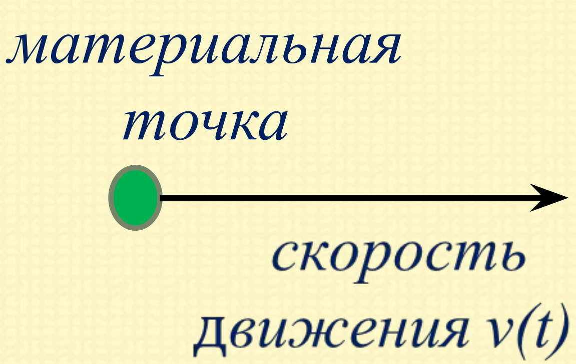
$$(4x)' = 4$$

$$(x^2 + 6x)' = 2x+6$$

Используя определение производной функции, решают ряд задач в алгебре, физике, химии.

Рассмотрим физический смысл производной.

Если материальная точка движется прямолинейно и её координата изменяется по закону $s(t)$, то скорость её движения $v(t)$ в момент времени t равна производной $s^{/}(t)$:



$$\boldsymbol{v(t) = s^{/}(t)}$$

Задача: Точка движется прямолинейно по закону $s(t) = t^3 + 2t$ (где $s(t)$ – измеряется в м). Найдите скорость точки в момент времени $t=2$с.

Решение:

$$\mathbf{v(t) = s^{/}(t).}$$

$$v(t) = 3t^2 + 2$$

$$v(2) = 3\cdot 2^2 + 2 = 14 \text{ м/с}$$

Ответ: 14 м/с.

Что мы сделали за часть урока?

- Повторили определение производной функции и формулы дифференцирования.

- Решили задачу на применение производной: зная закон движения, нашли скорость при заданном времени.

В математике часто приходиться решать обратную задачу: зная скорость найти закон движения.

Задача: По прямой движется материальная точка, скорость которой в момент времени t задается формулой $v(t) = 3t^2$. Найдите закон движения.

Решение: Пусть s(t) – закон движения

так как $v(t) = s'(t)$

$s'(t) = 3t^2$, $s(t) = t^3$.

надо найти функцию, производная которой равна $3t^2$.

Эта задача решена верно, но не полно.

Эта задача имеет бесконечное множество решений.

$s(t)=t^3$ $\quad s'(t)= 3t^2$

$s(t)=t^3+2$ $\quad s'(t)= 3t^2$

$s(t)=t^3+5$ $\quad s'(t)= 3t^2$

$s(t)=t^3+\frac{1}{2}$ $\quad s'(t) = 3t^2$

можно сделать вывод, что любая функция вида **$s(t)=t^3+C$** является решением данной задачи, где C любое число.

При решении задачи, мы, зная производную функции, восстановили ее первичный образ.

Эта операция восстановления - операция интегрирования.

Востановленная функция – первообразная (первичный образ функции)

Операция дифферен-цирования ↓

функция $y = F(x)$
(первообразная)
$y = f(x)$
производная

↑ Операция интегри-рования

Определение первообразной

$y = F(x)$ называют первообразной для $y = f(x)$ на промежутке X, если при $x \in X$

$$F'(x) = f(x)$$

Операция дифферен-цирования ↓

функция $y = F(x)$
(первообразная)
$y = f(x)$
производная

↑ Операция интегри-рования

В математике много операций которые являются обратными

$3^2 = 9$? $\sqrt{9} = 3$

$\sin\frac{\pi}{2} = 1$? $\arcsin 1 = \frac{\pi}{2}$

Сегодня мы познакомились с новой операцией
интегрирование ? дифференцирование

Запомните: Первообразная – это родитель производной: $F'(x)=f(x)$

Задача: Докажите, что функция y = F(x) является первообразной для функции y = f(x), если:

а) $F(x)=x^2+x^3$, $f(x)=2x+3x^2$

б) $F(x)=x^4-x^{11}$, $f(x)=4x^3-11x^{10}$

в) $F(x)=-4\cos x$, $f(x)=4\sin x$

г) $F(x)=-9\sin x$, $f(x)=-9\cos x$

f(x)	F(x)
1	

Задача:

Найдите все первообразные для функций:

$f(x)=3$

$f(x)= x^2$

$f(x)=cosx$

$f(x)=12$

$f(x)=x^5$

Три правила нахождения первообразных

Если функции $y=f(x)$ и $y=g(x)$ имеют на промежутке первообразные соответственно $y=F(x)$ и $y=G(x)$, то

Функция	Первообразная
$y = f(x) + g(x)$	$y = F(x) + G(x)$
$y = k\,f(x)$	$y = k\,F(x)$

Задача.

Для функции y=f(x) найдите хотя бы одну первообразную:

а) $f(x) = 4x^2 + 6x^2$

г) $f(x) = e^x + \frac{1}{x}$

б) $f(x) = -\sin x + 2\cos x$

д) $f(x) = \sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right)$

в) $f(x) = -13\sin x + \frac{5}{\cos^2 x}$

г) $f(x) = (4 - 5x)^4$

Самостоятельно

Для функции y=f(x) найдите хотя бы одну первообразную:

а) $f(x) = 3x^4 - 5x^2$

б) $f(x) = 3\cos x - \sin x$

в) $f(x) = \cos x + \frac{1}{\sin^2 x}$

г) $f(x) = \frac{1}{x} - 2e^x$

д) $f(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

г) $f(x) = (3x - 12)^4$

Первообразная

Подведем итоги урока.

С какой новой операцией вы познакомились?

Интегрирование.

Как называется процесс нахождения первообразной функции?

Интегрирование – это операция, которая является обратной для операции

дифференцирование.

Что значит найти первообразную для функции?

Нахождение первообразной функции.

Найти первичный образ функции, т.е. вид функции до того как нашли её производную.

Спасибо за урок …