1.47 Плоская электромагнитная волна

Волновое уравнение для плоской электромагнитной волны:

$$\boxed{\frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}; \quad \frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 H_x}{\partial t^2}} \quad (1)$$

$$E_x = E_z = 0 \quad ; \quad H_y = H_z = 0$$

Стандартным решением волнового уравнения являются

$$\left.\begin{aligned} E_y &= E_m \cos(\omega t - kz) \\ H_x &= -H_m \cos(\omega t - kz) \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad ; \quad \bar{k} = \frac{2\pi}{\lambda}\bar{n} \quad ; \quad v = \frac{\omega}{k} \quad (3)$$

$\bar{k}$ — волновой вектор; v — фазовая скорость.

Если эти уравнения подставить в промежуточные выражения (7) предидущего параграфа, то можно получить решения для H_x и E_y.

$$\frac{\partial E_y}{\partial z} = \mu\mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t} \quad \text{подставим } E_y$$

$$k E_m \sin(\omega t - kz) = \mu\mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t}$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{k E_m}{\mu\mu_0}\sin(\omega t - kz);$$

$$H_x = \frac{k E_m}{\mu\mu_0}(-1)\frac{1}{\omega}\cos(\omega t - kz) =$$

$$= -\frac{k E_m}{\omega\mu\mu_0}\cos(\omega t - kz) = -H_m \cos(\omega t - kz)$$

$$H_m = \frac{k E_m}{\omega\mu\mu_0} = \frac{\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon\mu_0\mu}}{\mu_0\mu}E_m = \sqrt{\frac{\varepsilon_0\varepsilon}{\mu_0\mu}}\,E_m \quad (*)$$

$$\frac{k}{\omega} = \frac{1}{v} = \sqrt{\varepsilon_0\varepsilon\mu\mu_0} \longleftarrow v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}, \quad \frac{1}{c^2} = \varepsilon_0\mu_0$$

$$\frac{E_m}{H_m} = \sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon\varepsilon_0}};$$

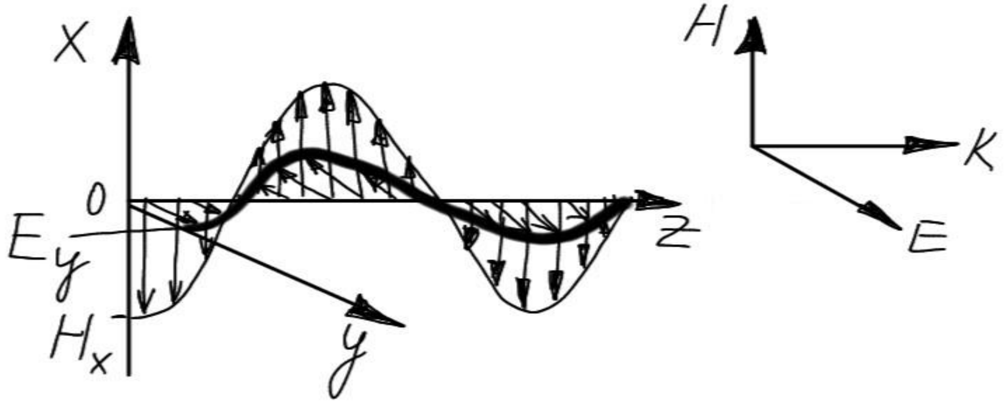
Тогда для вакуума: $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12} = \frac{10^{-9}}{36\pi}$

$$\frac{E_m}{H_m} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = \sqrt{\frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 36\pi}{10^{-9}}} =$$

$$= 2\cdot 6\cdot \pi\cdot 10 = 120\pi = 377\ (\text{Ом}) \quad (4)$$

Это волновое сопротивление свободного пространства.

"Моментальная фотография" электромагнитной волны:



Фаза прямой волны - $(\omega t - kz)$

Фаза братной волны - $(\omega t + kz)$

Или

$$\left.\begin{aligned} E_y &= E_m \cos(\omega t - kz) \\ E_y &= E_m e^{i(\omega t - kz)} \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

$$\left.\begin{aligned} H_x &= -H_m \cos(\omega t - kz) \\ H_x &= -H_m e^{i(\omega t - kz)} \end{aligned}\right\}$$

Покажем, как плоская бегущая волна перемещается во времени. Когда в выражении (5) фаза обращается в 0, то E_y или H_x достигают максимума и мы имеем:

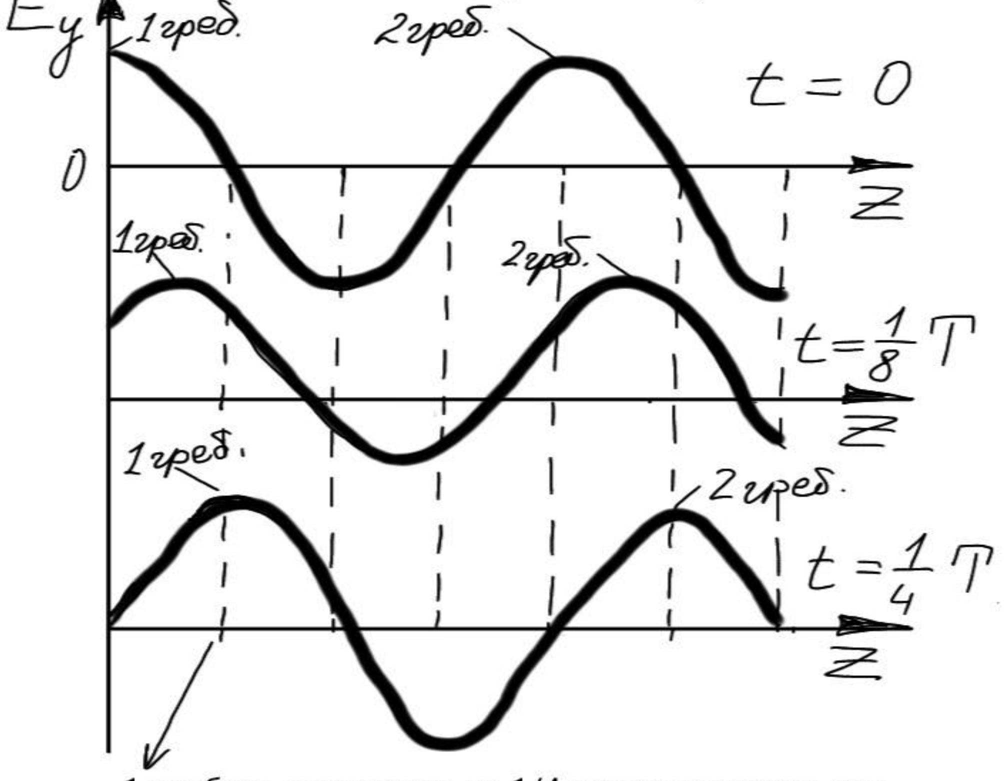
гребень волны

$$(\omega t - kz) = 0$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}; \quad \frac{\omega}{k} = v \Rightarrow \frac{v \cdot 2\pi}{\lambda} t - \frac{2\pi}{\lambda} z = 0$$

$$z = vt \quad \Rightarrow \quad v = \frac{z}{t}$$

фазовая скорость ЭМВ



1 гребень сместился на 1/4 периода, также сместились и остальные гребни.

Итак, скорость гребня волны есть ***фазовая скорость,*** или скорость распространения волны.

$$\boxed{v = \frac{\omega}{k}} \qquad (6)$$

Можно рассмотреть основные характеристики волны на примере упругих волн (пример).

1) Частицы среды не вовлекаются волной в поступательное движение, а лишь совершают колебания около своих положений равновесия.

2) Различают ***продольные*** и ***поперечные*** волны.

В продольных волнах частицы колеблются вдоль напрвления распространения волны. В поперечных волнах частцы колеблются в направлении перпендикулярном направлению распространения волны.

В ЭМВ векторы $\vec{E}$ и $\vec{H}$ колеблются перпендикулярно направлению распространения волны, поэтому ***ЭМВ поперечны.***

3) Геометрическое место точек, до которого доходят колебания к моменту времени t называется ***фронтом волны***. ***Волновой фронт*** это поверхность, которая отделяет часть пространства, вовлечённую в волновой процесс от области, где колебаний ещё нет.

4) Геометрическое место точек, где волны колеблются в одинаковой фазе, называется ***волновой поверхностью***.

Волновых поверхностей бесконечно много, волновой фронт в каждый момент времени только один.

5) Форма волновой поверхности определяет ***сферическую или плоскую волну.***

6) Расстояние, на которое распространяется волна за время, равное периоду колебаний, называется ***длиной волны.***

$$\boxed{\lambda = vT} \qquad (7)$$