

### 1.47 Плоская электромагнитная волна

Волновое уравнение для плоской электромагнитной волны:

$$\left| \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} = \frac{1}{\delta^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}; \frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} = \frac{1}{\delta^2} \frac{\partial^2 H_x}{\partial t^2} \right\} \quad (1)$$

$$E_x = E_z = 0; \quad H_y = H_z = 0$$

Стандартным решением волнового уравнения являются

$$\left. \begin{array}{l} E_y = E_m \cos(\omega t - Kz) \\ H_x = -H_m \cos(\omega t - Kz) \end{array} \right\} \quad (2)$$

$$K = \frac{2\pi}{\lambda} \quad ; \quad \bar{K} = \frac{2\pi}{\lambda} \bar{n} \quad ; \quad \mathcal{V} = \frac{\omega}{K} \quad (3)$$

$\bar{K}$  — волновой вектор;  $\mathcal{V}$  — фазовая скорость.

Если эти уравнения подставить в промежуточные выражения (7) предыдущего параграфа, то можно получить решения для  $H_y$  и  $E_y$ .

$$\frac{\partial E_y}{\partial z} = \mu M_0 \frac{\partial H_x}{\partial t} \quad \text{подставим } E_y$$

$$K E_m \sin(\omega t - Kz) = \mu M_0 \frac{\partial H_y}{\partial t}$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{K E_m}{\mu M_0} \sin(\omega t - Kz);$$

$$\begin{aligned} H_x &= \frac{K E_m}{\mu M_0} (-1)^{\frac{1}{\omega}} \cos(\omega t - Kz) = \\ &= -\frac{K E_m}{\omega \mu M_0} \cos(\omega t - Kz) = -H_m \cos(\omega t - Kz) \end{aligned}$$

$$H_m = \frac{K E_m}{\omega \mu M_0} = \frac{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon M_0 M}}{M_0 M} E_m = \sqrt{\frac{\epsilon_0 \epsilon}{M_0 M}} E_m \quad (*)$$

$$\frac{K}{\omega} = \frac{1}{\delta} = \sqrt{\frac{\epsilon_0 \epsilon M}{M_0}} \quad \leftarrow \begin{array}{l} \omega = \frac{C}{\sqrt{\epsilon M}} \\ \frac{1}{C^2} = \epsilon_0 M_0 \end{array}$$

$$\frac{E_m}{H_m} = \sqrt{\frac{M_0 M}{\epsilon_0 \epsilon}};$$

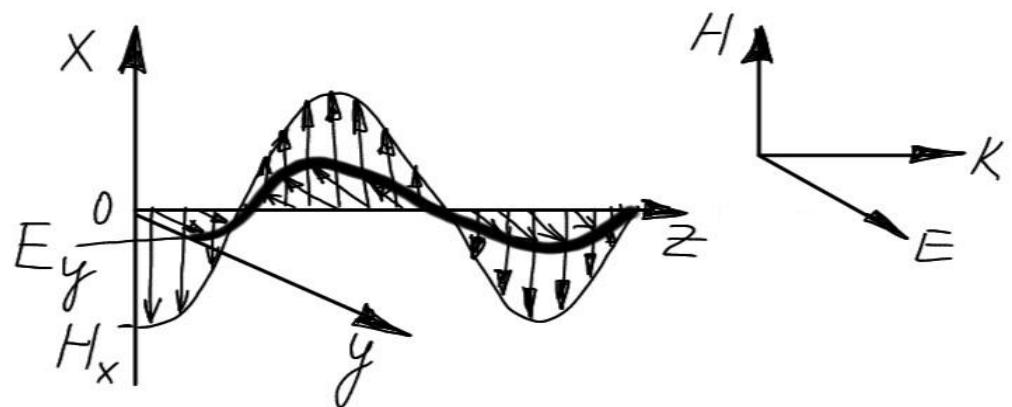
$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} = \frac{10^{-9}}{36\pi}$$

Тогда для вакуума:

$$\begin{aligned} \frac{E_m}{H_m} &= \sqrt{\frac{M_0}{\epsilon_0}} = \sqrt{\frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 36\pi}{10^{-9}}} = \\ &= 2 \cdot 6 \cdot \pi \cdot 10 = 120\pi = 377 \text{ (Ом)} \quad (4) \end{aligned}$$

Это волновое сопротивление свободного пространства.

"Моментальная фотография" электромагнитной волны:



Фаза прямой волны -  $(\omega t - kz)$

Фаза братной волны -  $(\omega t + kz)$

$$\left. \begin{aligned} E_y &= E_m \cos(\omega t - kz) \\ E_y &= E_m e^{i(\omega t - kz)} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} H_x &= -H_m \cos(\omega t - kz) \\ H_x &= -H_m e^{i(\omega t - kz)} \end{aligned} \right\}$$

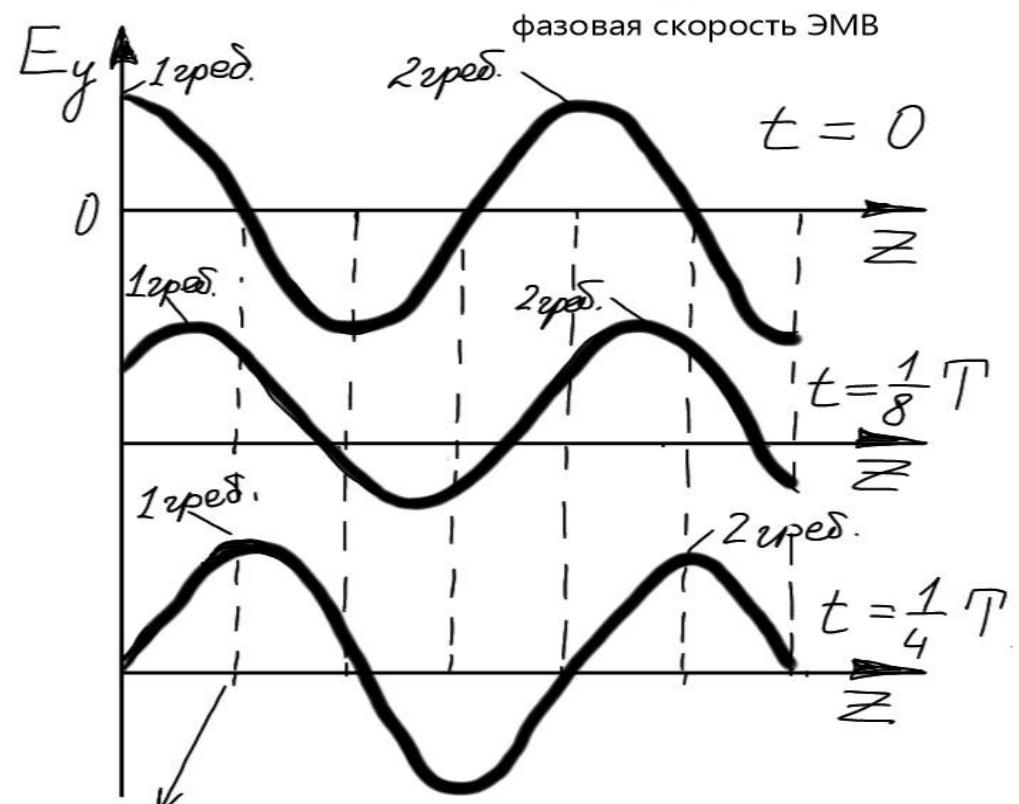
Покажем, как плоская бегущая волна перемещается во времени. Когда в выражении (5) фаза обращается в 0, то  $E_y$  или  $H_x$  достигают максимума и мы имеем:

гребень волны

$$(\omega t - kz) = 0$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}; \quad \frac{\omega}{k} = v \Rightarrow \frac{v \cdot 2\pi}{\lambda} t - \frac{2\pi}{\lambda} z = 0$$

$$z = vt \Rightarrow v = \frac{z}{t}$$



1 гребень сместился на  $1/4$  периода, также сместились и остальные гребни.

Итак, скорость гребня волны есть **фазовая скорость**, или скорость распространения волны.

$$v = \frac{\omega}{k} \quad (6)$$

Можно рассмотреть основные характеристики волны на примере упругих волн (пример).

1) Частицы среды не вовлекаются волной в поступательное движение, а лишь совершают колебания около своих положений равновесия.

2) Различают **продольные** и **поперечные** волны.

В продольных волнах частицы колеблются вдоль направления распространения волны. В поперечных волнах частицы колеблются в направлении перпендикулярном направлению распространения волны.

В ЭМВ векторы  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  колеблются перпендикулярно направлению распространения волны, поэтому **ЭМВ поперечны**.

3) Геометрическое место точек, до которых доходят колебания к моменту времени  $t$  называется **фронтом волны**. **Волновой фронт** это поверхность, которая отделяет часть пространства, вовлечённую в волновой процесс от области, где колебаний ещё нет.

4) Геометрическое место точек, где волны колеблются в одинаковой фазе, называется **волновой поверхностью**.

Волновых поверхностей бесконечно много, волновой фронт в каждый момент времени только один.

5) Форма волновой поверхности определяет **сферическую или плоскую волну**.

6) Расстояние, на которое распространяется волна за время, равное периоду колебаний, называется **длиной волны**.

$$\lambda = vT \quad (7)$$

