

1.47 Плоская электромагнитная волна

Волновое уравнение для плоской электромагнитной

волны:

$$\left[\frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} ; \frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 H_x}{\partial t^2} \right] \quad (1)$$

$$E_x = E_z = 0 ; H_y = H_z = 0$$

Стандартным решением волнового уравнения являются

$$\left. \begin{aligned} E_y &= E_m \cos(\omega t - kz) \\ H_x &= -H_m \cos(\omega t - kz) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} ; \bar{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \bar{n} ; v = \frac{\omega}{k} \quad (3)$$

\bar{k} — волновой вектор; v — фазовая скорость.

Если эти уравнения подставить в промежуточные выражения (7) предыдущего параграфа, то можно получить решения для H_x и E_y .

$$\frac{\partial E_y}{\partial z} = \mu \mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t} \quad \text{подставим } E_y$$

$$k E_m \sin(\omega t - kz) = \mu \mu_0 \frac{\partial H_x}{\partial t}$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{k E_m}{\mu \mu_0} \sin(\omega t - kz) ;$$

$$\begin{aligned} H_x &= \frac{k E_m}{\mu \mu_0} (-1) \frac{1}{\omega} \cos(\omega t - kz) = \\ &= -\frac{k E_m}{\omega \mu \mu_0} \cos(\omega t - kz) = -H_m \cos(\omega t - kz) \end{aligned}$$

$$H_m = \frac{k E_m}{\omega \mu \mu_0} = \frac{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon} M_0 M'}{M_0 M} E_m = \sqrt{\frac{\epsilon_0 \epsilon}{M_0 M}} E_m \quad (*)$$

$$\frac{k}{\omega} = \frac{1}{v} = \sqrt{\frac{\epsilon_0 \epsilon M_0 M'}{M_0 M}} \quad \leftarrow \left(v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon M}} \right)$$

$$\frac{E_m}{H_m} = \sqrt{\frac{\mu \mu_0'}{\epsilon \epsilon_0}} ; \quad \left(\frac{1}{c^2} = \epsilon_0 \mu_0 \right)$$

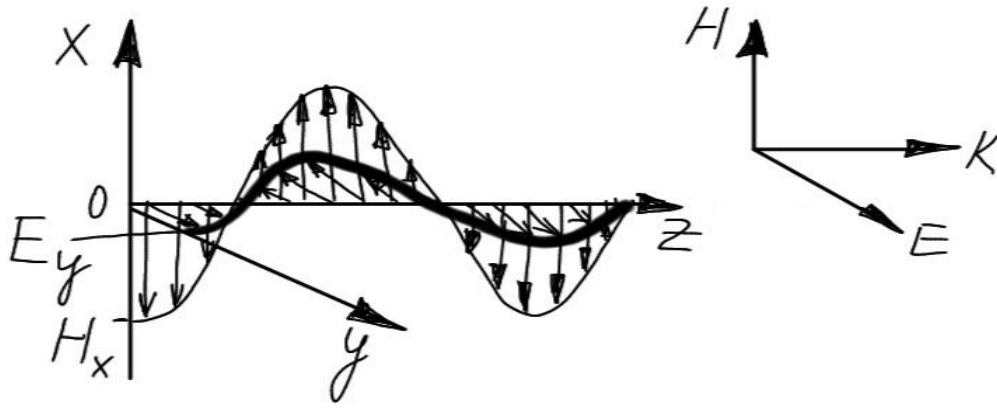
$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} = \frac{10^{-9}}{36\pi}$$

Тогда для вакуума:

$$\begin{aligned} \frac{E_m}{H_m} &= \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = \sqrt{\frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 36\pi}{10^{-9}}} = \\ &= 2 \cdot 6 \cdot \pi \cdot 10 = 120\pi = 377 \text{ (Ом)} \quad (4) \end{aligned}$$

Это волновое сопротивление свободного пространства.

"Моментальная фотография" электромагнитной волны:



Фаза прямой волны - $(\omega t - kz)$

Фаза обратной волны - $(\omega t + kz)$

Или

$$\left. \begin{aligned} E_y &= E_m \cos(\omega t - kz) \\ E_y &= E_m e^{i(\omega t - kz)} \end{aligned} \right\} (5)$$

$$\left. \begin{aligned} H_x &= -H_m \cos(\omega t - kz) \\ H_x &= -H_m e^{i(\omega t - kz)} \end{aligned} \right\}$$

Покажем, как плоская бегущая волна перемещается во времени. Когда в выражении (5) фаза обращается в 0, то E_y или H_x достигают максимума и мы имеем:

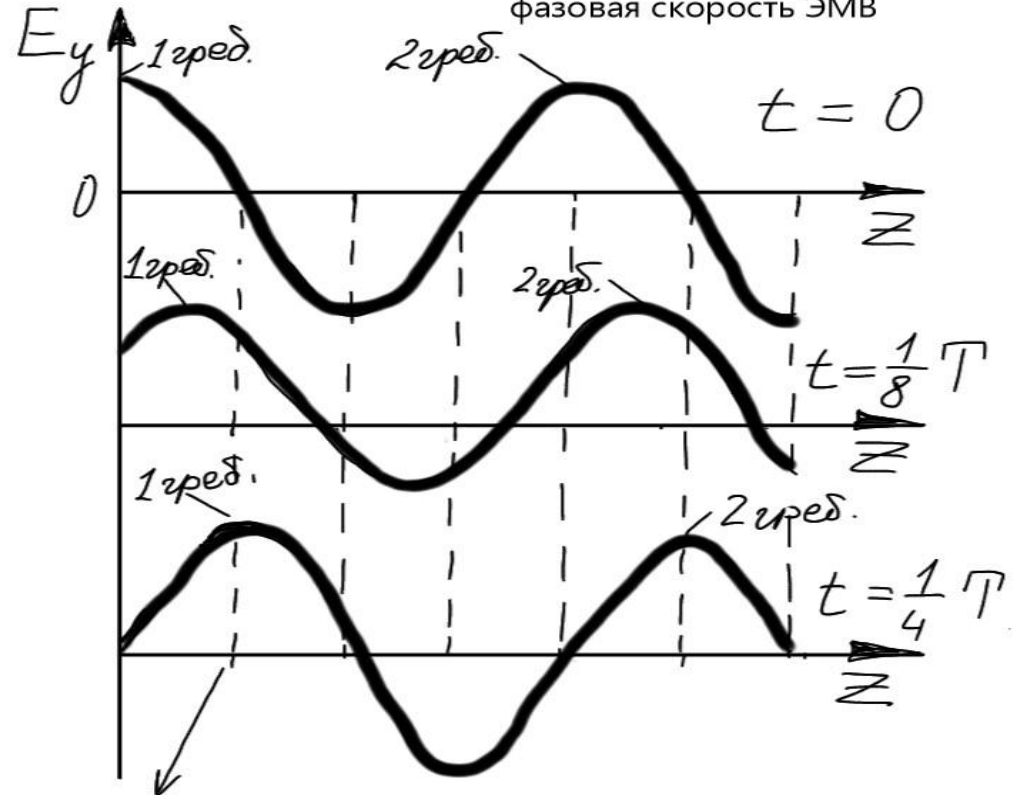
гребень волны

$$(\omega t - kz) = 0$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}; \quad \frac{\omega}{k} = v \Rightarrow \frac{v \cdot 2\pi}{\lambda} t - \frac{2\pi}{\lambda} z = 0$$

$$z = vt \Rightarrow v = \frac{z}{t}$$

фазовая скорость ЭМВ



1 гребень сместился на $1/4$ периода, также сместились и остальные гребни.

Итак, скорость гребня волны есть **фазовая скорость**, или скорость распространения волны.

$$v = \frac{\omega}{k} \quad (6)$$

Можно рассмотреть основные характеристики волны на примере упругих волн (пример).

1) Частицы среды не вовлекаются волной в поступательное движение, а лишь совершают колебания около своих положений равновесия.

2) Различают **продольные** и **поперечные** волны.

В продольных волнах частицы колеблются вдоль направления распространения волны. В поперечных волнах частицы колеблются в направлении перпендикулярном направлению распространения волны. В ЭМВ векторы \vec{E} и \vec{H} колеблются перпендикулярно направлению распространения волны, поэтому **ЭМВ поперечны**.

3) Геометрическое место точек, до которого доходят колебания к моменту времени t называется **фронтом волны**. **Волновой фронт** это поверхность, которая отделяет часть пространства, вовлечённую в волновой процесс от области, где колебаний ещё нет.

4) Геометрическое место точек, где волны колеблются в одинаковой фазе, называется **волновой поверхностью**.

Волновых поверхностей бесконечно много, волновой фронт в каждый момент времени только один.

5) Форма волновой поверхности определяет **сферическую или плоскую волну**.

6) Расстояние, на которое распространяется волна за время, равное периоду колебаний, называется **длиной волны**.

$$\lambda = vT \quad (7)$$

