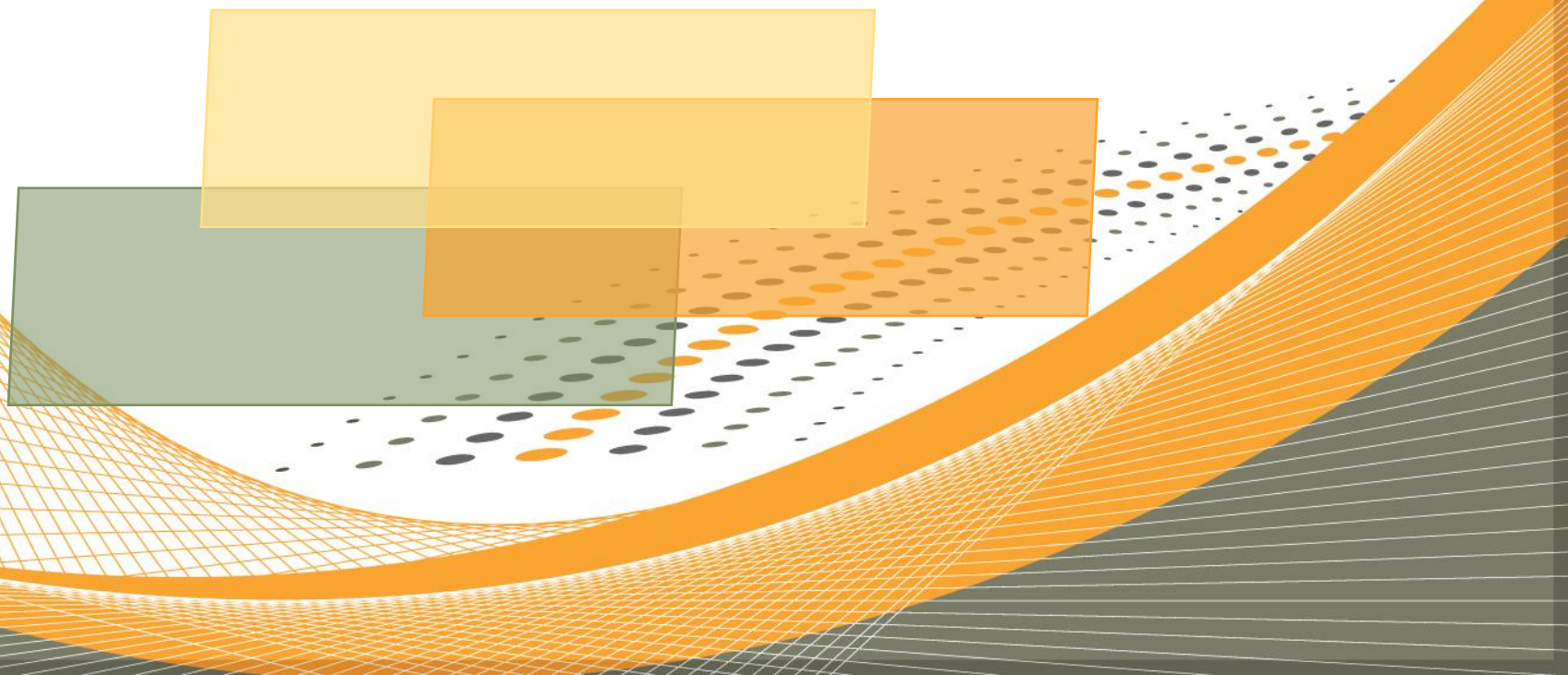


# Параллельность прямых и плоскостей в пространстве



# Содержание

Взаимное расположение прямых в пространстве

Параллельные прямые в пространстве

Теорема о параллельных прямых

Лемма

Теорема о параллельности трех прямых

Взаимное расположение прямой и плоскости Взаимное  
расположение прямой и плоскости Взаимное  
расположение прямой и плоскости в пространстве

Определение параллельности прямой и плоскости

Признак параллельности прямой и плоскости

Свойства параллельных плоскостей (1 Свойства параллельных  
плоскостей (1° Свойства параллельных плоскостей (1°)

Свойства параллельных плоскостей (2 Свойства параллельных  
плоскостей (2° Свойства параллельных плоскостей (2°)

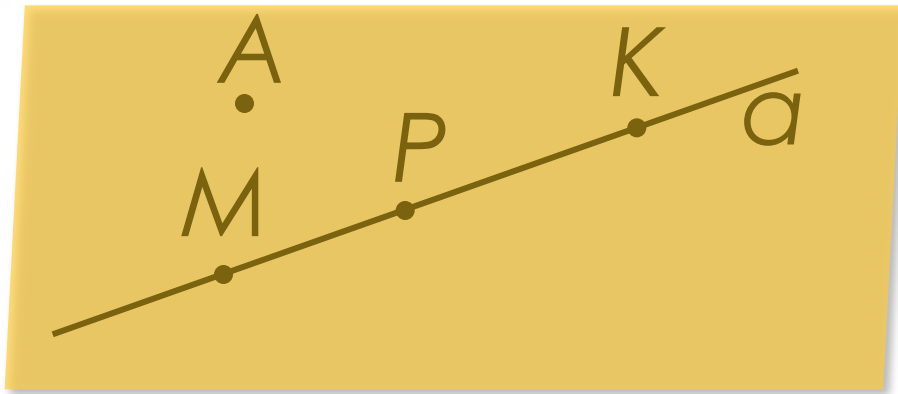
Признак скрещивающихся Признак скрещивающихся Признак  
скрещивающихся прямых

Теорема о скрещивающихся Теорема о скрещивающихся

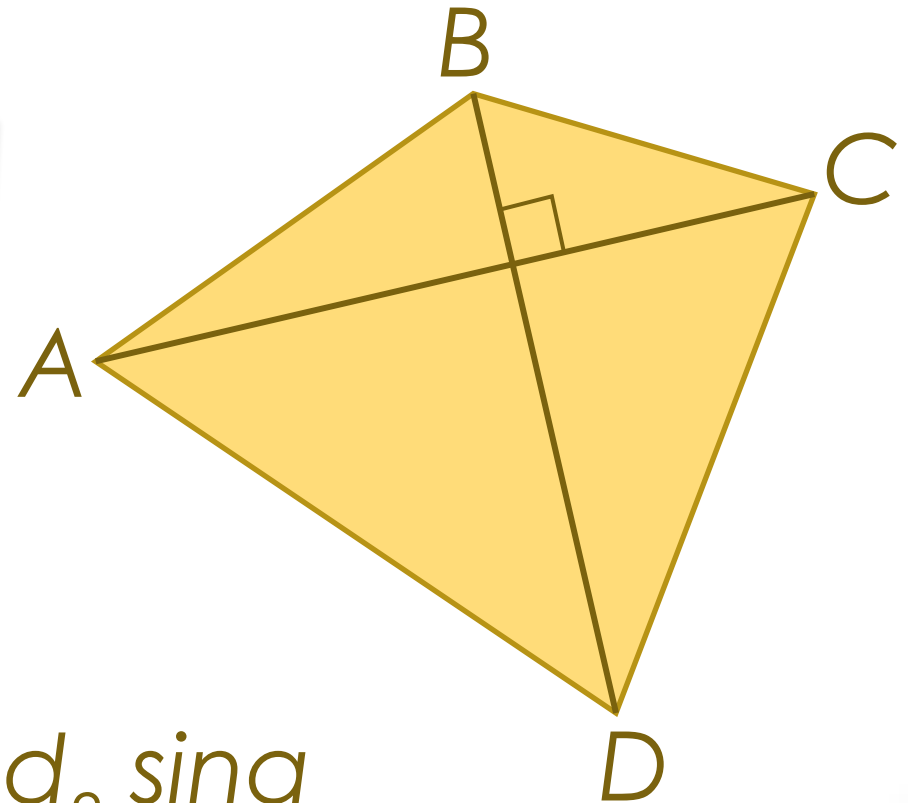
# Проверка самостоятельной работы

1 вариант

№1



№2

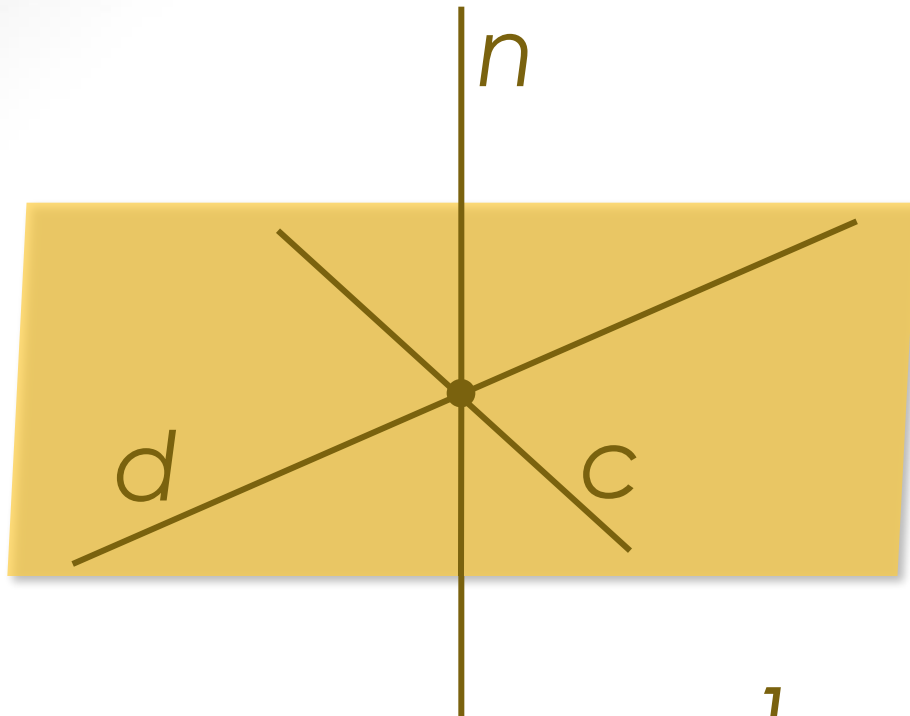


$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \alpha$$

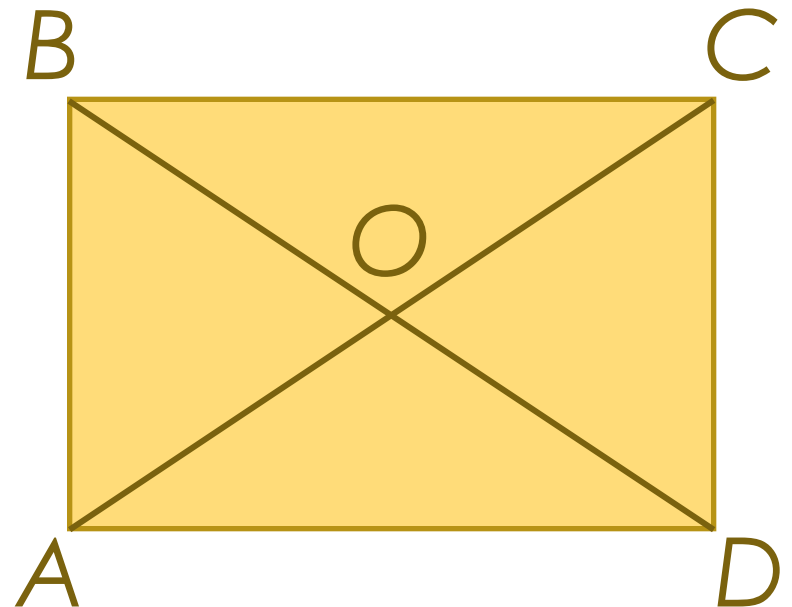
# Проверка самостоятельной работы

## 2 вариант

№1

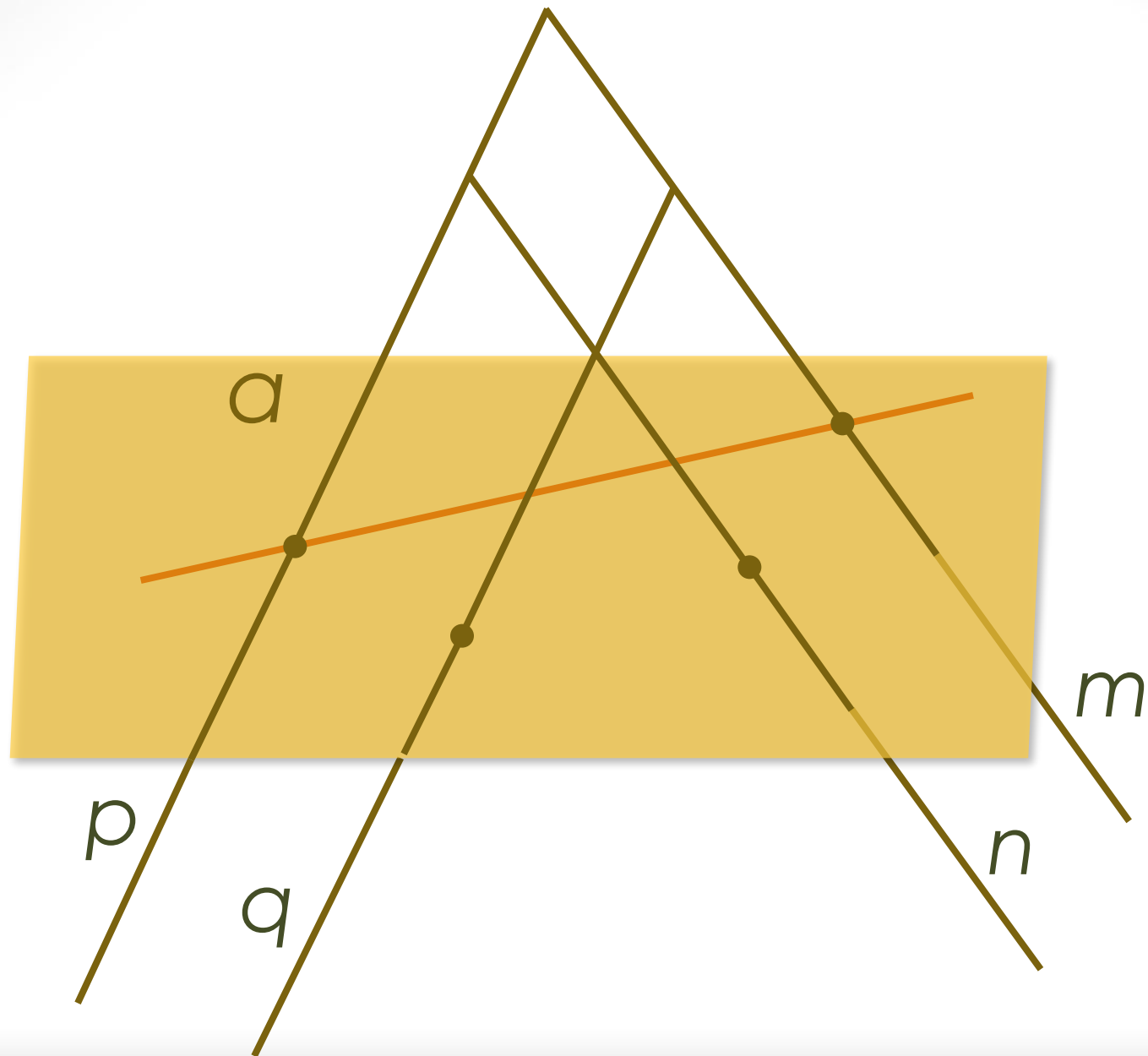


№2

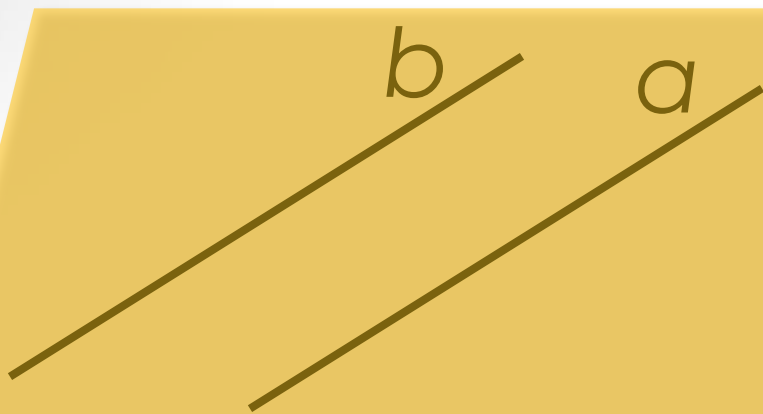


$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \alpha$$

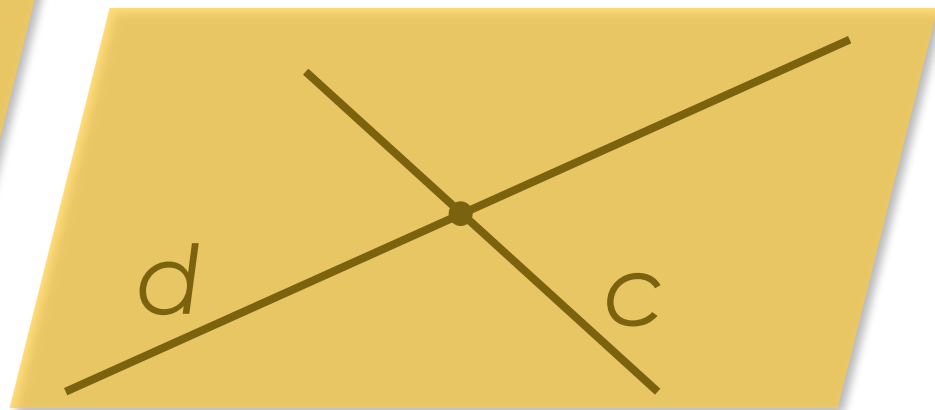
# Определите ошибку на рисунке



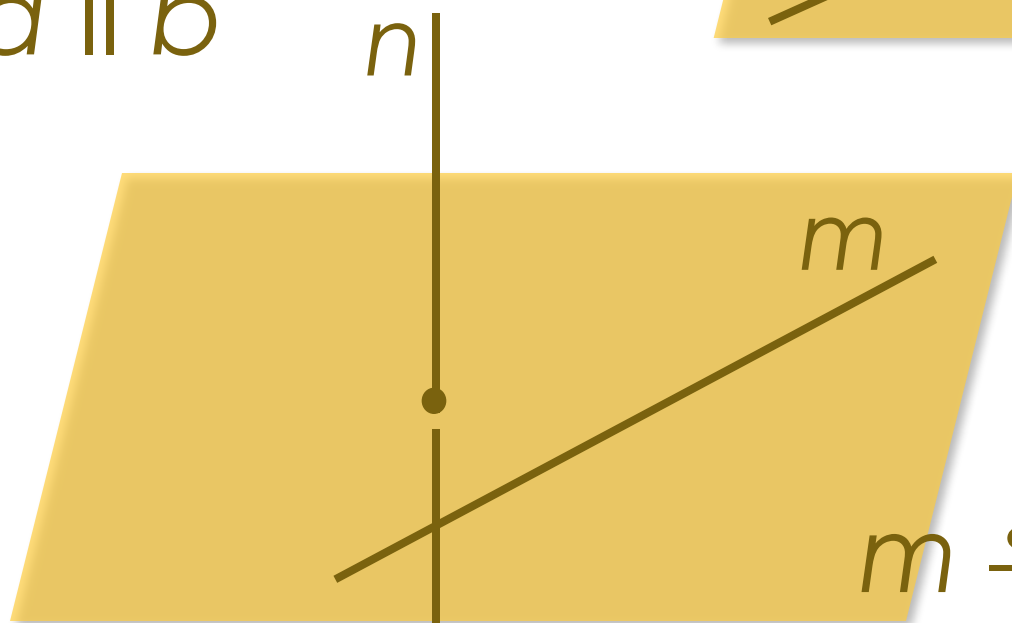
# Взаимное расположение прямых в пространстве



$a \parallel b$



$c \cap d$



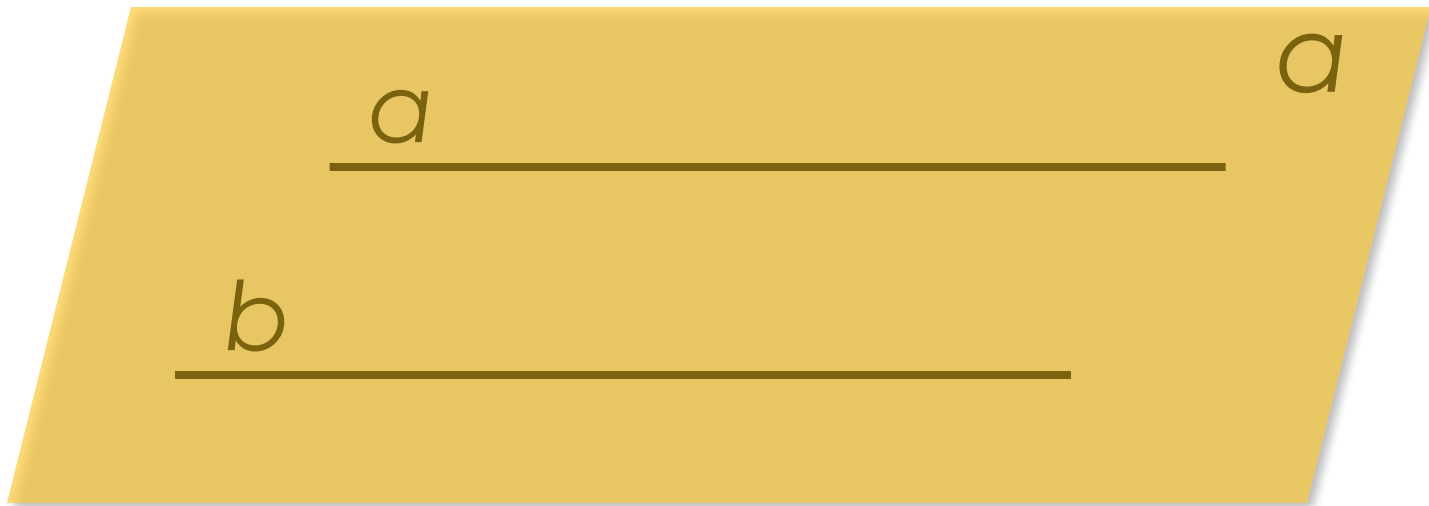
$m \in n$



# Параллельные прямые в пространстве

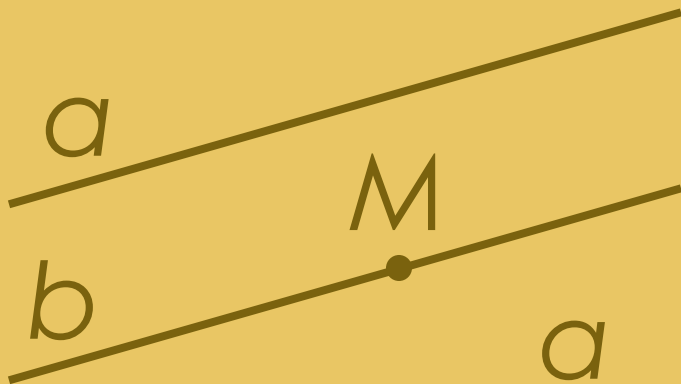
Две прямые называются **параллельными**, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются.

$$a \parallel b$$



# Теорема о параллельных прямых

Через любую точку пространства, не лежащую на данной прямой, проходит прямая, параллельная данной, и притом только одна.



Дано:  $a, M \notin a$

Доказать:

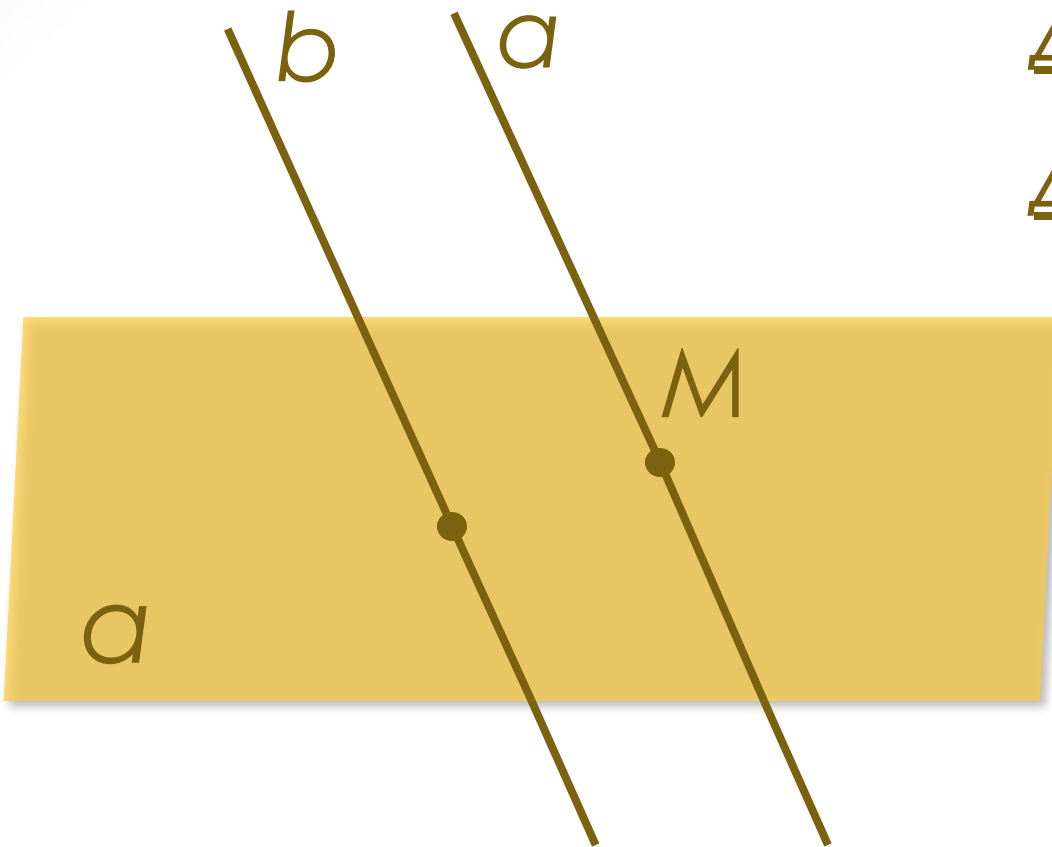
- 1)  $\exists b, M \in b, a \parallel b$
- 2)  $b - !$





# Лемма

Если одна из двух параллельных прямых пересекает данную плоскость, то и другая прямая пересекает эту плоскость.



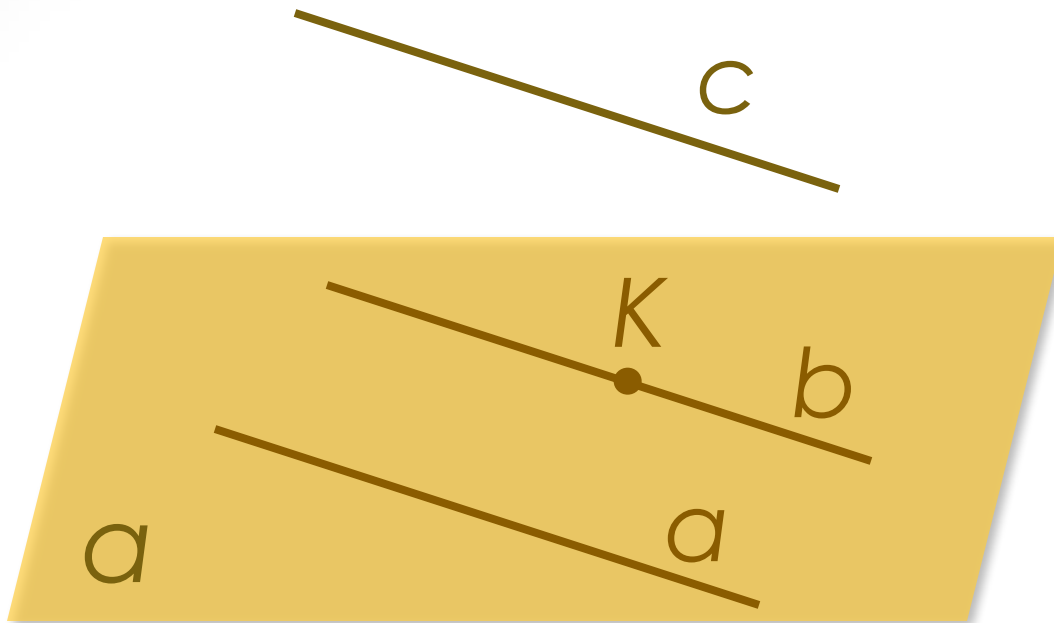
Дано:  $a \parallel b$ ,  $a \cap \alpha$

Доказать:  $b \cap \alpha$



# Теорема о параллельности трех прямых

Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны.

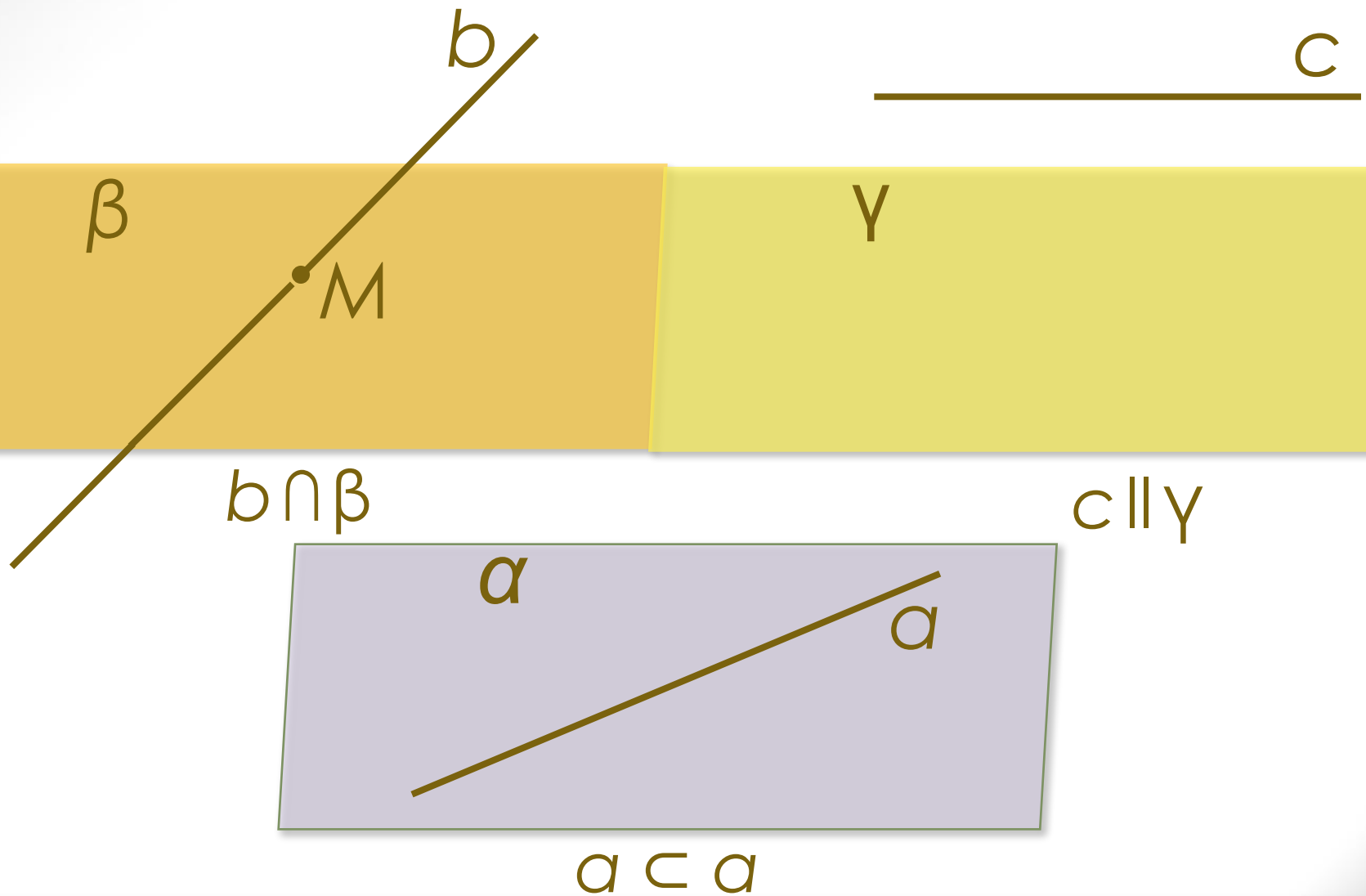


Дано:  $a \parallel c$ ;  $b \parallel c$

Доказать:  $a \parallel b$   
( $a \subset \alpha$ ,  $b \subset \alpha$ ,  $a \cap b = \emptyset$ )



# Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве

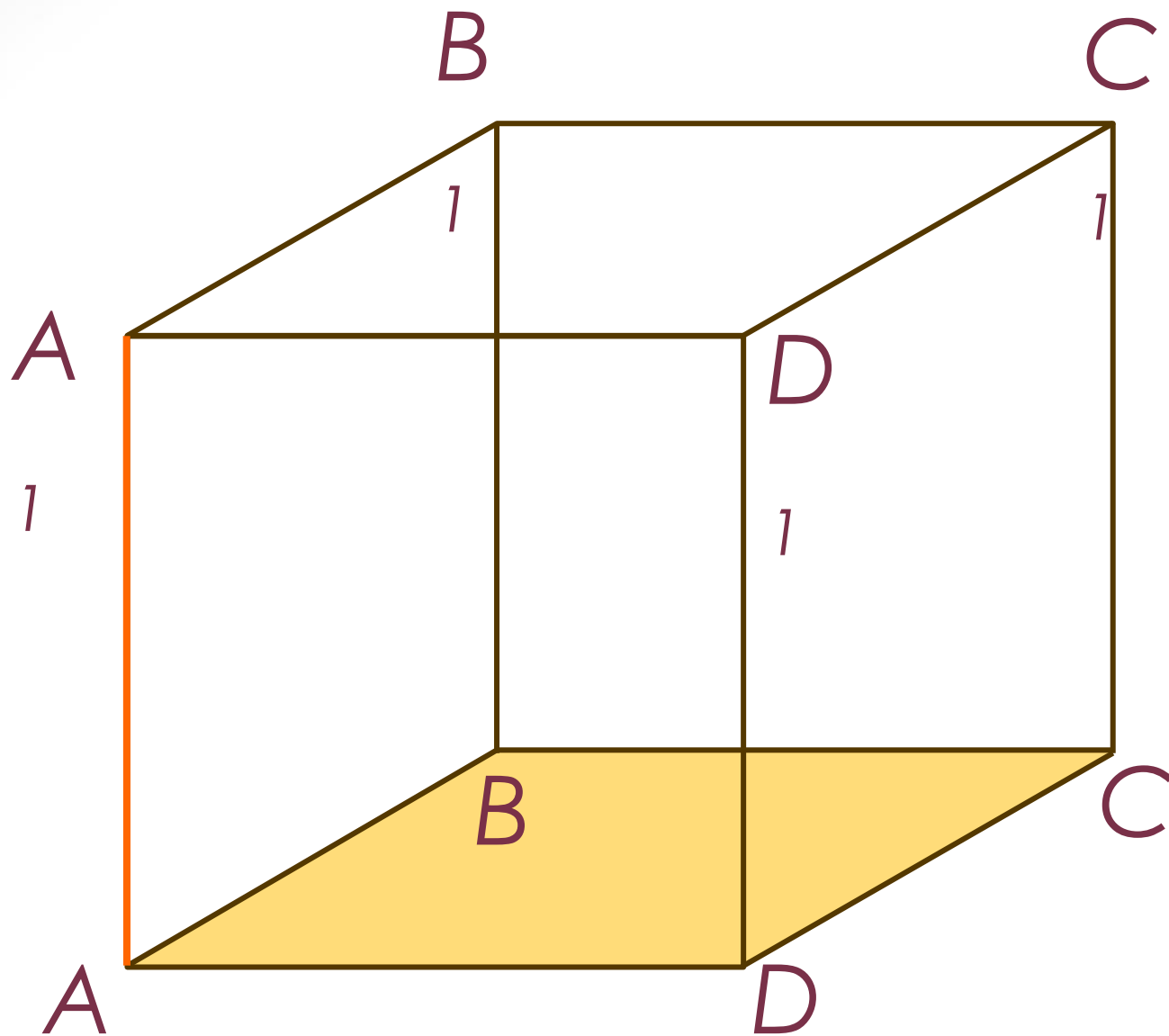


# Определение параллельных прямой и плоскости

Прямая и плоскость называются *параллельными*, если они не имеют общих точек.



# Пример



# Признак параллельности прямой и плоскости

Если прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости, то она параллельна данной плоскости.

\_\_\_\_\_  $a$

\_\_\_\_\_  $b$

$\alpha$

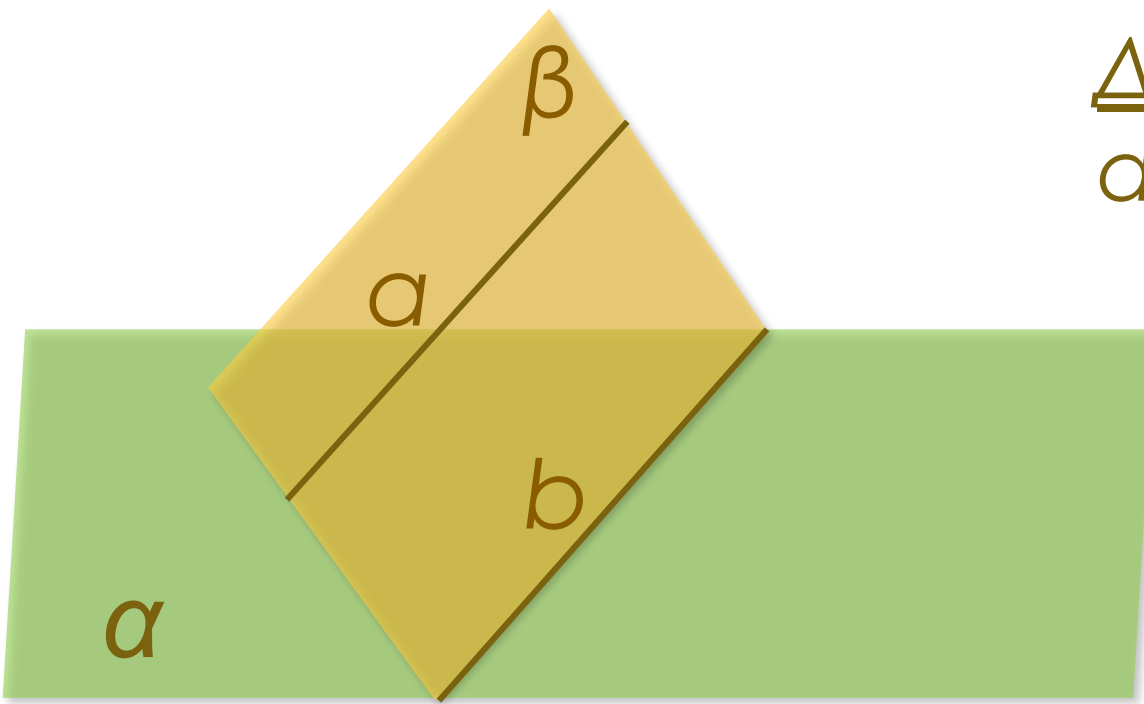
Дано:

$a \notin \alpha, b \subset \alpha, a \parallel b$

Доказать:  $a \parallel \alpha$

# Свойства параллельности прямой и плоскости (1°)

Если плоскость проходит через данную прямую, параллельную другой плоскости, и пересекает эту плоскость, то линия пересечения плоскостей параллельна данной прямой.

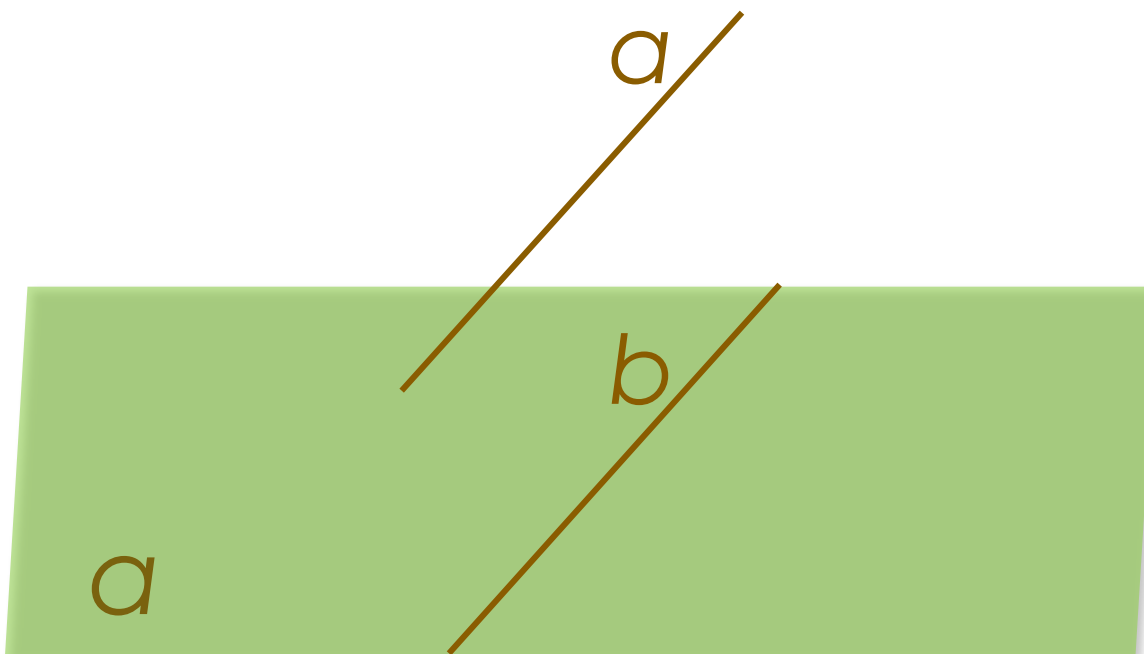


Дано:  $a \subset \beta$ ,  $a \not\subset \alpha$ ,  
 $a \parallel \alpha$ ,  $\alpha \cap \beta = b$

Доказать:  $a \parallel b$

## Свойства параллельности прямой и плоскости (2°)

Если одна из двух параллельных прямых параллельна данной плоскости, то другая прямая либо также параллельна данной плоскости, либо лежит в этой плоскости.



Дано:  $a \parallel \alpha$ ,  $a \parallel b$

Доказать:  $b \parallel \alpha$   
или  $b \subset \alpha$



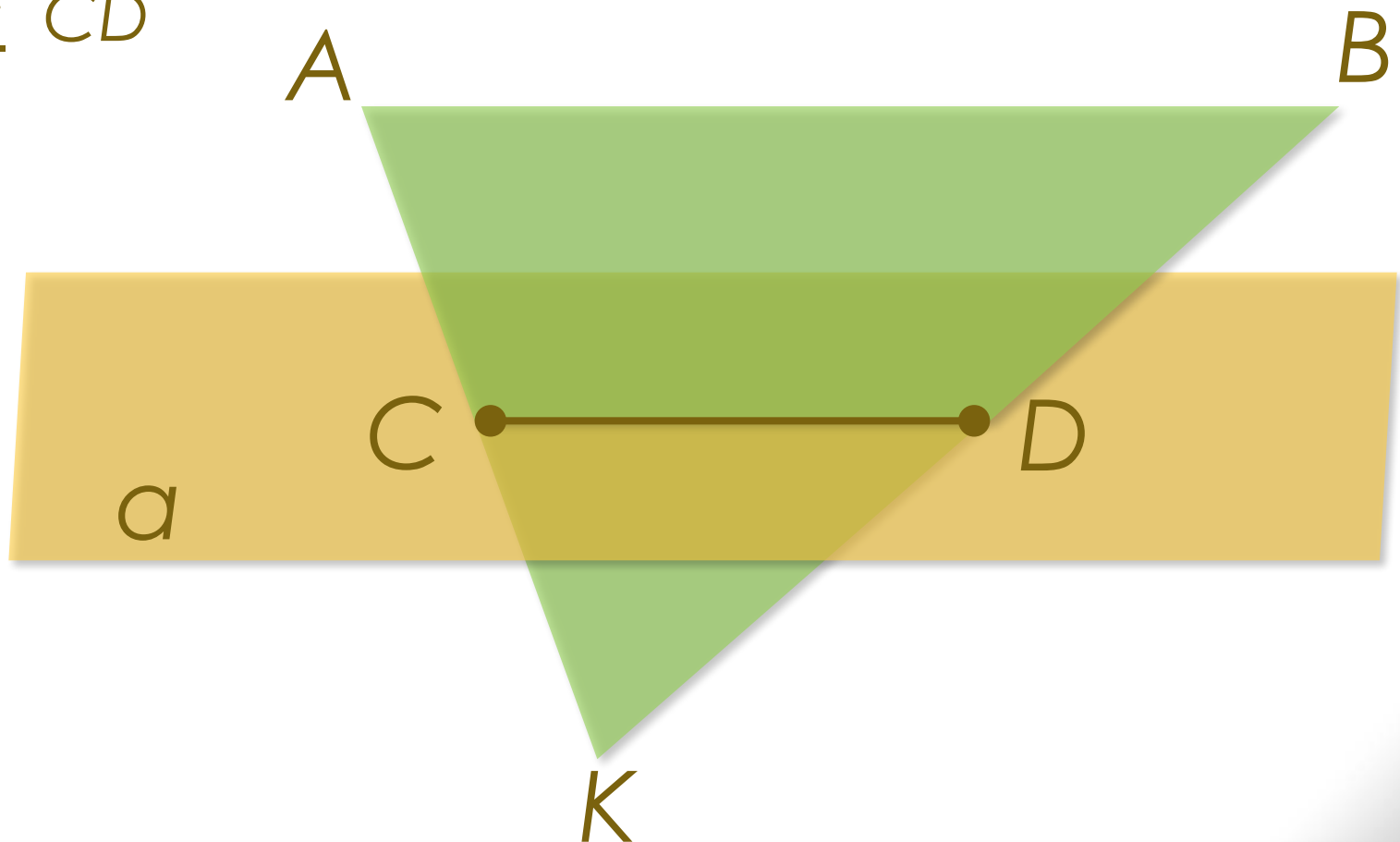
# Решите задачу 1

Дано:  $\triangle ABK$ ;  $AB \parallel a$ ;  $(ABK) \cap a = CD$ ;

$CK = 8$ ;  $AB = 7$ ;  $AC = 6$

Доказать:  $AB \parallel CD$

Найти:  $CD$



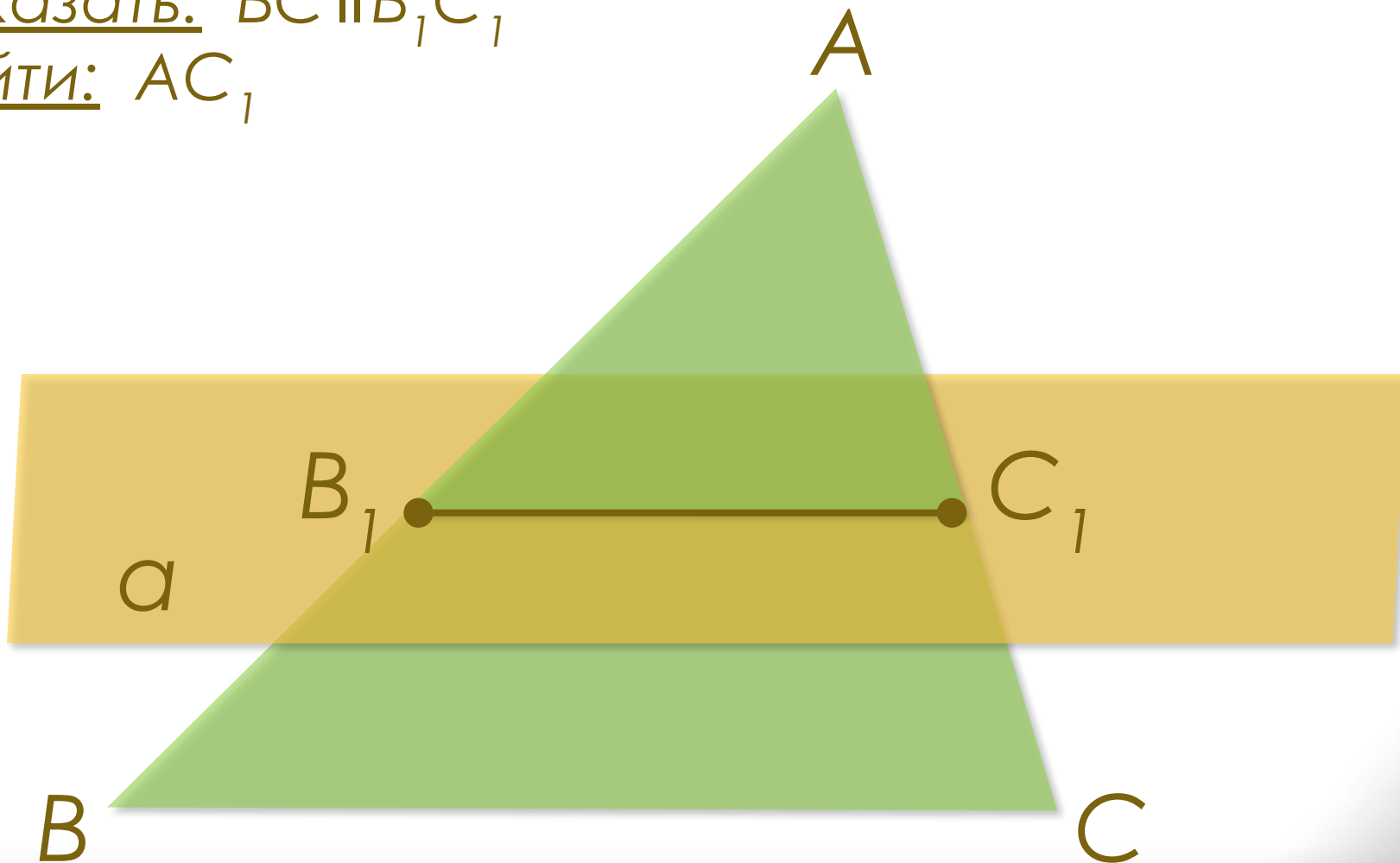
## Решите задачу 2

Дано:  $\triangle ABC$ ;  $AB \cap \alpha = B_1$ ;  $AC \cap \alpha = C_1$ ;  $BC \parallel \alpha$ ;

$AB : BB_1 = 8 : 3$ ;  $AC = 16$  см

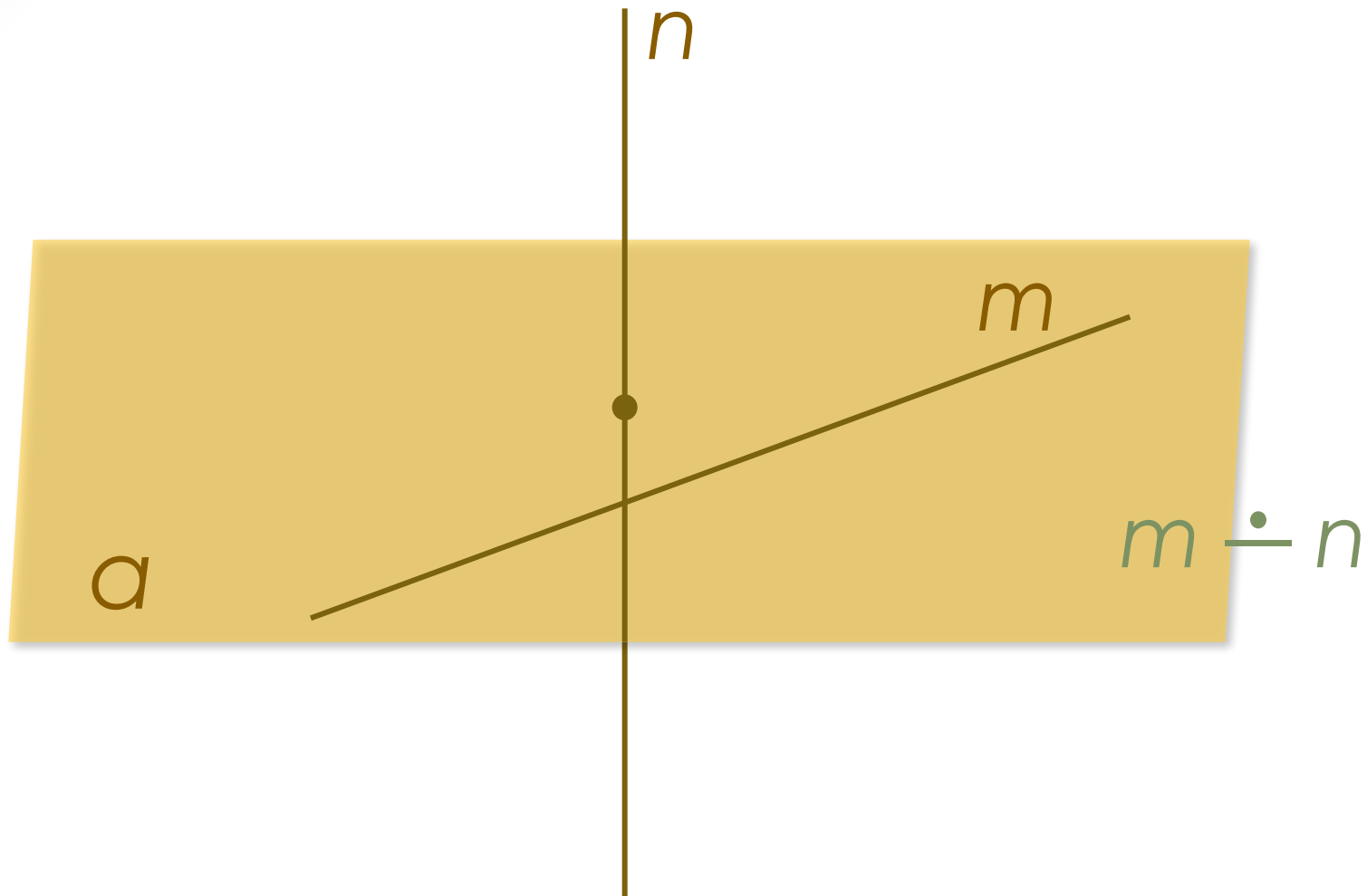
Доказать:  $BC \parallel B_1C_1$

Найти:  $AC_1$



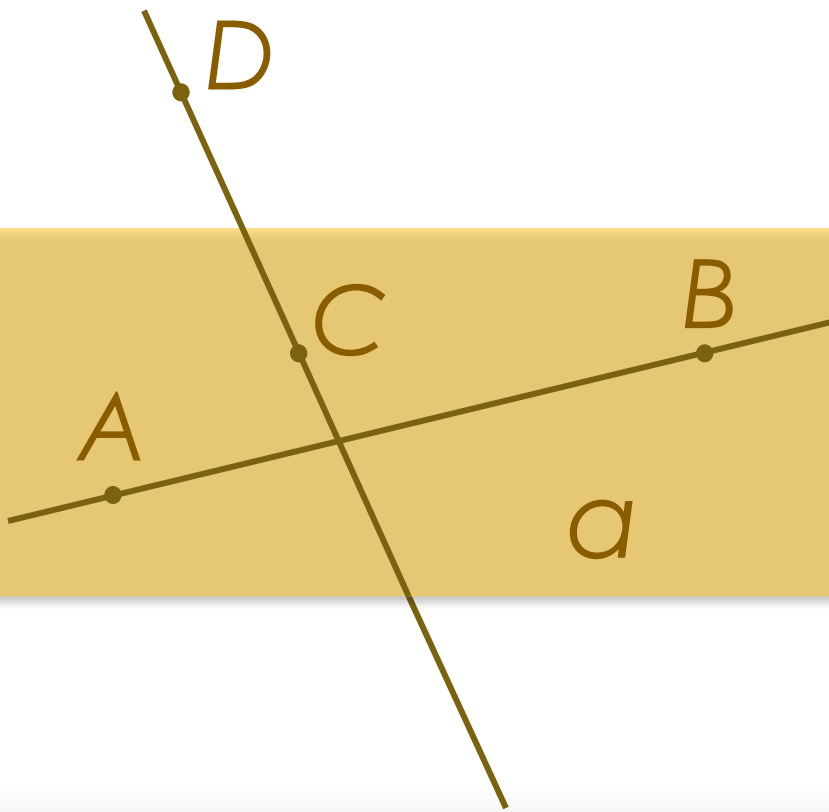
# Скрещивающиеся прямые

Две прямые называются **скрещивающимися**, если они не лежат в одной плоскости.



# Признак скрещивающихся прямых

Если одна из двух прямых лежит в некоторой плоскости, а другая прямая пересекает эту плоскость в точке, не лежащей на первой прямой, то эти прямые скрещивающиеся.

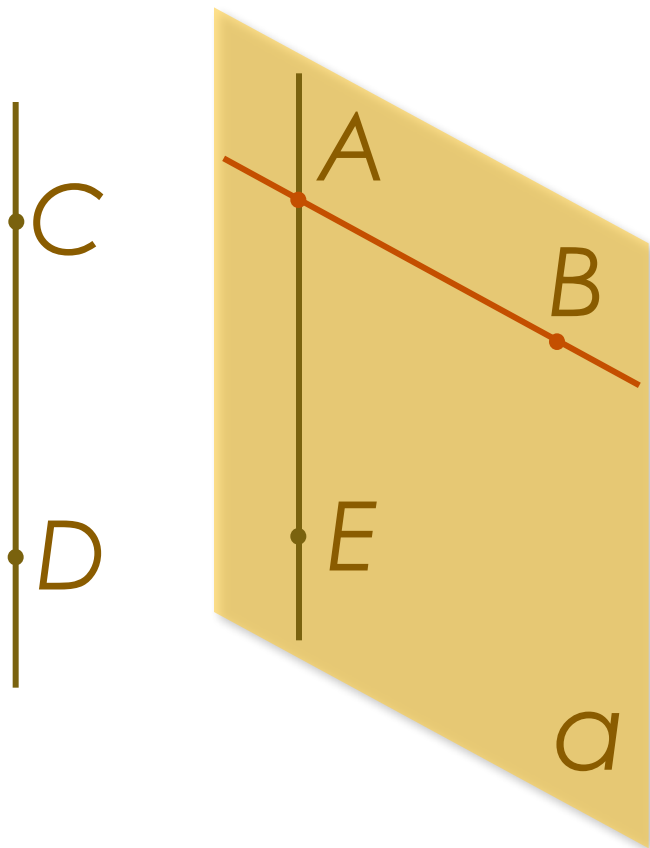


Дано:  $AB \subset a$ ,  
 $CD \cap a = C$ ,  $C \notin AB$

Доказать:  $AB \neq CD$

# Теорема о скрещивающихся прямых

Через каждую из двух скрещивающихся прямых проходит плоскость, параллельная другой прямой, и притом только одна.



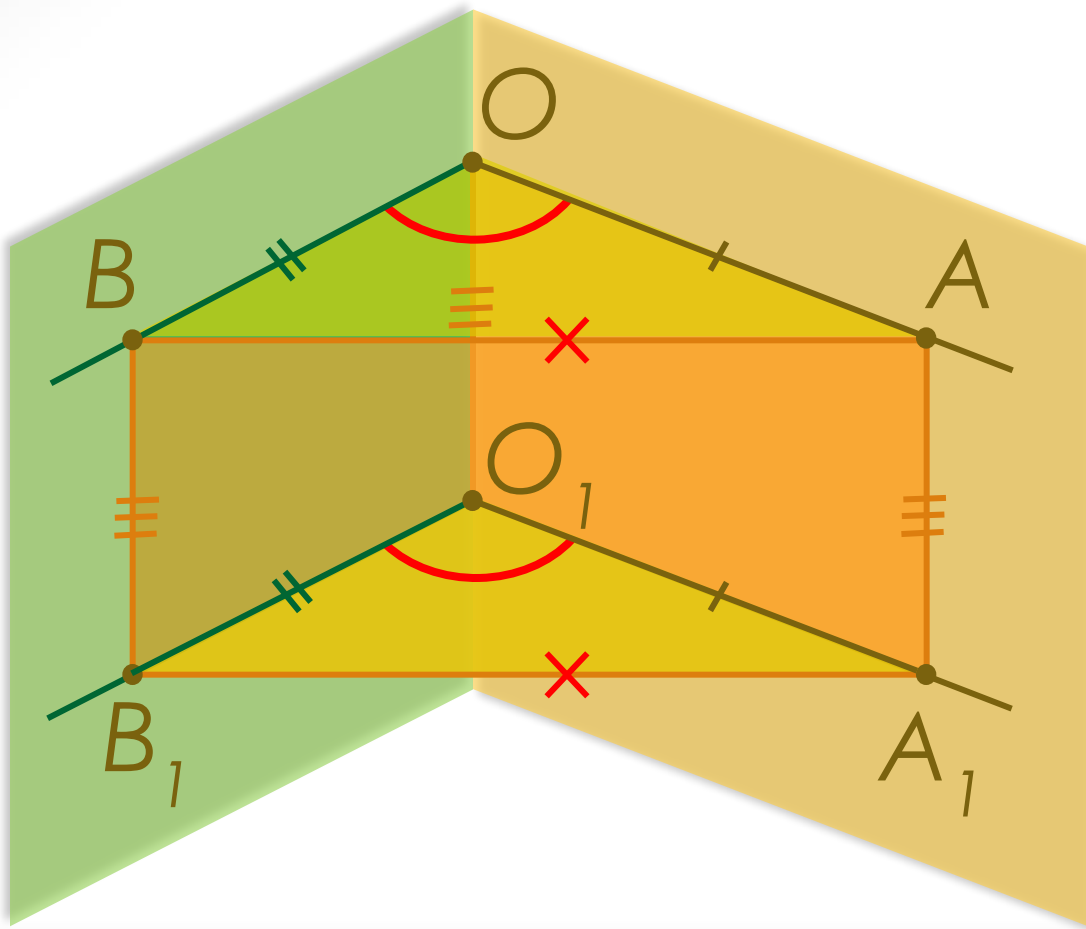
Дано:  $AB \div CD$

Доказать:

- 1)  $\exists a, AB \subset a, a \parallel CD$
- 2)  $a - !$

# Теорема об углах с сонаправленными сторонами

Если стороны двух углов соответственно сонаправлены, то такие углы равны.



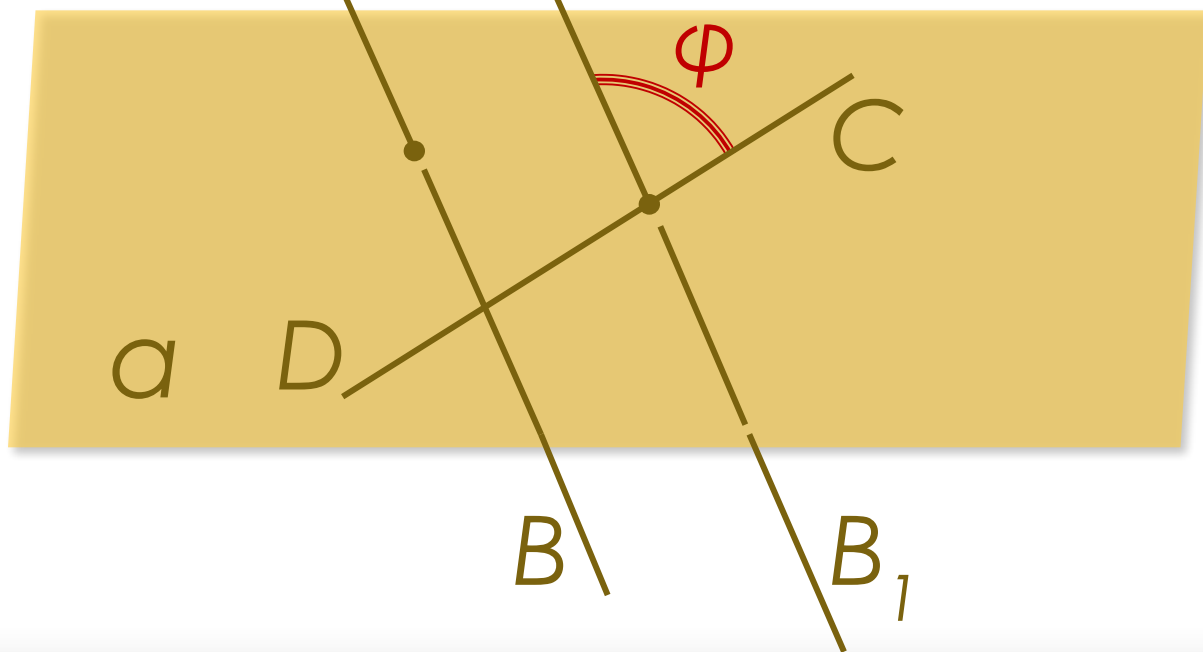
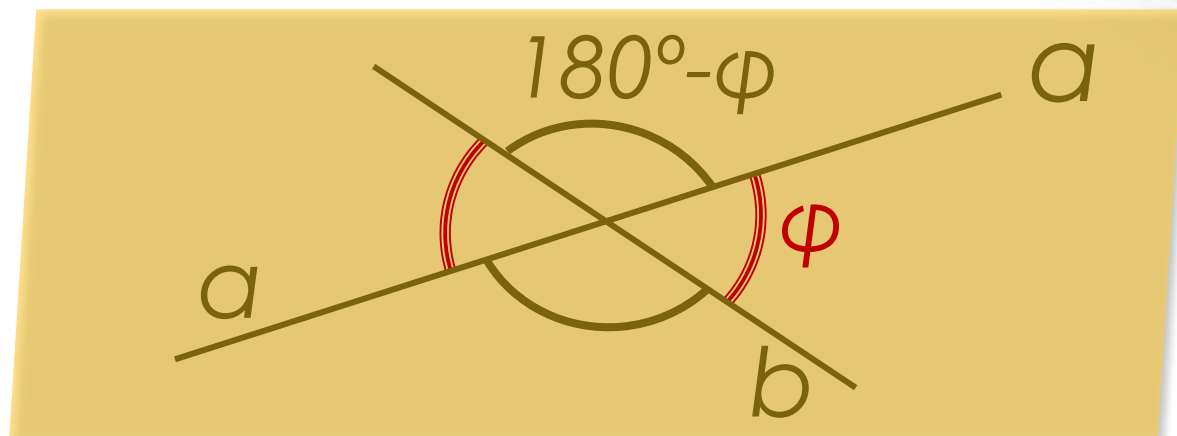
Дано:

$OA \uparrow\uparrow O_1A_1$   
 $OB \uparrow\uparrow O_1B_1$

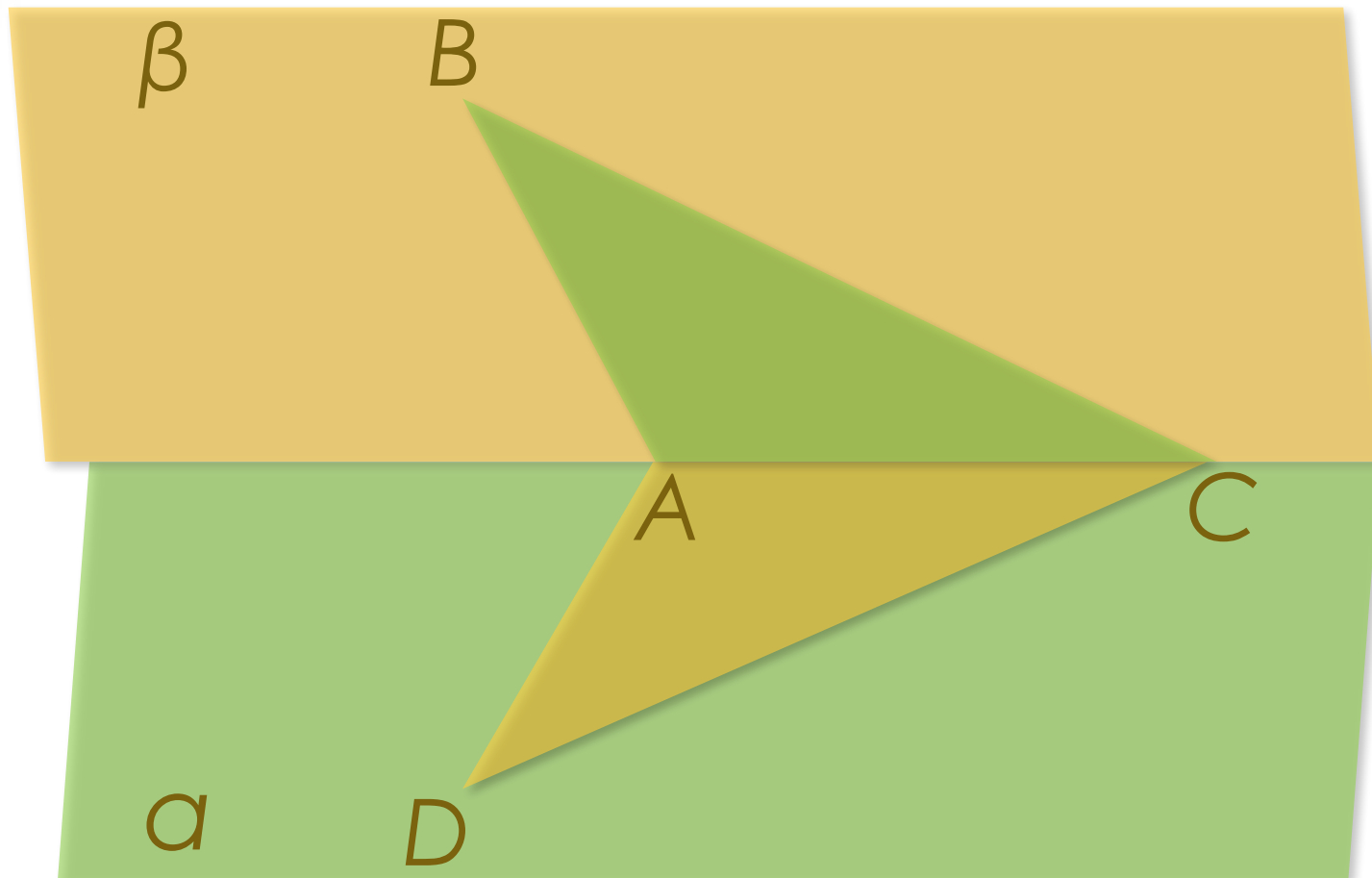
Доказать:

$\angle AOB = \angle A_1O_1B_1$

# Угол между прямыми

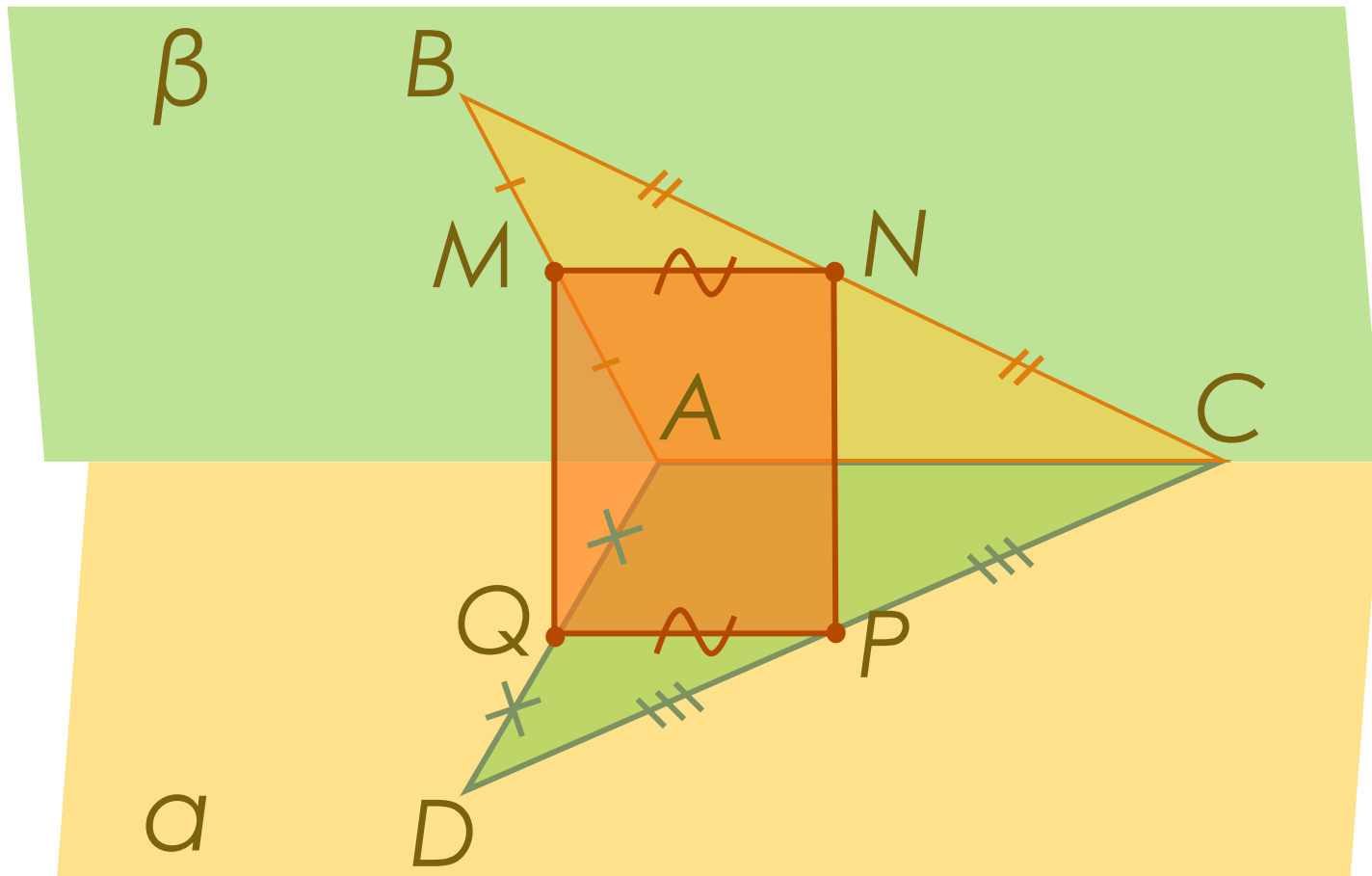


# Пространственный четыреугольник





# Пространственный четыреугольник

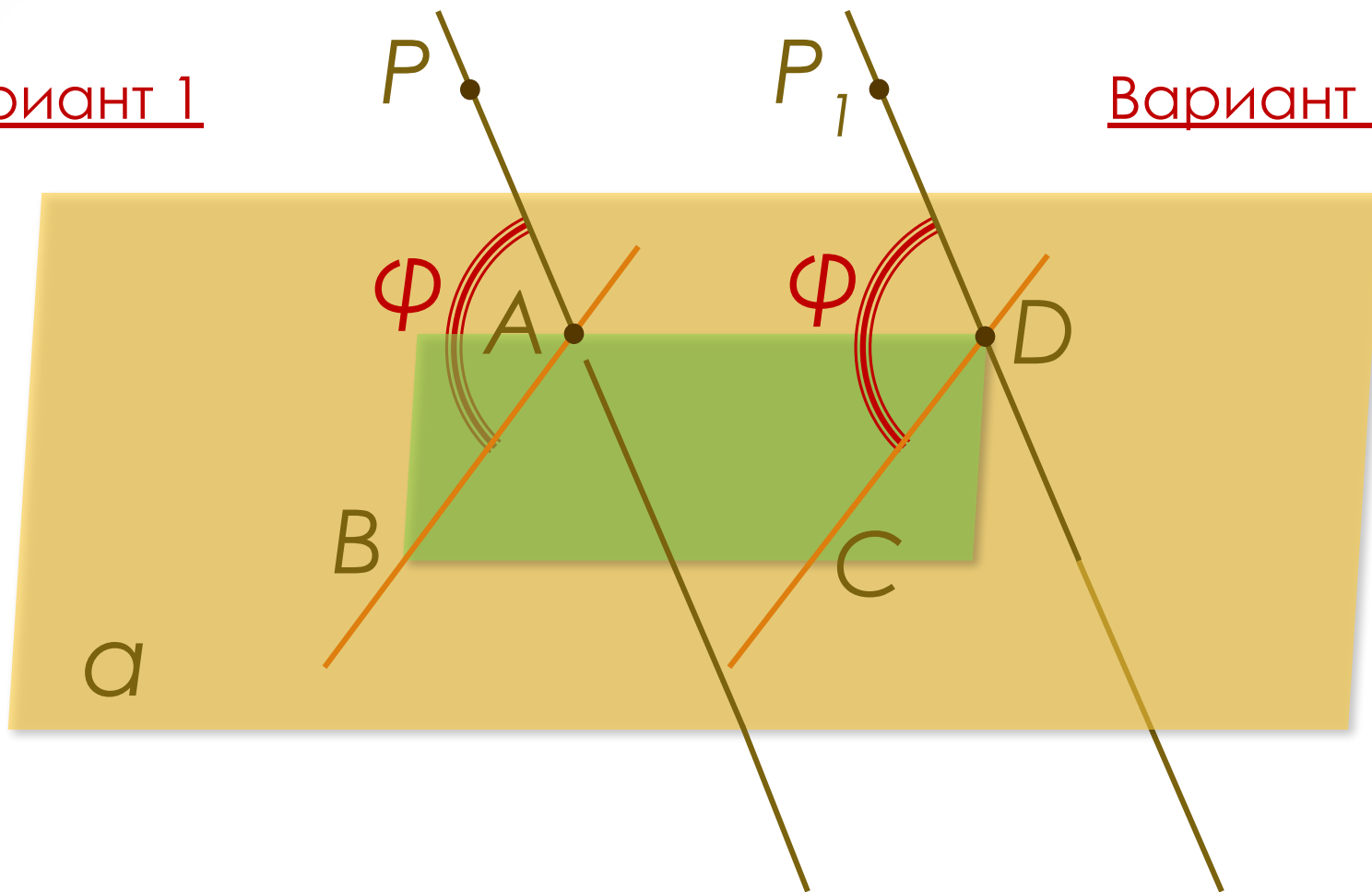


Дано:  $ABCD$  – параллелограмм,  
 $P \notin a$ ,  $\angle PAB = \varphi$ .

Найти:  $\angle (AP; CD)$ .

Вариант 1

Вариант 2



# Использованы ресурсы

- *Геометрия. 10 - 11 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. уровни / [Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др.]. - 19-е изд. - М.: Просвещение, 2010.*
- *Изучение геометрии в 10 - 11 классах: кн. для учителя / С.М. Саакян, В.Ф. Бутузов. - 4-е изд., дораб. - М.: Просвещение, 2010.*