Логарифм произведения

Свойства логарифмов

Свойства логарифмов вытекают из свойств степени:

Свойства степени:

1. $a^0 = 1$
2. $a^1 = a$
3. $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$
4. $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$
5. $(a^x)^y = a^{xy}$

Свойства логарифмов

$$\log_a x + \log_a y = \log_a (x \cdot y),$$
$$a > 0,\ x > 0,\ y > 0,\ a \neq 1$$

т. е. логарифм произведения равен сумме логарифмов сомножителей (взятых по тому же основанию).

$$\log_6 2 + \log_6 3 = \log_6 (2 \cdot 3) = \log_6 6 = 1$$

$$\log_a x + \log_a y = \log_a (x \cdot y)$$

$$a)\ \log_{12} 4 + \log_{12} 36 = \log_{12} (4 \cdot 36) =$$

$$= \log_{12} 144 = \log_{12} 12^2 = 2\log_{12} 12 = 2 \cdot 1 = 2$$

Производная произведения

- $$\big(f(x)\,g(x)\big)' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

Пример:

$$f(x) = x^2, \qquad g(x) = x + 3$$

$$\big(x^2(x+3)\big)' = \big(x^2\big)'(x+3) + x^2(x+3)' =$$

$$= 2x(x+3) + x^2 \cdot 1 = 2x^2 + 6x + x^2 = 3x^2 + 6x$$

$$\log_x a \cdot \log_a x = 1$$

$$а)\log_3 5 \cdot \log_5 9 = \log_3 5 \cdot \log_5 3^2 =$$
$$= 2\log_3 5 \cdot \log_5 3 = 2 \cdot 1 = 2$$

$$\log_a x^n = n \cdot \log_a x$$

$$б)8^{\log_2 5} = 2^{3\log_2 5} = 2^{\log_2 5^3} = 5^3 = 125$$

$$в)5^{-4\log_5 2} = 5^{\log_5 2^{-4}} = 2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16} = 0{,}0625$$

Домашняя работа