

# МЕТОД РАЗМЕРНОСТЕЙ

---

Проверил: руководитель курса Манида Сергей Николаевич  
Выполнила: слушатель дополнительной образовательной  
программы «Методика и технологии подготовки  
обучающихся к участию во всероссийских олимпиадах по  
математике, физике и астрономии» ФГБОУВО СПбГУ  
Кергина Надежда Константиновна  
2019 г

# Содержание

- Физическая величина
- Размерность физических величин
- Решение задач методом размерностей
- Источники

# Физическая величина

- Единица физической величины называется условно выбранная физическая величина, имеющая тот же физический смысл, что и рассматриваемая.
- Физические величины делят на
  - Размерные и безразмерные;
  - Основные и производные.

# Размерность физической величины

- Выражение которое характеризует связь данной величины с основными величинами в системе единиц [кг/м<sup>3</sup>]
- Система единиц – называется совокупность единиц физических величин относящихся к некоторой системе величин и образовавшейся в соответствии с принятыми правилами. (СГС, СИ)

# Метод размерностей

- Метод размерностей является наиболее эффективным методом анализа физических ситуаций.
- Достоинства метода:
  1. быстрая оценка масштабов исследуемых явлений;
  2. получение качественных и функциональных зависимостей;
  3. осуществление проверки правильности решения задач;
  4. выполнение некоторых заданий ЕГЭ.

# Решение задач

*Пример 1.* На горизонтальной равнине установлена пушка, стреляющая под углом  $\alpha$  к горизонту. Во сколько раз надо увеличить начальную скорость снаряда, чтобы:

- а) дальность полета снаряда увеличилась вдвое;
- б) максимальная высота подъема снаряда увеличилась вдвое;
- в) время полета снаряда увеличилось вдвое?

Размерность некоторой физической величины обычно обозначают прямыми скобками:  $[A]$  — размерность величины  $A$ .

Возвращаясь к задаче, введем обозначения:  $t$  — время полета,  $h$  — высота подъема,  $l$  — дальность полета. Очевидно, что

$$[t] = T, \quad [h] = [l] = L.$$

Как эти величины зависят от начальной скорости  $v$  ( $[v] = LT^{-1}$ ) и ускорения свободного падения  $g$  ( $[g] = LT^{-2}$ )?

Построить из  $v$  и  $g$  величины с размерностью  $T$  и  $L$  можно единственным (с точностью до произвольного числового множителя) образом:

$$[v/g] = T, \tag{1}$$

$$[v^2/g] = L. \tag{2}$$

Следовательно,  $t \sim v/g$ , а  $l \sim h \sim v^2/g$ . Таким образом, для увеличения высоты и дальности в два раза надо увеличить начальную скорость в  $\sqrt{2}$  раз, для увеличения времени полета в два раза надо увеличить начальную скорость в два раза.

### • Задачи

1. За какое время, двигаясь равнозамедленно с ускорением  $a$ , тело уменьшает свою скорость вдвое по сравнению с начальной скоростью? Какой путь проходит тело за это время?
2. Под каким углом к горизонту охотник должен направить ствол ружья, чтобы попасть в птицу, сидящую на высоте  $H$  на дереве, находящемся на  $L$  от охотника? В момент выстрела птица начинает падать свободно на землю.

В классической физике все процессы можно описать с помощью трех основных единиц (масса, длина, время), либо их комбинаций.

- Рассмотрим другое применение метода размерности. Если в ответах к заданиям встречаются одни и те же физические величины в различных выражениях, расположенные произвольно, то ответ можно выбрать путем проверки единиц измерений. Приведем подобный пример.

- 1. Электрон с зарядом влетел в магнитное поле со скоростью перпендикулярно линиям индукции магнитного поля и стал двигаться по окружности радиуса  $R$ . Какое выражение соответствует модулю вектора магнитной индукции магнитного поля?

- А)  $\frac{mve}{R}$  Б)  $\frac{mvR}{e}$  В)  $\frac{mv}{eR}$  Г)  $\frac{eR}{mv}$

- А) - не подходит;
- Б) - не подходит;
- В) .
- Ответ: В



- Шарик массой  $m$ , подвешенный на нити, длиной  $l$ , вращается по окружности радиусом  $r$ , в горизонтальной плоскости с угловой скоростью  $\omega$ . Какова сила натяжения нити?

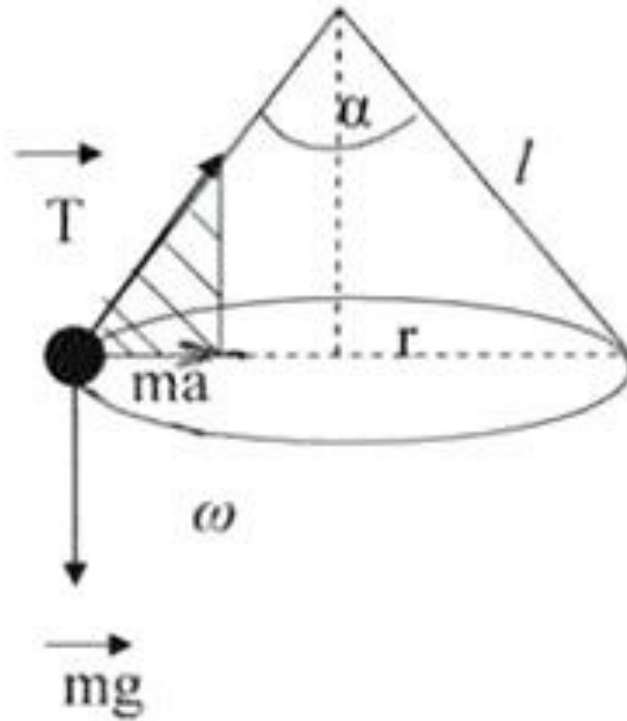


Рисунок . Схема движения маятника

- А)  $mg \cos \frac{a}{2}$

- Б)  $\frac{mgr}{l}$

- В)  $m(\omega^4 r^2 + g^2)^{1/2}$

- Г)  $m\omega r \sin \frac{a}{2}$

- Анализ условия: ответ Г – быть не может, т.к. единицам измерения ответы А и Б возможны,  $m\omega r = mv$ , а не сила. По не по силе натяжения нити:

$$m\vec{a} = \vec{T} + \overline{mg}$$

- Из заштрихованного треугольника видно, что
- Ответ: В).

# Редукция размерных констант

Идея метода редукции состоит в том, что некоторые размерные параметры конкретной задачи можно положить равными единице. Для этого необходимо, чтобы размерности этих параметров были линейно независимыми. Такая процедура приводит к существенному упрощению уравнений и позволяет или решить их в общем виде, или проанализировать характер решения.

- Пример 2. Определить закон движения тела массой  $m$ , подвешенного на пружине жесткостью  $k$  в поле тяжести с ускорением свободного падения  $g$ .

Уравнение движения этого тела

$$ma = -kx + mg. \quad (3)$$

В этом уравнении исходно присутствуют три параметра:  $m$ ,  $k$ ,  $g$ .

Введем новые переменные  $x = q\hat{x}$ ,  $t = \tau\hat{t}$ , где  $q$  и  $\tau$  — некоторые константы. При этом изменится и ускорение:  $a = q\tau^{-2}\hat{a}$ . В новых переменных уравнение движения (3) имеет вид

$$mq\tau^{-2}\hat{a} = -kq\hat{x} + mg. \quad (4)$$

Теперь выберем значения констант:  $q = mg/k$ ,  $\tau = \sqrt{m/k}$  и перепишем уравнение движения (4):

$$\hat{a} = -\hat{x} + 1. \quad (5)$$

В уравнении (5) не осталось параметров. Более того, сдвигом  $\hat{x} \rightarrow \hat{x} + 1$  приводим (5) к уравнению вида

$$\hat{a} = -\hat{x}.$$

Таким образом, характер движения тела в рассмотренном примере не зависит от параметров задачи и описывается уравнением гармонических колебаний.

- Задача

3. Стальной кубик вкатывается с начальной скоростью на ледяную прямолинейную горку, наклоненную к горизонту под углом  $\alpha$ . Коэффициент трения скольжения кубика о лед  $\mu$ . Через какой промежуток времени кубик вернется к основанию горки? На какую максимальную высоту он поднимется?

# Источники

1. С.Н.Манида, Физика. Решение задач повышенной сложности. СПб, 2004
2. Пособия, авторы М.В.Комарова и С.Н.Манида. (Механика)
3. <https://urok.1sept.ru/статьи/576015/>
4. Г.Н. Степанова Сборник задач по физике для 10-11 кл., 2014г.