Цифровая сортировка (DigitalSort)

Пример. Дана последовательность S из 8 чисел:

S : 31 03’ 20 02 03” 33 30 21

Q_0 : 20 30

Q_1 : 31 21

Q_2 : 02

Q_3 : 03’ 03” 33

S : 20 30 31 21 02 03’ 03” 33

Q_0 : 02 03’ 03”

Q_1 :

Q_2 : 20 21

Q_3 : 30 31 33

S : 02 03’ 03” 20 21 30 31 33

Цифровая сортировка (DigitalSort)

Вначале числа из списка S распределяются по очередям, причём номер очереди определяется **последней цифрой каждого числа**.

Затем полученные очереди соединяются в список, для которого все действия повторяются, но распределение по очередям производится в соответствии **со следующей цифрой и т. д.**

В примере использованы **4 очереди**, т.к. каждая цифра принимает значение от 0 до 3, т.е. числа представлены в четверичной системе счисления.

Цифровая сортировка (DigitalSort)

В общем случае:

Дана последовательность из S чисел, представленных в m-ичной системе счисления.

Каждое число состоит из L цифр $d_1 d_2 \ldots d_L$ (первая цифра – старшая, L-тая – младшая).

Тогда для каждой цифры d выполняется неравенство:

$$0 \le d \le m - 1$$

Поэтому для проведения сортировки потребуется
m очередей $Q_0, Q_1, \ldots, Q_{m-1}$.

Цифровая сортировка (DigitalSort)

Пример.

Необходимо сортировать последовательность целых чисел типа **longint** (32 бита).

Сколько потребуется очередей?

Можно рассматривать **каждый байт** числа как **цифру**, принимающую значения от 0 до 255.

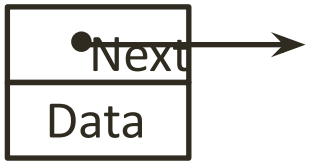
Таким образом, целое число: $d_1 d_2 d_3 d_4$, $L = 4$ цифры, $m = 256$ очередей.

Цифровая сортировка (DigitalSort)

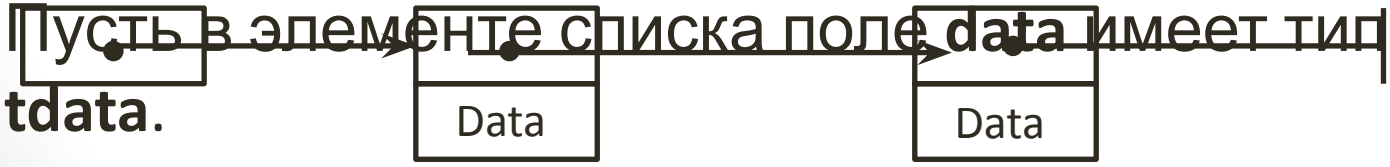
Укрупненная схема алгоритма

DO (j := L , L–1 , …, 1)
< Инициализация очередей Q >
< Расстановка элементов из списка S в очереди Q
по j –той цифре >
< Соединение очередей Q в список S >
OD

Элемент списка:



Пусть в элементе списка поле **data** имеет тип **tdata**.



Цифровая сортировка (DigitalSort)

Рассмотрим основные операции:

1) **Определение j-той цифры ключа сортировки**

Задача: выделение произвольного **байта** в поле **Data**

Решение: необходимо в структуре элемента списка определить **массив байтов**, который **накладывается** в памяти компьютера на компоненту **Data**.

Удобно использовать описатель **union** (объединение).

Тогда структура элемента списка:

```
struct tLE { tLE * Next;
             union { tData Data;
                     byte Digit [ sizeof (tData) ];
                   }
           }
```

Доступ к каждому **k**-тому байту поля Data: **Digit[k]**.

Цифровая сортировка (DigitalSort)

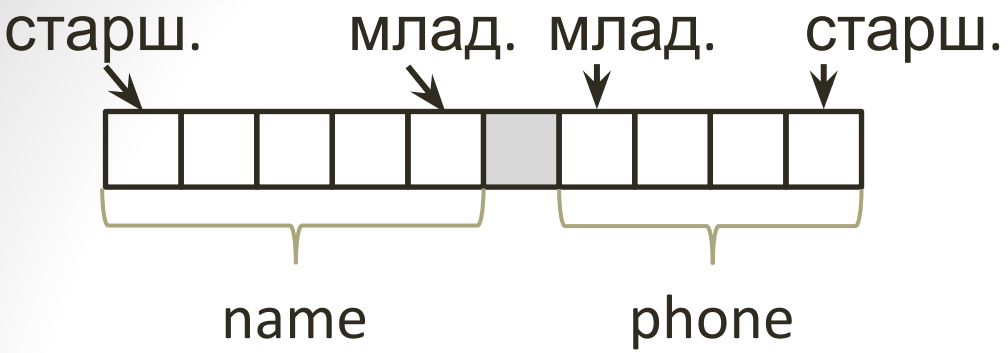
Рассмотрим **особенности реализации цифровой сортировки** для сложных структур:

Пример:

```
struct   tData  {  char Name [5];
                   long Phone;
                 };
```

sizeof (tData) = ?

sizeof (tData) = 10 байтов



Используем индексацию для удобства выбора байта.

Введем индексный массив **KDI** (**K**ey **D**igit **I**ndex):

byte KDI [sizeof (tData)];

Пример: 1) ключ = Name, KDI = (1,2,3,4,5), L=5

2) ключ = Phone, KDI = (10,9,8,7), L=4

3) ключ = Phone +Name, KDI = (10,9,8,7,1,2,3,4,5)

4) ключ = 3 младших байта Phone +

+3 первых буквы Name,

KDI = (9,8,7,1,2,3), L=6

Цифровая сортировка (DigitalSort)

Тогда **KDI [j] - номер байта**, соответствующего **j**-той цифре ключа сортировки, j := L, L–1, …,1.

Операция выбора j-той цифры:

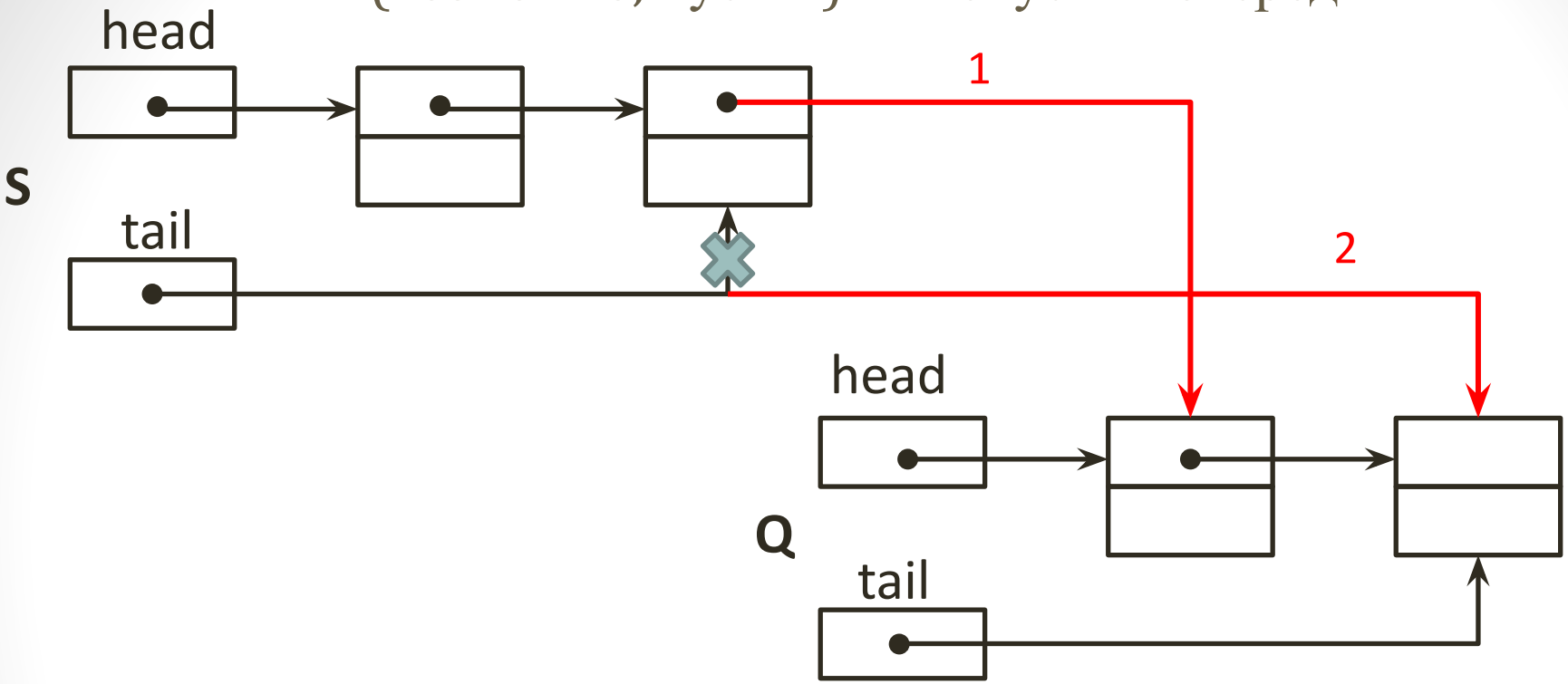
d := Digit [KDI [j]]

В алгоритме цифровой сортировки операция выполняется в два этапа:

k := KDI [j]

d := Digit [k]

2) Соединение очередей. Имеется очередь Q (возможно, пустая) и непустая очередь S.



1) **S.tail -> next := Q.head**
2) **S.tail := Q. tail**

Трудоемкость соединения очередей не зависит от количества элементов в очередях.

Если очередь **Q** пуста, выполнять присоединение нельзя

Цифровая сортировка (DigitalSort)

Алгоритм на псевдокоде

```
DO ( j := L, L-1, … 1 )
        DO ( i := 0, 1, … 255 )
            Q_i . Tail := & Q_i . Head
        OD
        p := S
    k := KDI [j]
        DO ( p ≠ NIL )
            d := p → Digit [k]
            Q_d .Tail → Next := p
            Q_d .Tail := p
            p := p → Next
        OD
```

Цифровая сортировка (DigitalSort)

Алгоритм на псевдокоде

(продолжение)

```
        p := & S
            DO ( i := 0, 1, … 255 )
                IF ( Q_i . Tail  ≠ & Q_i . Head )
                    p → Next := Q_i . Head
                    p := Q_i . Tail
                FI
            OD
            p → Next := NIL
OD
```

Цифровая сортировка (DigitalSort)

Трудоемкость метода

$$T = O(L(n + m))$$

Замечания:

1) Цифровая сортировка устойчива.

2) Чтобы изменить направление сортировки на обратное, нужно очереди присоединять в обратном порядке.

3) При фиксированных **m** и **L**: **$T = O(n)$** $<$ $O(n \log n)$

Границы применимости метода:

1) Метод применим, если задача сортировки сводится к задаче упорядочивания чисел, что не всегда возможно.

2) Если длина чисел (L) велика, то метод может проигрывать обычным методам сортировки (например, методу Хоара).

Метод	Трудоемкость	Устойчивость	Зависимость от упорядоченности
ShellSort	$O(n^{1,2})$	Не устойчив	Зависит
HeapSort	$O(n \log_2 n)$	Не устойчив	Практически не зависит
QuickSort	$O(n \log_2 n)$	Не устойчив	Зависит
MergeSort	$O(n \log_2 n)$	Устойчив	?
DigitalSort	$O(n)$	Устойчив	Не зависит