

Надежность производственных и технологических систем

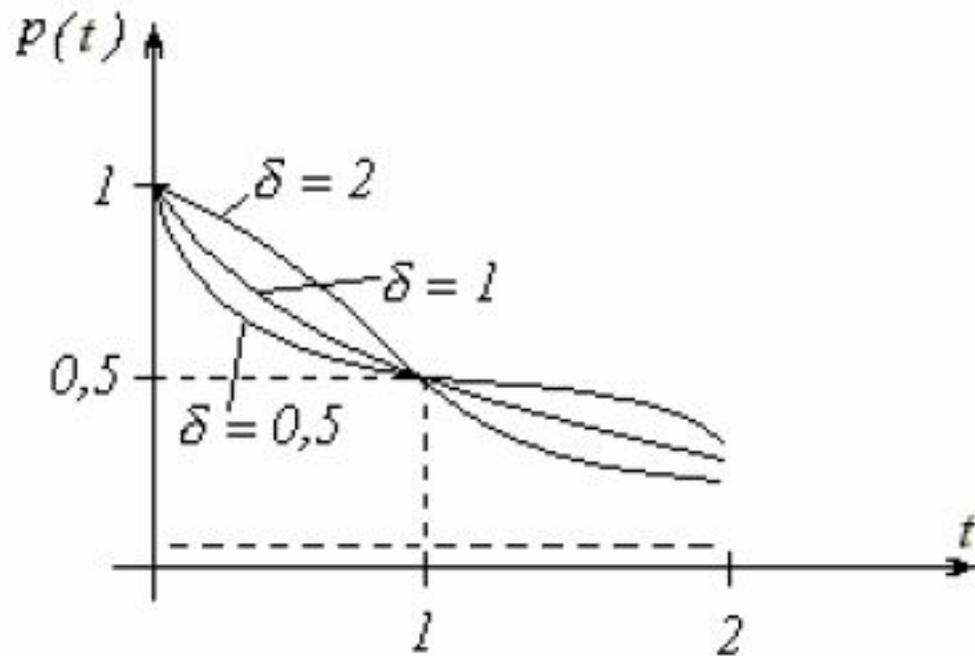
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ

ТЫНЧЕНКО В.С.

Зависимость интенсивности отказов от времени



Двухпараметрическое распределение Вейбулла



$$p(t) = \exp(-\lambda t^\delta), t \geq 0; \lambda > 0; \delta > 0.$$

$$\omega(t) = -p'(t) = \lambda \delta t^{\delta-1} \exp(-\lambda t^\delta)$$

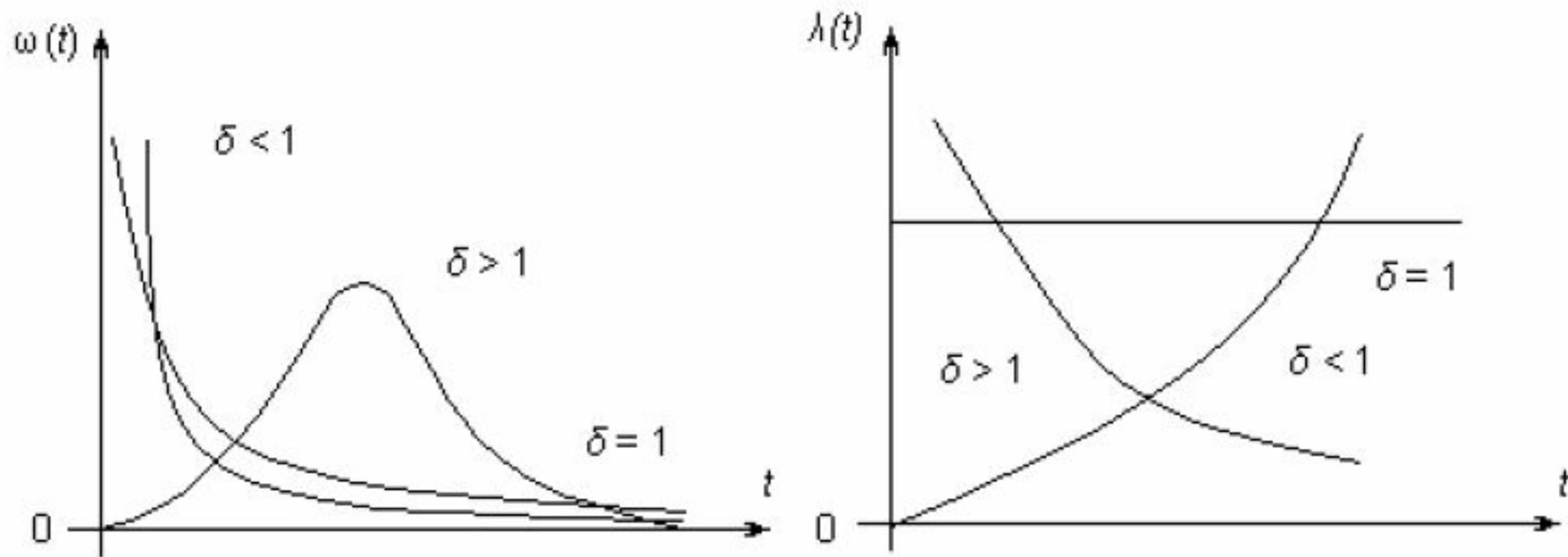
$$T_{cp} = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t^\delta} dt = \lambda^{-\frac{1}{\delta}} \Gamma\left(1 + \frac{1}{\delta}\right)$$

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt$$

$$\sigma_T^2 = \lambda^{-2/\delta} \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{\delta}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\delta}\right) \right]$$

$$\lambda(t) = \frac{\omega(t)}{p(t)} = \frac{\lambda \delta t^{\delta-1} \exp(-\lambda t^\delta)}{\exp(-\lambda t^\delta)} = \lambda \delta t^{\delta-1}$$

Двухпараметрическое распределение Вейбулла



Двухпараметрическое распределение Вейбулла (пример)

Пример. Определим среднюю наработку T_{cp} и интенсивность отказов $\lambda(t)$ для ТС, время БР которой подчиняется закону Вейбулла с параметрами $\delta=1,5$; $\lambda=10^{-4}$ 1/ч за время работы $t=100$ ч.

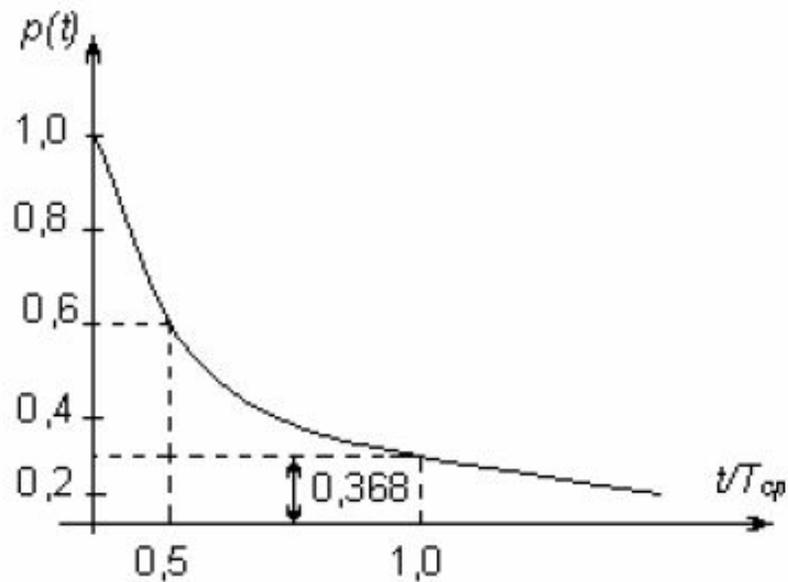
$$T_{cp} = \lambda^{-\frac{1}{\delta}} \Gamma\left(1 + \frac{1}{\delta}\right) = (10^{-4})^{-0,67} \cdot \Gamma(1,67)$$

$$\Gamma(1,67) = 0,9033$$

$$T_{cp} \approx 418 \text{ ч.}$$

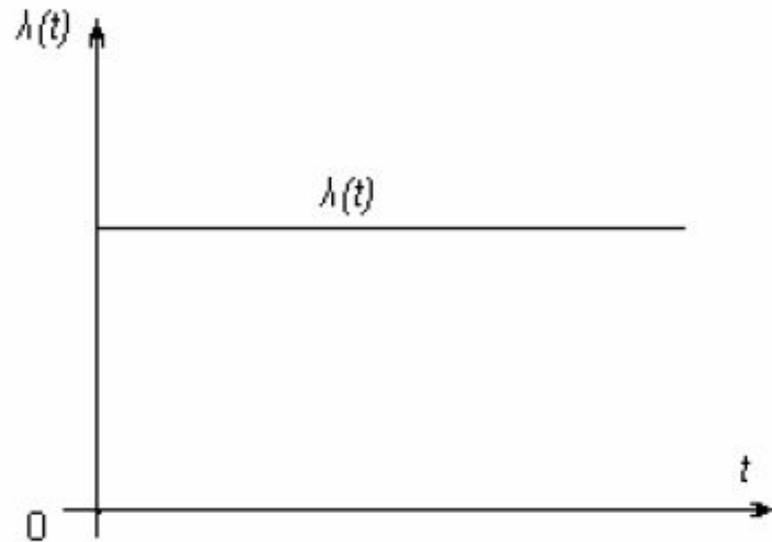
$$\lambda(100) = \lambda \cdot \delta \cdot (100)^{\delta-1} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ 1/ч.}$$

Экспоненциальное распределение



$$p(t) = e^{-\lambda t}, \quad t \geq 0; \quad \lambda > 0.$$

$$\omega(t) = -p'(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$



$$T_{cp} = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}$$

$$\sigma_T^2 = \frac{1}{\lambda^2} = T_{cp}^2$$

Экспоненциальное распределение (пример)

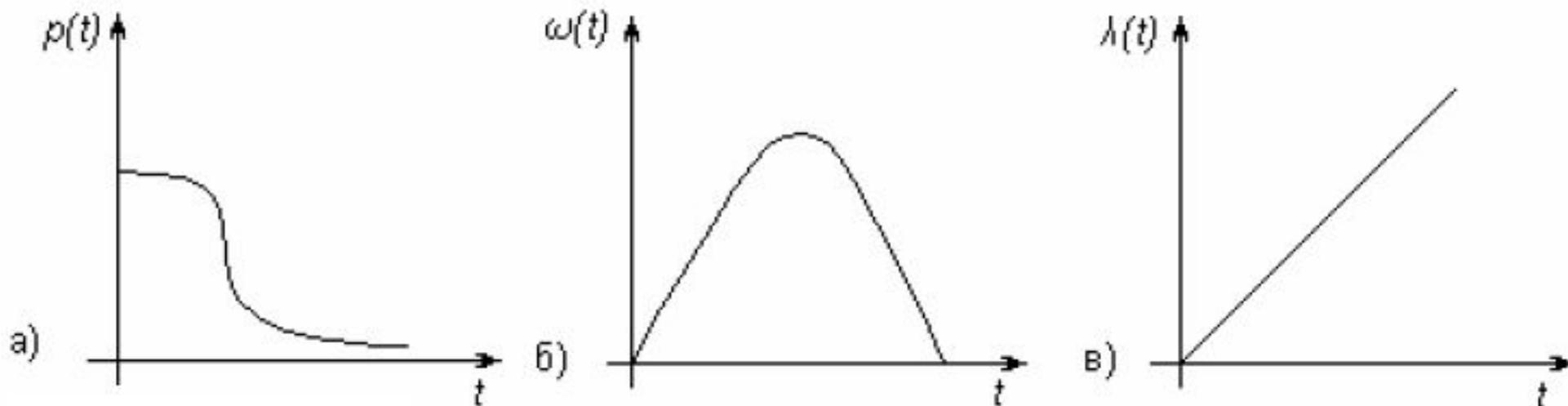
Пример. Нарботка ТС до отказа описывается экспоненциальным распределением с параметром $\lambda=10^{-4}$ 1/ч. Определить $p(t)$ и $\omega(t)$ системы за время работы $t=2000$ ч, а также среднюю наработку T_{cp} .

$$p(2000) = e^{-10^{-4} \cdot 2000} = 0,819$$

$$\omega(t) = 10^{-4} \cdot e^{-10^{-4} \cdot 2000} = 8,19 \cdot 10^{-6} \text{ 1/ч.}$$

$$T_{cp} = \frac{1}{\lambda} = 10^4 \text{ ч.}$$

Распределение Релея



$$p(t) = \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right)$$

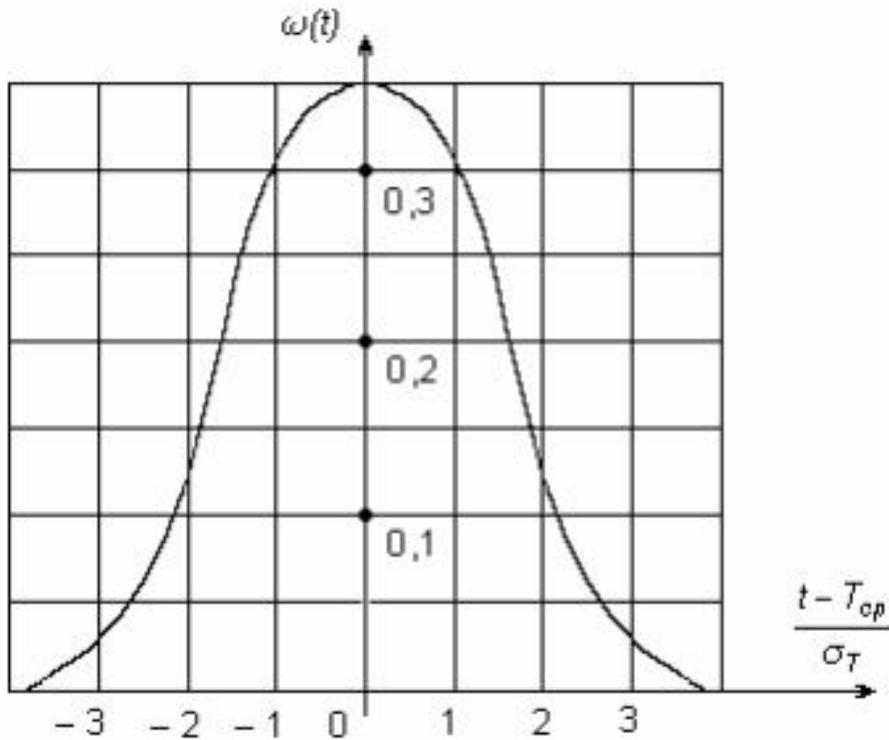
$$\omega(t) = -p'(t) = \frac{t}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$\lambda(t) = \frac{\omega(t)}{p(t)} = \frac{t}{\sigma^2}$$

$$T_{cp} = \int_0^{\infty} t\omega(t)dt = \int_0^{\infty} \frac{t^2}{\sigma^2} e^{-\frac{t^2}{\sigma^2}} dt = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\sigma = 1,253\sigma.$$

$$\sigma_T^2 = \left(2 - \frac{\pi}{2}\right)\sigma^2 = 0,4292\sigma^2$$

Нормальное распределение



$$\omega(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(t - T_{cp})^2}{2\sigma_T^2}\right)$$

$$p(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{t - T_{cp}}{\sigma_T}}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

$$q(t) = F\left(\frac{t - T_{cp}}{\sigma_T}\right)$$

где $F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{u^2}{2}} du$ – это интеграл Лапласа