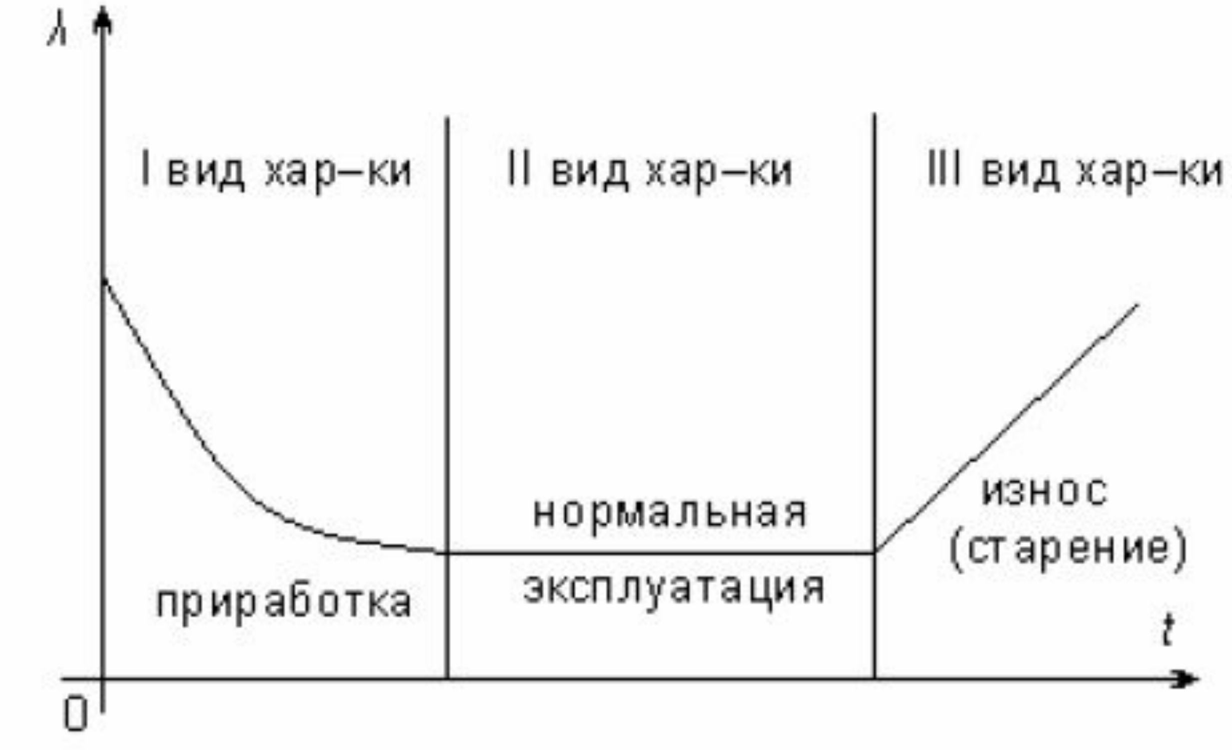
Надежность производственных и технологических систем

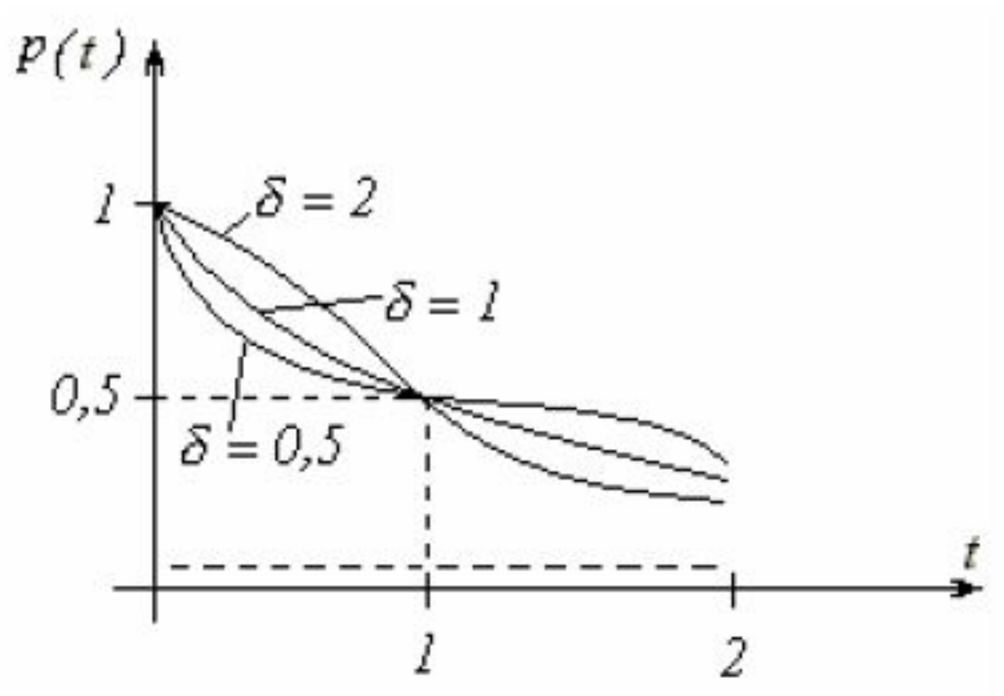
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ В ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ

ТЫНЧЕНКО В.С.

Зависимость интенсивности отказов от времени



Двухпараметрическое распределение Вейбулла



$$p(t) = \exp(-\lambda t^{\delta}), t \geq 0; \lambda > 0; \delta > 0.$$

$$\omega(t) = -p'(t) = \lambda\delta \; t^{\delta-1} \exp(-\lambda t^{\delta})$$

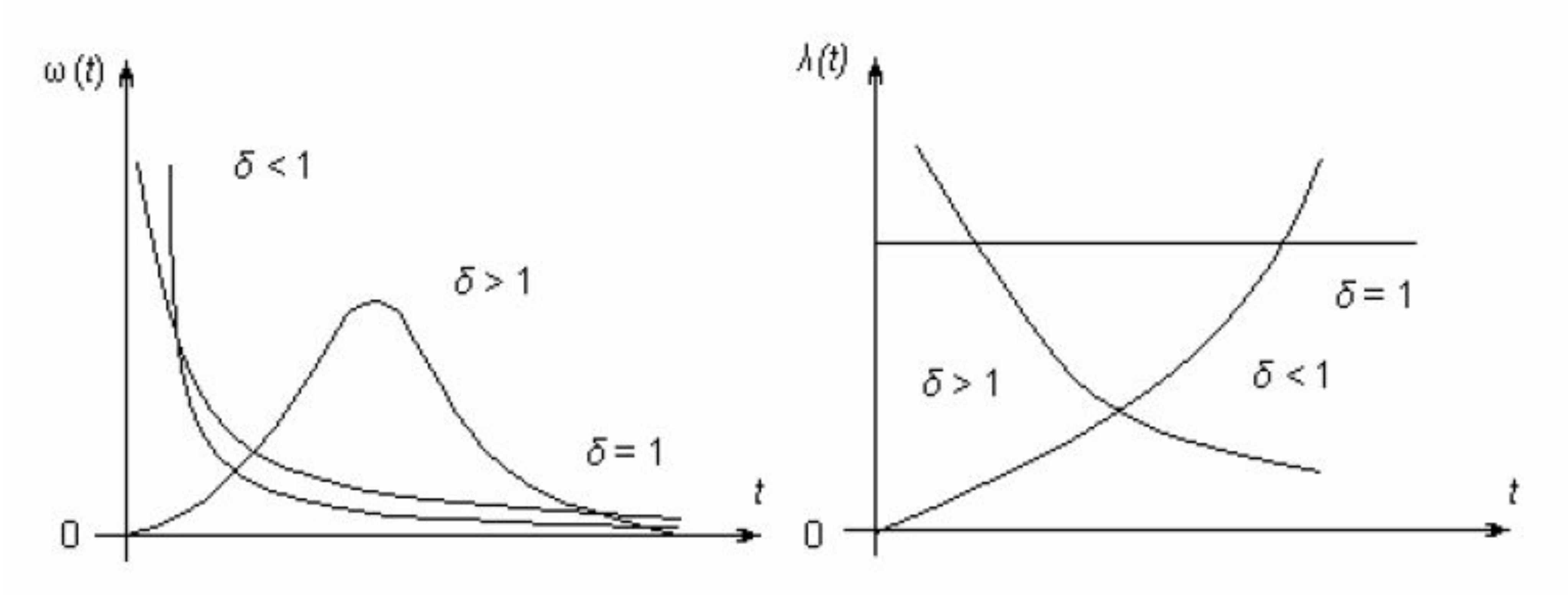
$$T_{cp} = \int_0^\infty e^{-\lambda \; t^{\delta}} dt = \lambda^{-\frac{1}{\delta}} \Gamma(1+\frac{1}{\delta})$$

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1} e^{-t} dt.$$

$$\sigma_T^2 = \lambda^{-2/\delta} [\Gamma(1+\frac{2}{\delta}) - \Gamma^2(1+\frac{1}{\delta})]$$

$$\lambda(t) = \frac{\omega(t)}{p(t)} = \frac{\lambda\delta \; t^{\delta-1} \exp(-\lambda \; t^{\delta})}{\exp(-\lambda \; t^{\delta})} = \lambda\delta \; t^{\delta-1}$$

Двухпараметрическое распределение Вейбулла



Двухпараметрическое распределение Вейбулла (пример)

Пример. Определим среднюю наработку T_{cp} и интенсивность отказов $\lambda(t)$ для ТС, время БР которой подчиняется закону Вейбулла с параметрами δ=1,5; $\lambda=10^{-4}$ 1/ч за время работы t=100 ч.

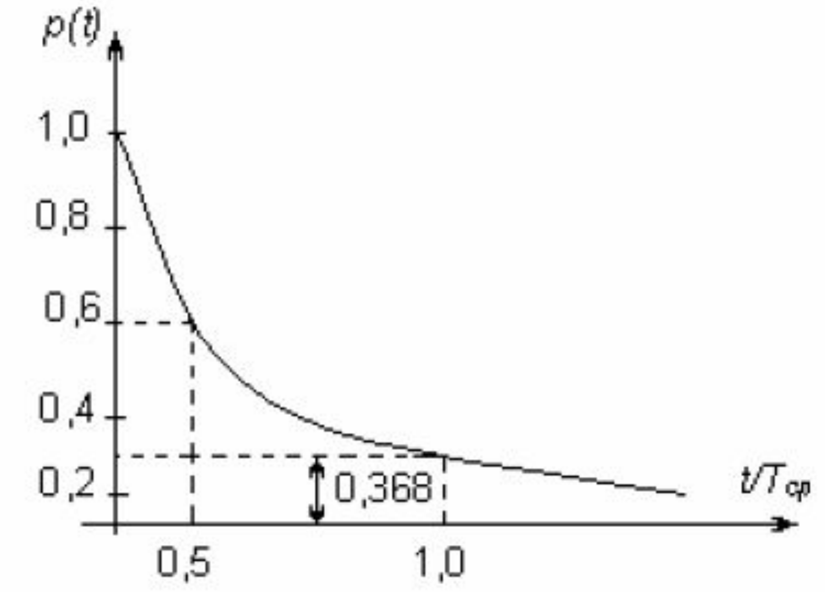
$$T_{cp} = \lambda^{-\frac{1}{\delta}} \Gamma(1+\frac{1}{\delta}) = (10^{-4})^{-0,67} \cdot \Gamma(1{,}67)$$

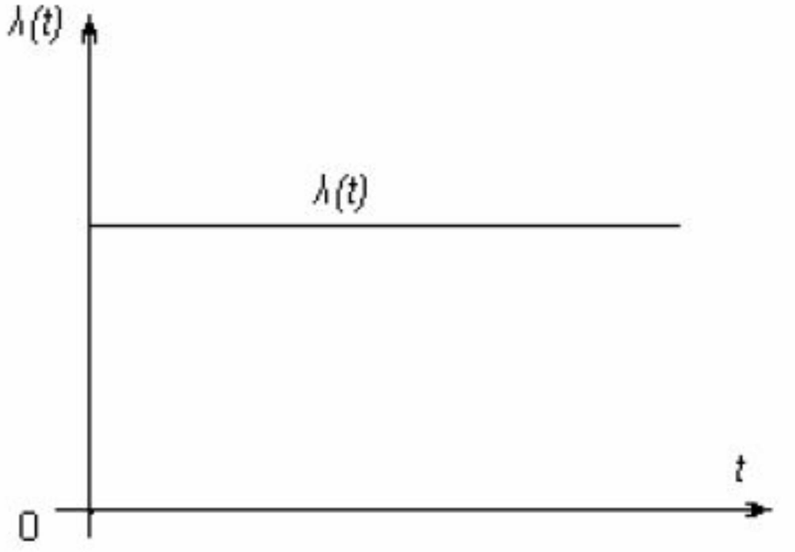
$$\Gamma(1{,}67)=0{,}9033$$

$$T_{cp} \approx 418 \text{ ч.}$$

$$\lambda(100) = \lambda \cdot \delta \cdot (100)^{\delta-1} = 1{,}5 \cdot 10^{-3} \text{ 1/ч.}$$

Экспоненциальное распределение





$$p(t) = e^{-\lambda t}, \quad t \geq 0; \quad \lambda > 0.$$

$$T_{cp} = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda} \qquad \sigma_T^2 = \frac{1}{\lambda^2} = T_{cp}^2$$

$$\omega(t) = -p'(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$

Экспоненциальное распределение (пример)

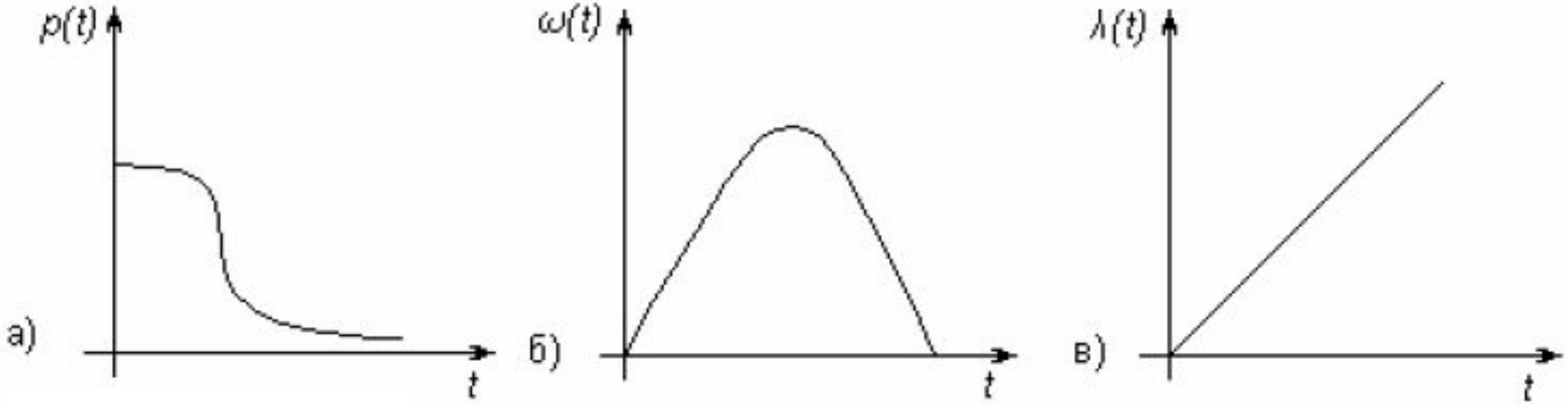
Пример. Наработка ТС до отказа описывается экспоненциальным распределением с параметром $\lambda=10^{-4}$ 1/ч. *Определить* $p(t)$ и $\omega(t)$ системы за время работы t=2000 ч, а также среднюю наработку T_{cp}.

$$p(2000) = e^{-10^{-4} \cdot 2000} = 0{,}819$$

$$\omega(t) = 10^{-4} \cdot e^{-10^{-4} \cdot 2000} = 8{,}19 \cdot 10^{-6} \ 1/\text{ч}.$$

$$T_{cp} = \frac{1}{\lambda} = 10^{4} \ \text{ч}.$$

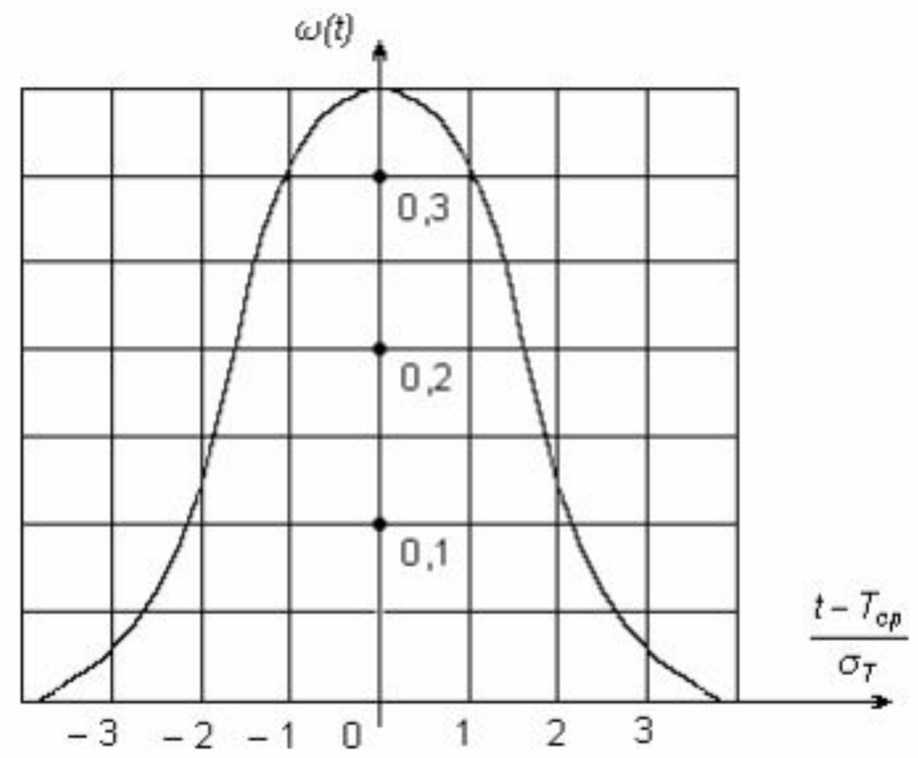
Распределение Релея



$$p(t) = \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right),\qquad \omega(t) = -p'(t) = \frac{t}{\sigma^2}\exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right)\qquad \lambda(t) = \frac{\omega(t)}{p(t)} = \frac{t}{\sigma^2}$$

$$T_{cp} = \int_0^\infty t\omega(t)dt = \int_0^\infty \frac{t^2}{\sigma^2} e^{-\frac{t^2}{\sigma^2}} dt = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\sigma = 1{,}253\sigma.\qquad \sigma_T^2 = \left(2 - \frac{\pi}{2}\right)\sigma^2 = 0{,}4292\sigma^2$$

Нормальное распределение



$$\omega(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(t - T_{cp})^2}{2\sigma_T^2} \right)$$

$$p(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{t-T_{cp}}{\sigma_T}}^{\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

$$q(t) = F\left(\frac{t - T_{cp}}{\sigma_T} \right)$$

где $F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{u^2}{2}} du$ – это интеграл Лапласа