Решение треугольников

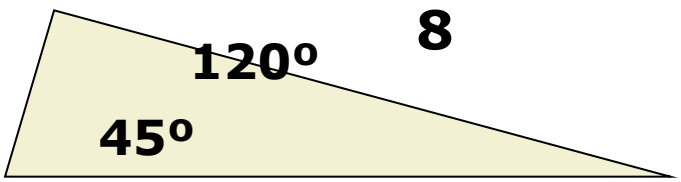
*

Самостоятельная работа

- Вариант 1
- Вариант 2

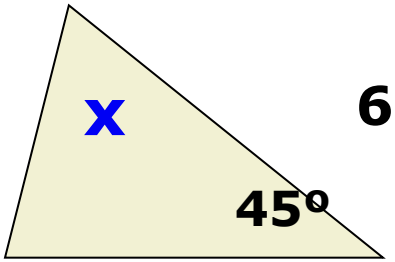
Найти X

1.



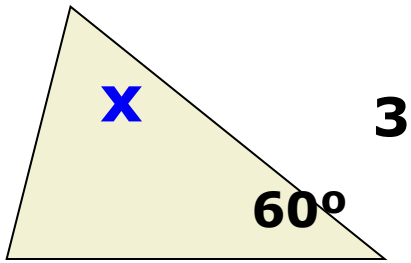
x

2.



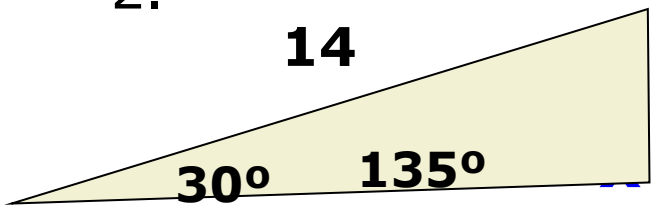
$4\sqrt{2}$

1.



5

2.



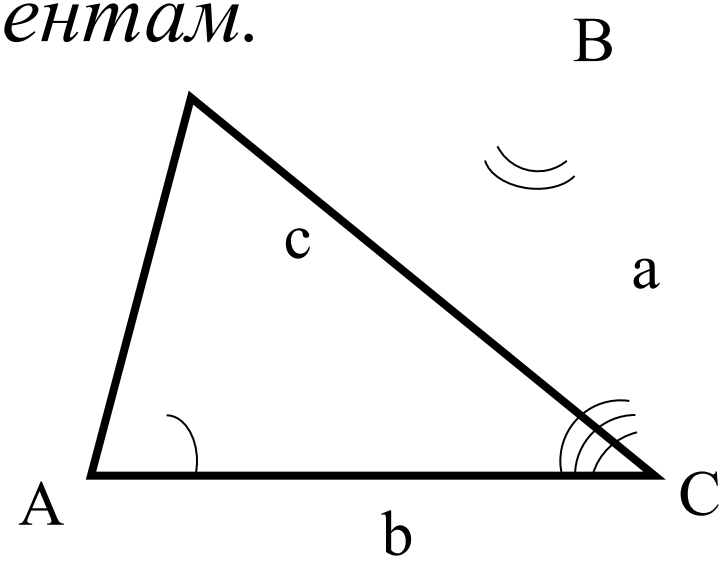
3. Определите вид треугольника со сторонами

3; 5; 7

4; 5; 6

Определение

Решением треугольника называется нахождение всех его шести элементов (то есть трёх сторон и трёх углов) по каким-нибудь трём данным элементам.



Для этого вспомним

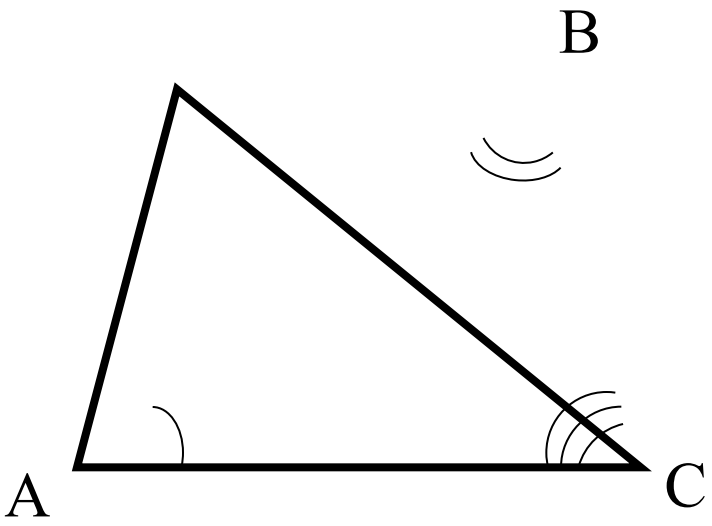
Решение данных задач основано на использовании теорем синусов и косинусов, теоремы о сумме углов треугольника и следствии из теоремы синусов: в треугольнике против большего угла лежит большая сторона, против большей стороны лежит больший угол.

Причем, при вычислении углов треугольника предпочтительнее использовать теорему косинусов, а не теорему синусов.

Сумма углов треугольника

Сумма углов треугольника равна 180º

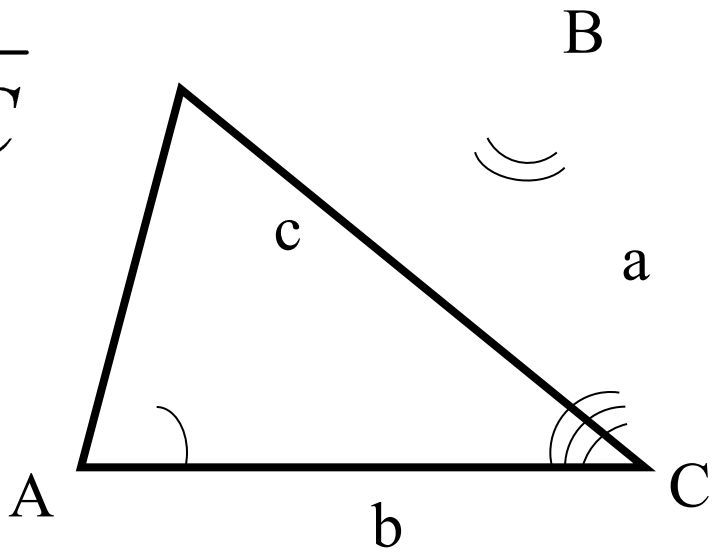
$$\angle A + \angle B + \angle C = 180°$$



Теорема синусов

Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов

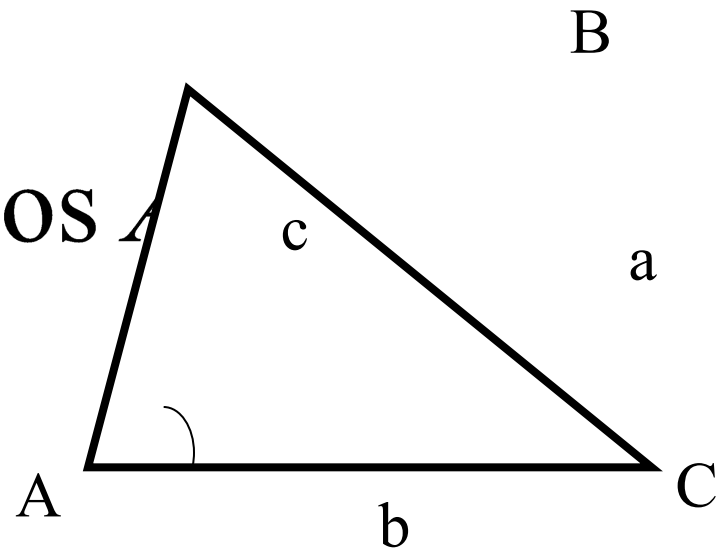
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$



Теорема косинусов

Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними.

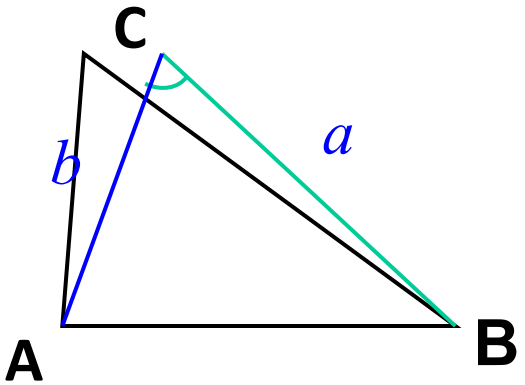
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$



Три задачи на решение треугольника

Решение треугольника по двум сторонам и углу между ними.

$$Дано: \Delta ABC, BC = a, AC = b, \angle C$$



Что можно найти???

1. AB по теореме косинусов
2. ∠A и ∠B по теореме синусов
3. Площадь треугольника
4. Радиусы вписанной и описанной окружностей
5. Высоты треугольника

*

Решение

$$c^2 = a^2 + в^2 - 2aв \cdot cos\gamma, значит$$

$$c = \sqrt{a^2 + в^2 - 2aв\cos\gamma}$$

2) Если ***γ- тупой угол***, значит α и β острые углы

Если ***γ –острый угол***, то сравниваем *a и b, выбираем* меньшую и находим меньший угол (он точно острый)

Допустим это α

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{c}{\sin\gamma} \Rightarrow \sin\alpha = \frac{a\sin\gamma}{c}$$

3) β =180°- (α + β)

Задача имеет одно решение

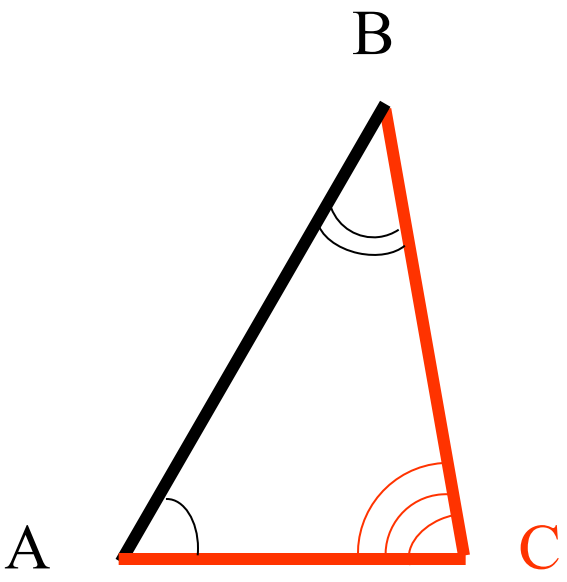
*

Решаем задачу 1

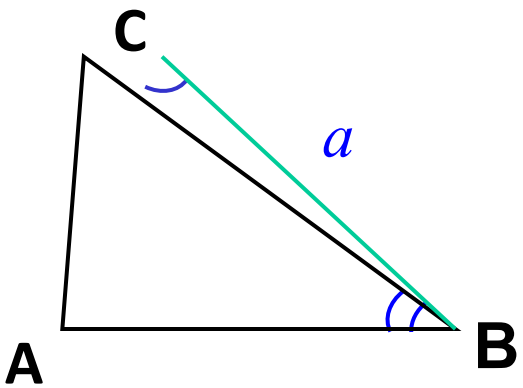
Решить треугольник ABC, если a=6,3 см, b=6,3 см, ∠C=54º.

Дано: ΔABC, a=6,3 см,
b=6,3 см, ∠C=54º.
Найти: ∠A, ∠ B, c.

Ответ



Решение треугольника
по стороне и двум прилегающим к ней углам.



$$Дано: \Delta ABC, BC = a, \angle C, \angle B$$

Что можно найти???

1. AB по теореме косинусов
2. ∠A и ∠B по теореме синусов
3. Площадь треугольника
4. Радиусы вписанной и описанной окружностей
5. Высоты треугольника

*

Решение:

$$\gamma = 180^o - (\alpha+\beta),\ \alpha+\beta < 180^o$$

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} \Rightarrow b = \frac{a\sin\beta}{\sin\alpha}$$

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{c}{\sin\gamma} \Rightarrow c = \frac{a\sin\gamma}{\sin\alpha}$$

Задача имеет одно решение

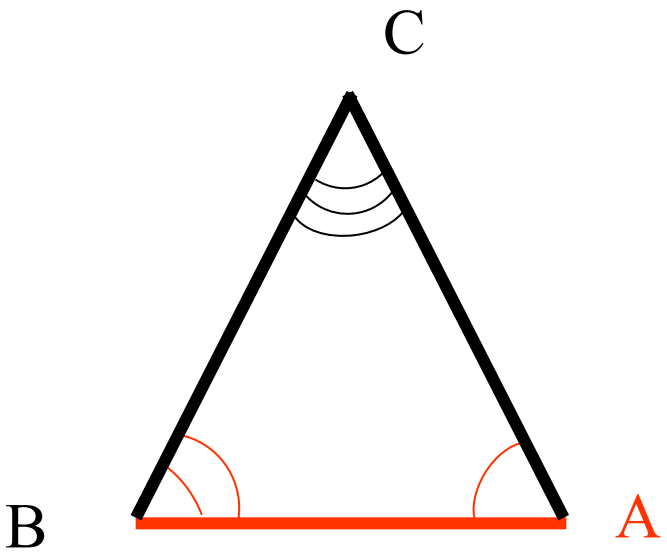
Решаем задачу 2

Решить треугольник ABC, если ∠A=60º ∠B=40º, c =14см.

Дано: ΔABC, ∠A=60º, ∠B=40º, c=14см.

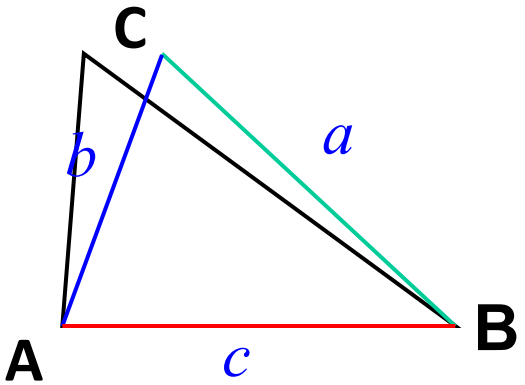
Найти: a, b, ∠C.

Ответ



Решение треугольника по трем сторонам.

$$Дано: \Delta ABC, BC = a, AC = b, AB = c$$



Что можно найти???

1. AB по теореме косинусов
2. ∠A и ∠B по теореме синусов
3. Площадь треугольника
4. Радиусы вписанной и описанной окружностей
5. Высоты треугольника

Решение

Пусть ***a*** – наибольшая сторона треугольника,

$$a^2 = c^2 + в^2 - 2вс\cos\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{c^2 + b^2 - a^2}{2cb}$$

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta}, значит$$

$$\sin\beta = \frac{b\sin\alpha}{a}$$

$$\gamma = 180° - (\alpha + \beta)$$

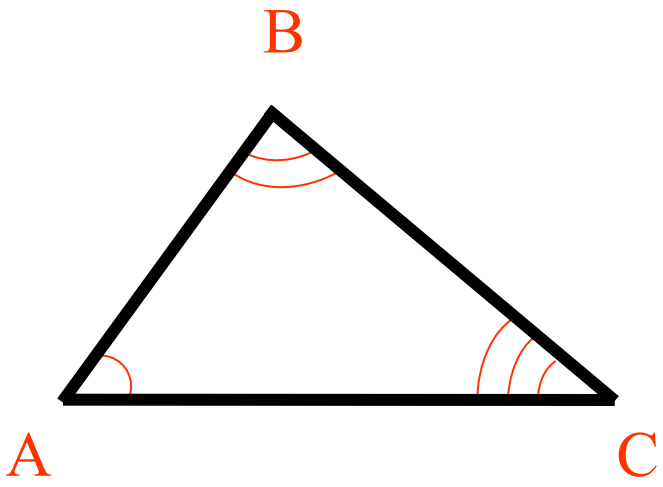
Задача имеет одно решение

Решаем задачу 3

Решить треугольник ABC, если a=6 см, b=7,7 см, c=4,8 см.

Дано: a=6 см, b=7,7 см,
c=4,8 см.
Найти: ∠A, ∠B, ∠C.

Ответ



*

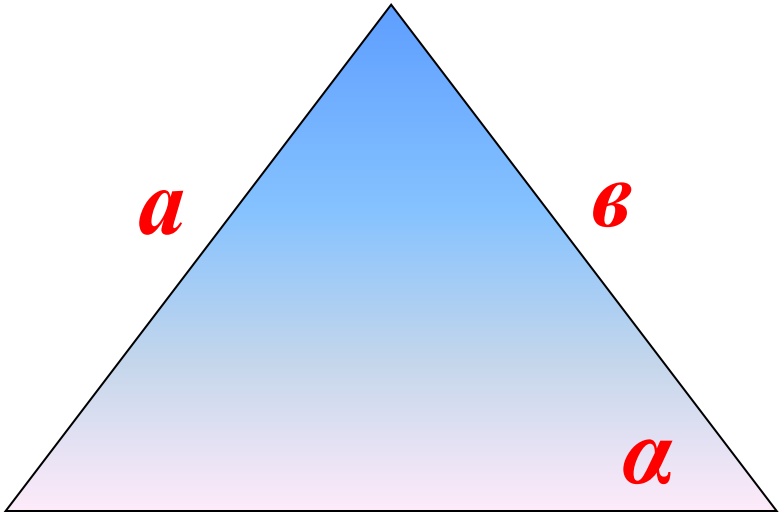
IV тип задач по двум сторонам и углу, лежащему против одной из них

Дано:

Δ ABC

a , в, α

Найти: c, γ, β



Решение

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta}, \textit{значит} \quad \sin\beta = \frac{b\sin\alpha}{a}$$

1. Если ***в*** намного больше ***а***, то sinβ >1 и задача не имеет решений.

2. Если sinβ =1, то β =90º, γ =90º-***α***,

$$c = в\cos\alpha$$

в этом случае задача имеет единственное решение

3. Если 0 < sinβ < 1 , то β может быть и острым и тупым углом

Сравниваем а и в

Если а < в, то

существуют два угла β

β_1 -острый, значит треугольник-остроугольный

$$\gamma_1 = 180 - (\alpha + \beta_1)$$

$$c_1 = \frac{a \sin \gamma_1}{\sin \alpha}$$

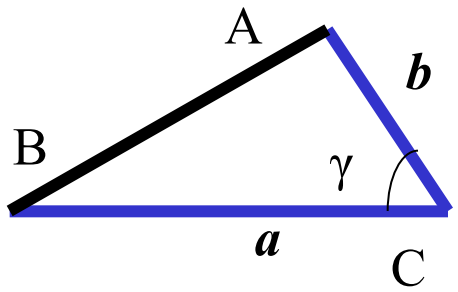
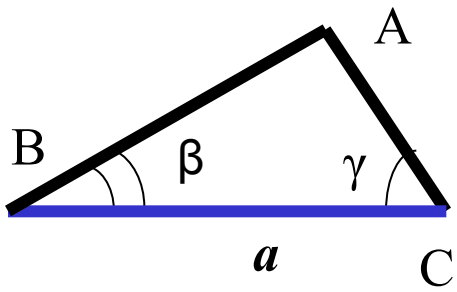
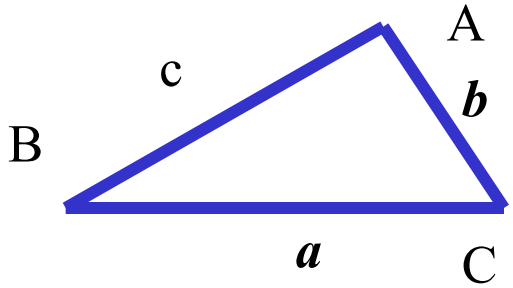
β_2 =180º- (α +β_1)-тупой, значит треугольник-тупоугольный

$$\gamma_2 = 180 - (\alpha + \beta_2)$$

$$c_2 = \frac{a \sin \gamma_2}{\sin \alpha}$$

В этом случае задача имеет два решения

Таблица – памятка

Решение треугольника по двум сторонам и углу между ними	Решение треугольника по стороне и прилежащим к ней углам	Решение треугольника по трем сторонам
		
$c=\sqrt{a^2+b^2-2ab\cos C}$ $\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$ $\angle B=180^\circ-(\angle A+\angle C)$	$\angle A=180^\circ-(\angle B+\angle C)$ $b=\dfrac{a\sin B}{\sin A}$ $c=\dfrac{a\sin C}{\sin A}$	$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$ $\cos C=\dfrac{b^2+a^2-c^2}{2ab}$ $\angle B=180^\circ-(\angle A+\angle C)$

Ответ к примеру 1

$\angle A=63^o$

$\angle B=63^o$

$c\approx5,7$ см

Ответ к примеру 2

$\angle C=80^o$

$a\approx12,3$ см

$b\approx9,1$ см

Ответ к примеру 3

$\angle A = 54^{o}52'$

$\angle B = 84^{o}16'$

$\angle C = 40^{o}52'$

Найди ошибку

$$\grave{a}^2 = b^2 + c^2 + 2bc\cos\alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$$

$$a^2 = a^2 + c^2 - 2ac\sin\alpha$$

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

$$2R = \frac{\sin A}{a}$$

$$\frac{b}{\sin B} = 2r$$

Выполните задание

- Стр 178-179
- № 26(2,3), 27(2,3), 28(2,3), 29(2,3),