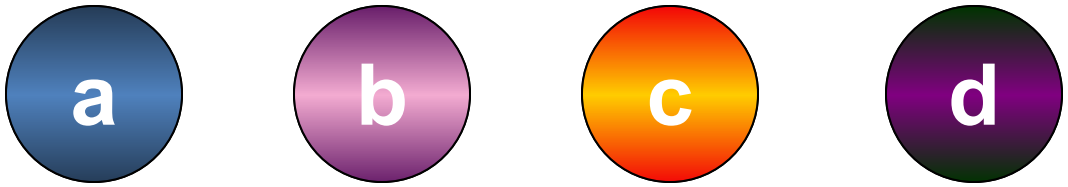
Элементы комбинаторики
Размещения

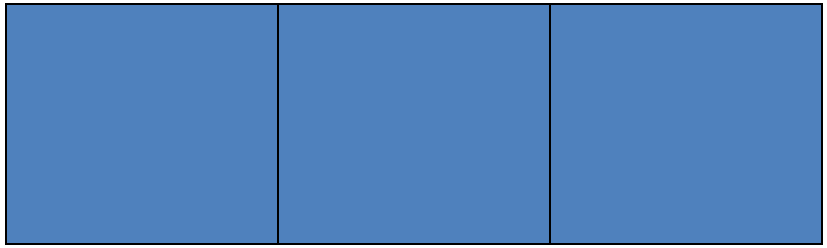
Урок алгебры
в 9 классе

Top-Desktop.ru - лучшие обои для вашего рабочего стола

Тема урока

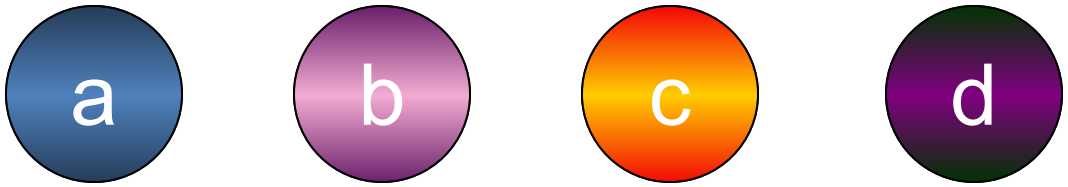
Пусть имеется 4 шара и 3 пустые ячейки.
В каждую ячейку можно поместить
по одному шару.

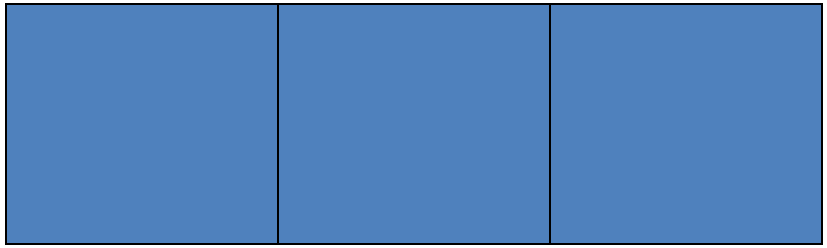




abc

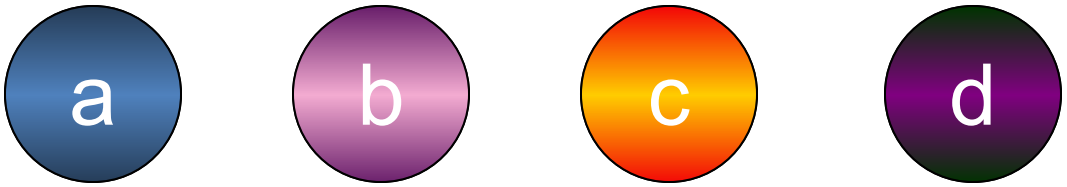
Пусть имеется 4 шара и 3 пустые ячейки.
В каждую ячейку можно поместить
по одному шару.

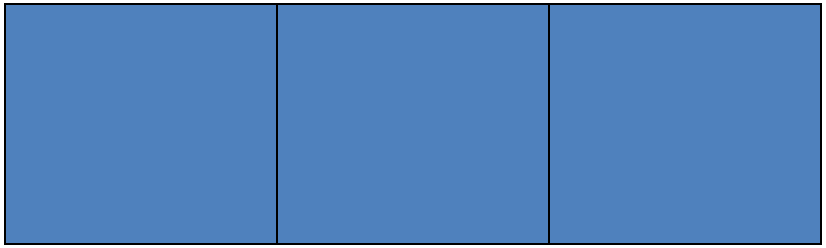




acb

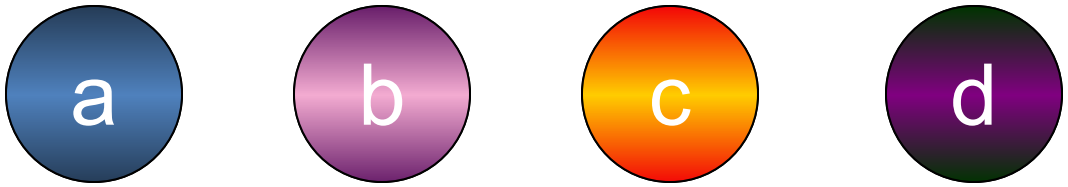
Пусть имеется 4 шара и 3 пустые ячейки.
В каждую ячейку можно поместить
по одному шару.

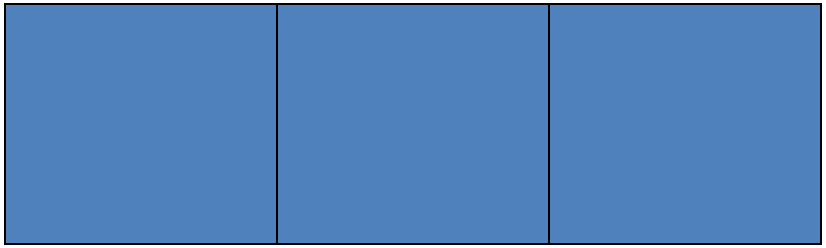




bac

Пусть имеется 4 шара и 3 пустые ячейки.
В каждую ячейку можно поместить
по одному шару.





dcb

abc, acb, bac, dcb, …

Определение

- Размещением из ***n*** элементов по ***k***

(k ≤ n) называется любое множество, состоящее из ***k*** элементов, взятых в определенном порядке из данных ***n*** элементов

Обозначение:

$$A_n^k$$

Все возможные размещения по 3 элемента из 4:

abc, abd, acb, acd, adb, adc,

bac, bad, bca, bda, bcd, bdc,

cab, cad, cba, cbd, cda, cdb,

dab, dac, dba, dbc, dca, dcb.

$$A_4^3 = 24$$

Первый элемент можно выбрать 4-мя способами.

Для каждого выбранного первого элемента второй можно выбрать из оставшихся 3-мя способами.

Ля каждых первых двух выбранных элементов третий элемент из оставшихся двух можно выбрать 2-мя способами.

Т.е.

$$A_4^3 = 4 \cdot 3 \cdot 2$$

$$A_4^3 = 24$$

Формула размещения для k < n

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Формула размещения для k = n

$$A_n^n = n!$$

Пример 1

- Учащиеся 2 класса изучают 9 предметов. Сколькими способами можно составить расписание на один день, чтобы в нем было 4 различных предмета?

Решение

$$A_9^4 = \frac{9!}{(9-4)!} = \frac{9!}{5!} = \frac{5!\cdot 6\cdot 7\cdot 8\cdot 9}{5!} = 6\cdot 7\cdot 8\cdot 9 = 3024$$

Пример 2

- Сколько трехзначных чисел

(без повторения цифр в записи числа)

можно составить из цифр

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 ?

Решение

Нужно исключить те, у которых первым элементом будет 0.

$$A_7^3 - A_6^2 = \frac{7!}{(7-3)!} - \frac{6!}{(6-2)!} = \frac{7!}{4!} - \frac{6!}{4!} = 5 \cdot 6 \cdot 7 - 5 \cdot 6 = 30 \cdot 6 = 180$$

Решение задач

№ 754 Сколькими способами может разместиться семья из трех человек в четырехместном купе, если в купе других пассажиров нет?

Решение. Пронумеруем места в купе (с № 1 по № 4) и будем «выдавать» каждому из трех членов семьи номер места. Из 4 элементов (номеров мест) будут делаться выборки по 3 элемента, при этом важен не только состав выборки, но и порядок расположения в ней элементов (кто именно и на каком месте поедет).
Число способов равно числу размещений из 4 по 3:

$$A_4^3 = \frac{4!}{(4-3)!} = \frac{4!}{1!} = \frac{24}{1} = 24$$

Решение задач

№ 757 Сколькими способами тренер может определить, кто из 12 спортсменок, готовых к участию в эстафете 4 х 100 м, побежит на первом, втором, третьем и четвертом этапах?

Решение. Выбор из 12 по 4 с учетом порядка:

$$A_{12}^{4} = \frac{12!}{(12-4)!} = \frac{12!}{8!} = \frac{8! \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12}{8!} =$$

$9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 = 11\ 880$ способов.

Ответ: 11880 способов.

Задачи на закрепление

1. Сколькими способами могут быть заняты первое, второе и третье места (по одному человеку на место) на соревнованиях, в которых участвуют: 1) 5 человек; 2) 6 человек?
2. Сколькими способами могут быть распределены первая, вторая и третья премии между 15 участниками конкурса?
3. Сколькими способами можно изготовить трех цветный флаг с горизонтальными полосами, если имеется материал 7 различных цветов?
4. Номер машины в некотором городе состоит из двух различных букв, взятых из набора М, Н, К, Т, С, и трех различных цифр. Сколько машин можно обеспечить такими номерами?

Домашнее задание

п. 32 – знать определение и формулы размещения, выписать в тетрадь, решить в тетради задачи на закрепление

- № 756, 759, 762,
- На повторение:

№ 765, 766, 767