

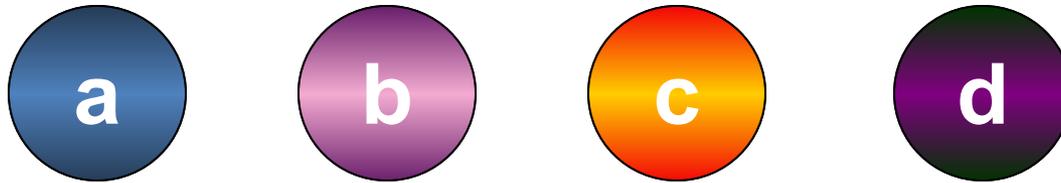
Элементы комбинаторики Размещения

$$5 + 2 = 7$$


Урок алгебры
в 9 классе

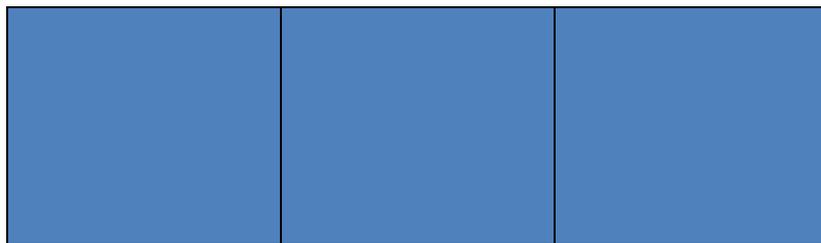
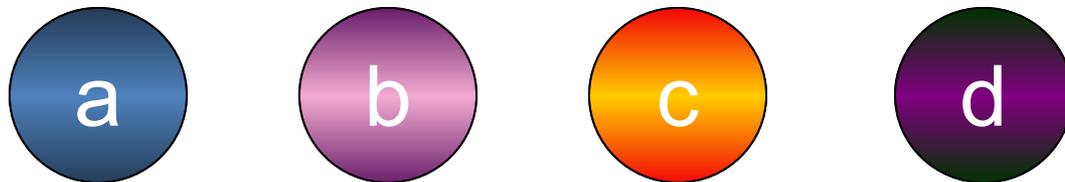
Тема урока

Пусть имеется 4 шара и 3 пустые ячейки.
В каждую ячейку можно поместить
по одному шару.



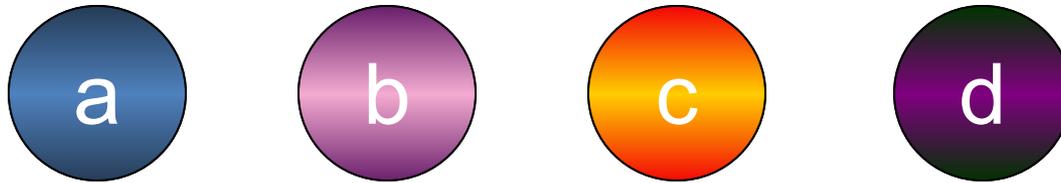
abc

Пусть имеется 4 шара и 3 пустые ячейки.
В каждую ячейку можно поместить
по одному шару.



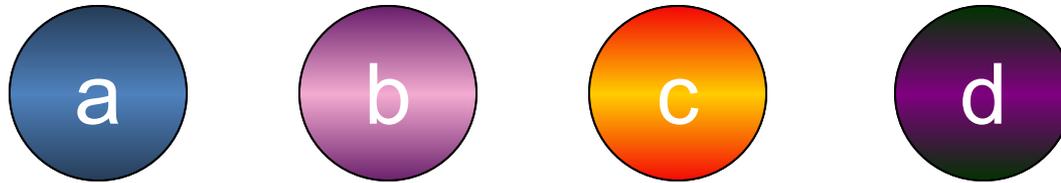
acb

Пусть имеется 4 шара и 3 пустые ячейки.
В каждую ячейку можно поместить
по одному шару.



bac

Пусть имеется 4 шара и 3 пустые ячейки.
В каждую ячейку можно поместить
по одному шару.



dcb

abc, acb, bac, dcb, ...

Определение

- **Размещением** из n элементов по k

($k \leq n$) называется любое

множество, состоящее из k

элементов, взятых в

определенном

порядке из данных n элементов

Обозначение:

$$A_n^k$$

Все возможные размещения
по 3 элемента из 4:

abc, abd, acb, acd, adb, adc,
bac, bad, bca, bda, bcd, bdc,
cab, cad, cba, cbd, cda, cdb,
dab, dac, dba, dbc, dca, dcb.

$$A_4^3 = 24$$

Первый элемент можно выбрать 4-мя способами.

Для каждого выбранного первого элемента второй можно выбрать из оставшихся 3-мя способами.

Для каждых первых двух выбранных элементов третий элемент из оставшихся двух можно выбрать 2-мя способами.

Т.е.

$$A_4^3 = 4 \cdot 3 \cdot 2$$

$$A_4^3 = 24$$

Формула размещения для $k <$

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Формула размещения для $k =$

$$A_n^n = n!$$

Пример 1

- Учащиеся 2 класса изучают 9 предметов. Сколькими способами можно составить расписание на один день, чтобы в нем было 4 различных предмета?

Решение

$$A_9^4 = \frac{9!}{(9-4)!} = \frac{9!}{5!} = \frac{5! \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}{5!} = 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 = 3024$$

Пример 2

- Сколько трехзначных чисел (без повторения цифр в записи числа)

МОЖНО СОСТАВИТЬ ИЗ ЦИФР

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 ?

Решение

Нужно исключить те, у которых первым элементом будет 0.

$$A_7^3 - A_6^2 = \frac{7!}{(7-3)!} - \frac{6!}{(6-2)!} = \frac{7!}{4!} - \frac{6!}{4!} = 5 \cdot 6 \cdot 7 - 5 \cdot 6 = 30 \cdot 6 = 180$$

Решение задач

№ 754 Сколькими способами может разместиться семья из трех человек в четырехместном купе, если в купе других пассажиров нет?
Решение. Пронумеруем места в купе (с № 1 по № 4) и будем «выдавать» каждому из трех членов семьи номер места. Из 4 элементов (номеров мест) будут делаться выборки по 3 элемента, при этом важен не только состав выборки, но и порядок расположения в ней элементов (кто именно и на каком месте поедет).

Число способов равно числу размещений из 4 по 3:

$$A_4^3 = \frac{4!}{(4-3)!} = \frac{4!}{1!} = \frac{24}{1} = 24$$

Решение задач

№ 757 Сколькими способами тренер может определить, кто из 12 спортсменок, готовых к участию в эстафете 4 x 100 м, побежит на первом, втором, третьем и четвертом этапах?

Решение. Выбор из 12 по 4 с учетом порядка:

$$A_{12}^4 = \frac{12!}{(12-4)!} = \frac{12!}{8!} = \frac{8! \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12}{8!} =$$

$$9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 = 11\,880 \text{ способов.}$$

Ответ: 11880 способов.

Задачи на закрепление

1. Сколькими способами могут быть заняты первое, второе и третье места (по одному человеку на место) на соревнованиях, в которых участвуют: 1) 5 человек; 2) 6 человек?
2. Сколькими способами могут быть распределены первая, вторая и третья премии между 15 участниками конкурса?
3. Сколькими способами можно изготовить трехцветный флаг с горизонтальными полосами, если имеется материал 7 различных цветов?
4. Номер машины в некотором городе состоит из двух различных букв, взятых из набора М, Н, К, Т, С, и трех различных цифр. Сколько машин можно обеспечить такими номерами?

Домашнее задание

п. 32 – знать определение и формулы размещения, выписать в тетрадь, решить в тетради задачи на закрепление

- № 756, 759, 762,

- На повторение:

№ 765, 766, 767