Формулы сложения

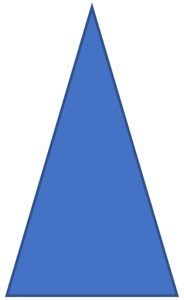
.

https://resh.edu.ru/subject/lesson/4734/main/199309/

Инфоур 8 мин сумма арг
https://youtu.be/Q2MYW_iUDi4

Танг сум арг

https://youtu.be/o1S1wWvc3Zg



Формулы суммы и разности тригонометрических функций

Инф 13 мин

https://youtu.be/ufqtkCImmtk

Преобразование суммы и разности тригонометрических функций в произведение

$$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cdot\cos\frac{x-y}{2}$$

$$\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\cdot\sin\frac{x-y}{2}$$

$$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cdot\cos\frac{x-y}{2}$$

$$\sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cdot\sin\frac{x-y}{2}$$

$$tgx + tgy = \frac{\sin(x+y)}{\cos x\cdot\cos y} \qquad tgx - tgy = \frac{\sin(x-y)}{\cos x\cdot\cos y}$$

$$\sin 6x + \sin 4x = 2\sin\frac{6x+4x}{2}\cos\frac{6x-4x}{2} = 2\sin 5x \cdot \cos x.$$

Для выполнения данного задания воспользу

$$\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}.$$

$$\sin 47^\circ + \sin 13^\circ = 2\sin\frac{47^\circ+13^\circ}{2}\cos\frac{47^\circ-13^\circ}{2} = 2\sin\frac{60^\circ}{2}\cos\frac{34^\circ}{2} = 2\sin 30^\circ\cos 17^\circ =$$

$$= 2\cdot\frac{1}{2}\cos 17^\circ = \cos 17^\circ.$$

$\sin 70^\circ + \sin 34^\circ$

Упрощаем: $2 \sin$

$$\cos 58^\circ + \cos 34^\circ = 2\cos\frac{58^\circ + 34^\circ}{2}\cos\frac{58^\circ - 34^\circ}{2} = 2\cos\frac{92^\circ}{2}\cos\frac{24^\circ}{2}.$$

Упрощаем и получаем: $2\cos\frac{92^\circ}{2}\cos\frac{24^\circ}{2} = 2\cos 46^\circ \cos 12^\circ$.

Теперь представим в виде произведения второе выражение $\cos 58^\circ - \cos 34^\circ$:

$$\cos 58^\circ - \cos 34^\circ = -2\sin\frac{58^\circ + 34^\circ}{2}\sin\frac{58^\circ - 34^\circ}{2} = -2\sin\frac{92^\circ}{2}\sin\frac{24^\circ}{2}.$$

Упрощаем и получаем: $-2\sin\frac{92^\circ}{2}\sin\frac{24^\circ}{2} = -2\sin 46^\circ \sin 12^\circ$.

poomogalka.me

§22. Преобразование сумм тригонометрических функции в произведения (с.62-65)

22.1.

а) $\sin 40° + \sin 16° =$

б) $\sin 20° - \sin 40° =$

$= -2\cos 30° \sin 10° =$

в) $\sin 10° + \sin 50° =$

$= 2\sin 30° \cos 20° =$

г) $\sin 52° - \sin 36° =$

Дано выражение $sin\ 68^\circ + sin^2 19^\circ + sin\ 28^\circ + cos^2 19^\circ$.
Внимательно изучаем данное выражение. Воспользуемся первой формулой:
$sin^2 19^\circ + cos^2 19^\circ = 1$.

Получилось выражение $sin\ 68^\circ + sin\ 28^\circ + 1$.

Теперь упрощаем выражение $sin\ 68^\circ + sin\ 28^\circ$. Используем вторую формулу и получаем:
$sin\ 68^\circ + sin\ 28^\circ = 2\ sin\ \frac{68^\circ + 28^\circ}{2} cos\ \frac{68^\circ - 28^\circ}{2} = 2\ sin\ \frac{96^\circ}{2} cos\ \frac{40^\circ}{2} = 2\ sin$
$48^\circ\ cos\ 20^\circ$
.

Складываем два полученных результата: $2\ sin\ 48^\circ\ cos\ 20^\circ + 1$.

$sin\ 44^\circ + sin\ 37^\circ$.

Для выполнения данного задания необходимо воспользоваться формулой:

$$sin\ x + sin\ y = 2\,sin\ \frac{x+y}{2} cos\ \frac{x-y}{2}.$$

У нас дано выражение $sin\ 44^\circ + sin\ 37^\circ$. Значит, $sin\ x = 44^\circ$, а $sin\ y = 37^\circ$.

Подставляем в формулу и получаем:

$$sin\ 44^\circ + sin\ 37^\circ = 2\,sin\ \frac{44^\circ + 37^\circ}{2} cos\ \frac{44^\circ - 37^\circ}{2} = 2\,sin\ \frac{81^\circ}{2} cos\ \frac{7^\circ}{2}.$$

Упрощаем: $2\,sin\ \dfrac{81^\circ}{2} cos\ \dfrac{7^\circ}{2} = 2\,sin\ 40{,}5^\circ\ cos\ 3{,}5^\circ$.

Преобразуй выражение $sin\ 20x + sin\ 2x$.

Для выполнения данного задания необходимо воспользоваться формулой
$sin\ x + sin\ y = 2\,sin\ \frac{x+y}{2} cos\ \frac{x-y}{2}$.

Получаем, что $sin\ 20x + sin\ 2x = 2\,sin\ \frac{20x+2x}{2} cos\ \frac{20x-2x}{2} = 2\,sin\ \frac{22x}{2} cos\ \frac{18x}{2}$.

Упрощаем полученное выражение: $2\,sin\ \frac{22x}{2} cos\ \frac{18x}{2} = 2\,sin\ 11x \cdot cos\ 9x$.

Вычислить $\sin 75° + \cos 75°$.

▶ $\sin 75° + \cos 75° = \sin 75° + \sin 15° =$

$$= 2 \sin \frac{75° + 15°}{2} \cos \frac{75° - 15°}{2} = 2 \sin 45° \cos 30° =$$

$$= 2 \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$ ◁

Преобразовать в произведение $2 \sin \alpha + \sqrt{3}$.

▶ $$2 \sin \alpha + \sqrt{3} = 2\left(\sin \alpha + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 2\left(\sin \alpha + \sin \frac{\pi}{3}\right) =$$

$$= 4 \sin \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{6}\right) \cos \left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\pi}{6}\right).$$ ◁

Упростить выражение

$$\left(\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{12}\right)+\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{12}\right)\right)\sin\frac{\pi}{12}.$$

▶ Используя формулу сложения и формулу синуса двойного угла, получаем

$$\left(\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{12}\right)+\sin\left(\alpha-\frac{\pi}{12}\right)\right)\sin\frac{\pi}{12}=\left(\sin\alpha\cos\frac{\pi}{12}+\right.$$

$$\left.+\cos\alpha\sin\frac{\pi}{12}+\sin\alpha\cos\frac{\pi}{12}-\cos\alpha\sin\frac{\pi}{12}\right)\sin\frac{\pi}{12}=$$

$$=2\sin\alpha\cos\frac{\pi}{12}\sin\frac{\pi}{12}=\sin\alpha\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}\sin\alpha.\ \triangleleft$$

Упростить выражение:

1) $\sin\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)+\sin\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)$;

2) $\cos\left(\frac{\pi}{4}-\beta\right)-\cos\left(\frac{\pi}{4}+\beta\right)$;

3) $\sin^2\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)-\sin^2\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)$;

4) $\cos^2\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)-\cos^2\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)$.

Вычислить:

1) $\cos 105^\circ + \cos 75^\circ$;

2) $\sin 105^\circ - \sin 75^\circ$;

3) $\cos\frac{11\pi}{12}+\cos\frac{5\pi}{12}$;

4) $\cos\frac{11\pi}{12}-\cos\frac{5\pi}{12}$;

5) $\sin\frac{7\pi}{12}-\sin\frac{\pi}{12}$;

6) $\sin 105^\circ + \sin 165^\circ$.

1. Преобразование произведений тригонометрических функций в суммы

https://youtu.be/-NKhaq5kaJ8

Инф   произв функ   8 мин

https://youtu.be/-NKhaq5kaJ8

Для преобразования произведения тригонометрических функций в сумму используют формулы суммы тригонометрических функций справа налево.

Из формулы суммы синусов $sin\,(s+t) + sin\,(s-t) = 2\,sin\ s\ \cdot cos\ t$ следует формула произведения синуса и косинуса:

$$sin\ s\ \cdot cos\ t = \frac{sin\,(s+t) + sin\,(s-t)}{2}.$$

Из формулы суммы косинусов $cos\,(s+t) + cos\,(s-t) = 2\,cos\ s\ \cdot cos\ t$ следует формула произведения косинусов:

$$cos\ s\ \cdot cos\ t = \frac{cos\,(s+t) + cos\,(s-t)}{2}.$$

Из формулы разности косинусов $cos\,(s+t) - cos\,(s-t) = -2\,sin\ s\ \cdot sin\ t$ следует формула произведения синусов:

$$sin\ s\ \cdot sin\ t = \frac{cos\,(s-t) - cos\,(s+t)}{2}.$$

Преобразование произведений тригонометрических функций в суммы:

$$\sin s \cdot \cos t = \frac{\sin(s+t) + \sin(s-t)}{2}$$

$$\cos s \cdot \cos t = \frac{\cos(s+t) + \cos(s-t)}{2}$$

$$\sin s \cdot \sin t = \frac{\cos(s-t) - \cos(s+t)}{2}$$

Преобразование произведений тригонометрических функций в суммы

$$\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2}\left(\cos\left(x - y\right) + \cos\left(x + y\right)\right)$$

$$\sin x \cdot \sin y = \frac{1}{2}\left(\cos\left(x - y\right) - \cos\left(x + y\right)\right)$$

$$\sin x \cdot \cos x = \frac{1}{2}\left(\sin\left(x - y\right) + \sin\left(x + y\right)\right)$$

$$\sin 2x \cos 9x = \frac{\sin(2x+9x)+\sin(2x-9x)}{2} =$$

$$= \frac{\sin 11x + \sin(-7x)}{2} = \frac{\sin 11x - \sin 7x}{2};$$

$$\sin(-y) = -\sin$$

Ответ: $\sin 2x \cos 9x = \dfrac{\sin 11x - \sin 7x}{2};$ ■

Пример 3. Упростить выражение $\sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 80^\circ$.

Решение.

$$\sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 80^\circ = \frac{\cos(20^\circ - 40^\circ) - \cos(20^\circ + 40^\circ)}{2} \cdot \sin 80^\circ =$$

$$= \frac{\cos(-20^\circ) - \cos 60^\circ}{2} \cdot \sin 80^\circ = \frac{\cos 20^\circ - \cos 60^\circ}{2} \cdot \sin 80^\circ =$$

$$= \frac{\cos 20^\circ - \frac{1}{2}}{2} \cdot \sin 80^\circ = \left(\frac{1}{2}\cos 20^\circ - \frac{1}{4}\right) \cdot \sin 80^\circ =$$

$$\boxed{\sin 80^\circ = \sin(90^\circ - 10^\circ) = \cos 10^\circ;}$$

$$= \left(\frac{1}{2}\cos 20^\circ - \frac{1}{4}\right) \cdot \cos 10^\circ = \frac{1}{2}\cos 20^\circ \cdot \cos 10^\circ - \frac{1}{4} \cdot \cos 10^\circ =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\cos 30^\circ + \cos 10^\circ}{2} - \frac{1}{4} \cdot \cos 10^\circ =$$

$$= \frac{1}{4}(\cos 30^\circ + \cos 10^\circ) - \frac{1}{4} \cdot \cos 10^\circ =$$

$$= \frac{1}{4}\cos 30^\circ + \frac{1}{4}\cos 10^\circ - \frac{1}{4} \cdot \cos 10^\circ = \frac{1}{4}\cos 30^\circ =$$

$$\boxed{\sin s \sin t = \frac{\cos(s - t) - \cos(s + t)}{2};}$$

$$\boxed{\cos(-y) = \cos y;}$$

$$\boxed{\cos s \cos t = \frac{\cos(s + t) + \cos(s - t)}{2};}$$

Пример 2. Преобразовать произведение в сумму $\cos(2x - y)\cos(x + 4y)$.

Решение.

$$\cos s \cos t = \frac{\cos(s+t) + \cos(s-t)}{2};$$

$s = (2x - y);\ t = (x + 4y);$

$$\cos(2x - y)\cos(x + 4y) =$$

$$= \frac{\cos((2x-y) + (x+4y)) + \cos((2x-y) - (x+4y))}{2} =$$

$$= \frac{\cos(2x - y + x + 4y) + \cos(2x - y - x - 4y)}{2} =$$

$$= \frac{\cos(3x + 3y) + \cos(x - 5y)}{2};$$

Ответ:

$$\cos(2x - y)\cos(x + 4y) = \frac{\cos(3x+3y) + \cos(x-5y)}{2}.$$

$40^\circ \sin 80^\circ$.

Решение.

$$\sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 80^\circ = \frac{\cos(20^\circ - 40^\circ) - \cos(20^\circ + 40^\circ)}{2} \cdot \sin 80^\circ =$$

$$= \frac{\cos(-20^\circ) - \cos 60^\circ}{2} \cdot \sin 80^\circ = \frac{\cos 20^\circ - \cos 60^\circ}{2} \cdot \sin 80^\circ =$$

$$= \frac{\cos 20^\circ - \frac{1}{2}}{2} \cdot \sin 80^\circ = \left(\frac{1}{2}\cos 20^\circ - \frac{1}{4}\right) \cdot \sin 80^\circ =$$

$$\boxed{\sin 80^\circ = \sin(90^\circ - 10^\circ) = \cos 10^\circ;}$$

$$= \left(\frac{1}{2}\cos 20^\circ - \frac{1}{4}\right) \cdot \cos 10^\circ = \frac{1}{2}\cos 20^\circ \cdot \cos 10^\circ - \frac{1}{4} \cdot \cos 10^\circ =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{\cos 30^\circ + \cos 10^\circ}{2} - \frac{1}{4} \cdot \cos 10^\circ =$$

$$= \frac{1}{4}(\cos 30^\circ + \cos 10^\circ) - \frac{1}{4} \cdot \cos 10^\circ =$$

$$= \frac{1}{4}\cos 30^\circ + \frac{1}{4}\cos 10^\circ - \frac{1}{4} \cdot \cos 10^\circ = \frac{1}{4}\cos 30^\circ = \frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{8};$$

Ответ: $\sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 80^\circ = \frac{\sqrt{3}}{8}$. ■

$$\boxed{\sin s \sin t = \frac{\cos(s - t) - \cos(s + t)}{2};}$$

$$\boxed{\cos(-y) = \cos y;}$$

$$\boxed{\cos s \cos t = \frac{\cos(s + t) + \cos(s - t)}{2};}$$

Формулы понижения степени

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

$$tg^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x}$$

$$\cos\alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}}{1 + \operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}}.$$

3) $\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}\left(2\cdot\frac{\alpha}{2}\right) = \dfrac{2\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}}.$

Итак,

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}}.$$

Складывая равенства (1) и (2) и вычитая из равенства (2) равенство (1), получаем

$$1+\cos\alpha = 2\cos^2\frac{\alpha}{2}, \qquad (3)$$

$$1-\cos\alpha = 2\sin^2\frac{\alpha}{2}. \qquad (4)$$

Формулы (3) и (4) можно записать так:

$$\cos^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1+\cos\alpha}{2}, \qquad (5)$$

$$\sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{2}. \qquad (6)$$

Формулы (5) и (6) называют формулами синуса и косинуса половинного угла. Иногда их называют также формулами понижения степени.

Если известен $\cos\alpha$, то из формул (5) и (6) можно найти $\left|\sin\frac{\alpha}{2}\right|$ и $\left|\cos\frac{\alpha}{2}\right|$. Знаки $\sin\frac{\alpha}{2}$ и $\cos\frac{\alpha}{2}$ могут быть определены, если известно, в какой четверти лежит угол $\frac{\alpha}{2}$.

Вычислить $\cos\frac{\alpha}{2}$, если $\cos\alpha = -0{,}02$ и $0 < \alpha < \pi$.

▶ По формуле (5) $\cos^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1+\cos\alpha}{2} = \frac{1-0{,}02}{2} = 0{,}49.$

Так как $0 < \alpha < \pi$, то $0 < \frac{\alpha}{2} < \frac{\pi}{2}$, и поэтому $\cos\frac{\alpha}{2} > 0$. Следовательно, $\cos\frac{\alpha}{2} = \sqrt{0{,}49} = 0{,}7$. ◁

Разделив равенство (6) на равенство (5), получим формулу тангенса половинного угла

$$\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}. \tag{7}$$

Вычислить $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$, если $\cos\alpha = 0{,}8$ и $\pi < \alpha < 2\pi$.

▶ По формуле (7) имеем

$$\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha} = \frac{1-0{,}8}{1+0{,}8} = \frac{0{,}2}{1{,}8} = \frac{1}{9}.$$

По условию $\pi < \alpha < 2\pi$, поэтому $\frac{\pi}{2} < \frac{\alpha}{2} < \pi$ и $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} < 0$.

Следовательно, $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = -\sqrt{\frac{1}{9}} = -\frac{1}{3}$. ◁

Упростить выражение $\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}\cdot \mathrm{ctg}^2\frac{\alpha}{2}-\frac{1+\cos\alpha}{2}$.

▶ $$\frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}\cdot \mathrm{ctg}^2\frac{\alpha}{2}-\frac{1+\cos\alpha}{2}=\frac{2\sin^2\frac{\alpha}{2}}{2\cos^2\frac{\alpha}{2}}\mathrm{ctg}^2\frac{\alpha}{2}-\cos^2\frac{\alpha}{2}=$$

$$=\mathrm{tg}^2\frac{\alpha}{2}\cdot \mathrm{ctg}^2\frac{\alpha}{2}-\cos^2\frac{\alpha}{2}=1-\cos^2\frac{\alpha}{2}=\sin^2\frac{\alpha}{2}.$$ ◁

Решить уравнение $1+\cos 2x=2\cos x$.

▶ Так как $1+\cos 2x=2\cos^2 x$, то данное уравнение примет вид $2\cos^2 x=2\cos x$, откуда

$$\cos x\,(\cos x-1)=0.$$

1) $\cos x=0$, $x=\frac{\pi}{2}+\pi k$, $k\in \boldsymbol{Z}$.

2) $\cos x=1$, $x=2\pi n$, $n\in \boldsymbol{Z}$.

Итак, исходное уравнение имеет две серии корней $x=\frac{\pi}{2}+\pi k$, $k\in \boldsymbol{Z}$, и $x=2\pi n$, $n\in \boldsymbol{Z}$. В ответе можно записывать обе серии с одной буквой (k или n).

$x=\frac{\pi}{2}+\pi k$, $x=2\pi k$, $k\in \boldsymbol{Z}$. ◁

Выразить квадрат синуса (косинуса) заданного угла через косинус угла, в два раза большего:

1) $\sin^2 15°$; 2) $\cos^2 \frac{1}{4}$; 3) $\cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$; 4) $\sin^2\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$.

$$tg^2 15 = \frac{1-\cos 2x}{1+\cos 2x} = \frac{1-\cos 30^\circ}{1+\cos 30^\circ} = \frac{1-\frac{\sqrt{3}}{2}}{1+\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\frac{2-\sqrt{3}}{2}}{\frac{2+\sqrt{3}}{2}} =$$

$$\frac{2-\sqrt{3}}{\cancel{2}} \cdot \frac{\cancel{2}}{2+\sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$$

$$\cos^2 15^\circ = \frac{1+\cos 2\cdot 15^\circ}{2} = \frac{1+\cos 30^\circ}{2} = \frac{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{1}{2}\cdot 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2} =$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$\cos^2 x = \frac{1+\cos 2x}{2}$$

$$\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x^\circ}{2} = \frac{1-\cos 30^\circ}{2} = \frac{1-\frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{1}{2} =$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4}$$

олягин.PDF

Найти числовое значение выражения:

1) $2\cos^2\frac{\pi}{8}-1$; 2) $1-2\sin^2\frac{\pi}{12}$;

3) $\frac{\sqrt{3}}{2}+2\sin^2 15°$; 4) $-\frac{\sqrt{3}}{2}+2\cos^2 15°$.

Пусть $\cos\alpha=0{,}6$ и $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$. Вычислить:

1) $\sin\frac{\alpha}{2}$; 2) $\cos\frac{\alpha}{2}$; 3) $\mathrm{tg}\,\frac{\alpha}{2}$; 4) $\mathrm{ctg}\,\frac{\alpha}{2}$.

Пусть $\sin\alpha=\frac{3}{5}$ и $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$. Вычислить:

1) $\sin\frac{\alpha}{2}$; 2) $\cos\frac{\alpha}{2}$; 3) $\mathrm{tg}\,\frac{\alpha}{2}$; 4) $\mathrm{ctg}\,\frac{\alpha}{2}$.

Вычислить:

1) $\sin 15°$; 2) $\cos 15°$; 3) $\mathrm{tg}\,22°30'$; 4) $\mathrm{ctg}\,22°30'$.

Упростить выражение:

1) $\frac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$; 2) $\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}$; 3) $\frac{1-\cos 2\alpha+\sin 2\alpha}{1+\cos 2\alpha+\sin 2\alpha}$;

4) $\frac{1+\cos 4\alpha}{\sin 4\alpha}$; 5) $\frac{1+\cos 2\alpha+\sin 2\alpha}{\sin\alpha+\cos\alpha}$;

лягин.PDF

Доказать тождество (519—520).

1) $2\cos^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha}{2}\right)=1+\sin\alpha$; 2) $2\sin^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\alpha}{2}\right)=1-\sin\alpha$;

3) $\frac{3-4\cos 2\alpha+\cos 4\alpha}{3+4\cos 2\alpha+\cos 4\alpha}=\operatorname{tg}^4\alpha$; 4) $\frac{1+\sin 2\alpha+\cos 2\alpha}{1+\sin 2\alpha-\cos 2\alpha}=\operatorname{ctg}\alpha$.

1) $\frac{1-\cos 2\alpha}{\sin 2\alpha}\cdot\operatorname{ctg}\alpha=1$; 2) $\frac{\sin 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}=\operatorname{tg}\alpha$;

3) $\frac{1-2\sin^2\alpha}{1+\sin 2\alpha}=\frac{1-\operatorname{tg}\alpha}{1+\operatorname{tg}\alpha}$; 4) $\frac{1+\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha}=\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)$.

Доказать, что если $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$, то $\sqrt{1+\sin\alpha}-\sqrt{1-\sin\alpha}=2\sin\frac{\alpha}{2}$.

Упростить выражение $\frac{\operatorname{tg}2\alpha}{\operatorname{tg}4\alpha-\operatorname{tg}2\alpha}$.

Решить уравнение:

1) $1-\cos x=2\sin\frac{x}{2}$; 2) $1+\cos x=2\cos\frac{x}{2}$;

3) $1+\cos\frac{x}{2}=2\sin\left(\frac{x}{4}-\frac{3\pi}{2}\right)$; 4) $1+\cos 8x=2\cos 4x$;

5) $2\sin^2\frac{x}{2}+\frac{1}{2}\sin 2x=1$; 6) $2\cos^2 x-\frac{1}{2}\sin 4x=1$.